

De acordo com o critério EPAM, o modelo de Schumacher e Hall modificado I associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade obteve os melhores resultados entre todos os modelos avaliados (Tabela 4.9). Esse modelo obteve um erro percentual absoluto médio de 2,43%, que representa uma redução de quase 15% quando associado a distribuição Normal.

Tabela 4.9: Estatística EPAM para seleção das equações (Grupo I).

Modelos	Distribuições	EPAM	Ranqueamento
Chapman	Normal	4,91	12
	t_3	4,36	9
Richards	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	4,49	10
	Logística II	4,62	11
Schumacher e Hall	Normal	2,84	7
	t_3	2,43	1
modificado I	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	2,44	2
	Logística II	2,49	3
Schumacher e Hall	Normal	3,44	8
	t_3	2,59	5
modificado II	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	2,58	4
	Logística II	2,69	6

Observa-se na Figura 4.8 o erro percentual versus o índice das observações para o modelo de Schumacher e Hall modificado I associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade, modelo com melhor resultado, e o modelo de Chapman-Richards associado a distribuição Normal, como testemunha. Verifica-se que no modelo de Schumacher e Hall modificado I associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade os erros percentuais estão mais próximos de zero, validando assim o modelo selecionado.

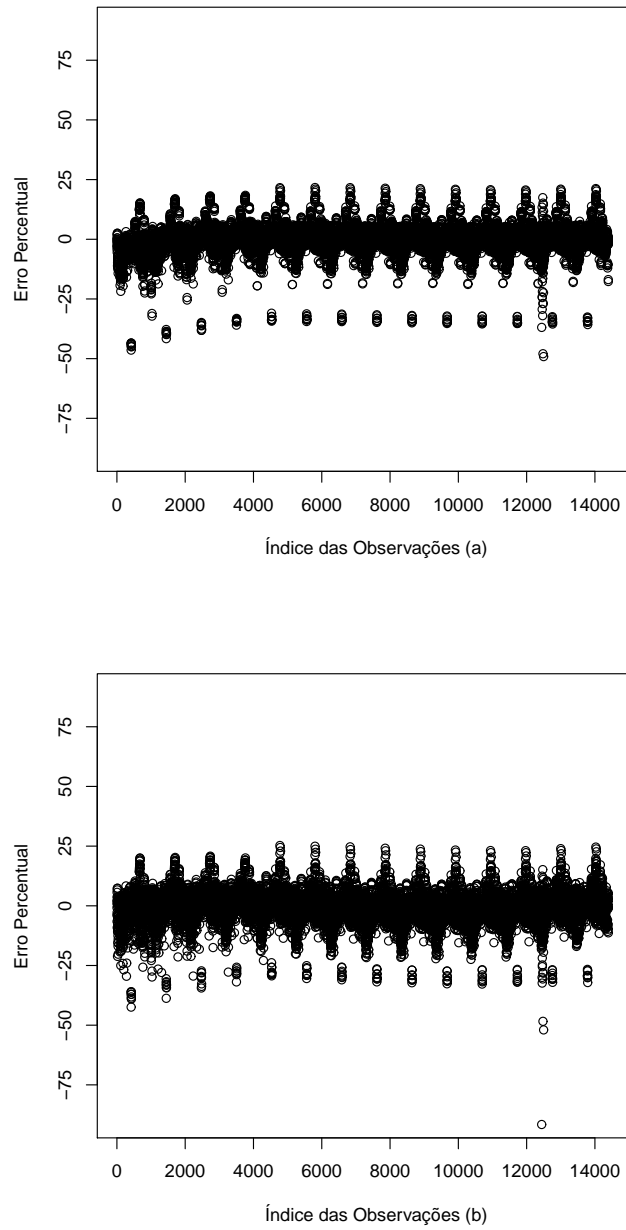


Figura 4.8: Erro percentual dos modelos de Schumacher e Hall modificado I associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade (a) e Chapman-Richards associado a distribuição Normal (b) (Grupo I).

Desta forma, a equação final para estimar o crescimento em volume dos clone de *Eucalyptus* spp. é dada por:

$$\hat{V}_{ij} = 0,274017932DAP_{ij}^{1,909854}H_{ij}^{0,963696}t_{ij}^{0,048015}, \quad (4.2)$$

em que \hat{V}_{ij} é o volume estimado da i -ésima árvore na j -ésima medição, em m^3 , DAP_{ij} é o diâmetro à altura do peito da i -ésima árvore na j -ésima medição, em metros, H_{ij} é a altura total da i -ésima árvore na j -ésima medição, em metros, e t_{ij} é a idade da i -ésima árvore na j -ésima medição, em meses.

Observa-se na Figura 4.9 a curva do volume médio observado (m^3) e as curvas médias ajustadas (m^3) dos modelos de Schumacher e Hall modificado I associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade (modelo 1) e Chapman-Richards associado a distribuição Normal (modelo 2). É possível visualizar que ambos os modelos apresentaram, em média, ótimas estimativas. As árvores voltaram a ter um crescimento mais acentuado nos últimos meses devido a um longo período de chuva, fato atípico na região.

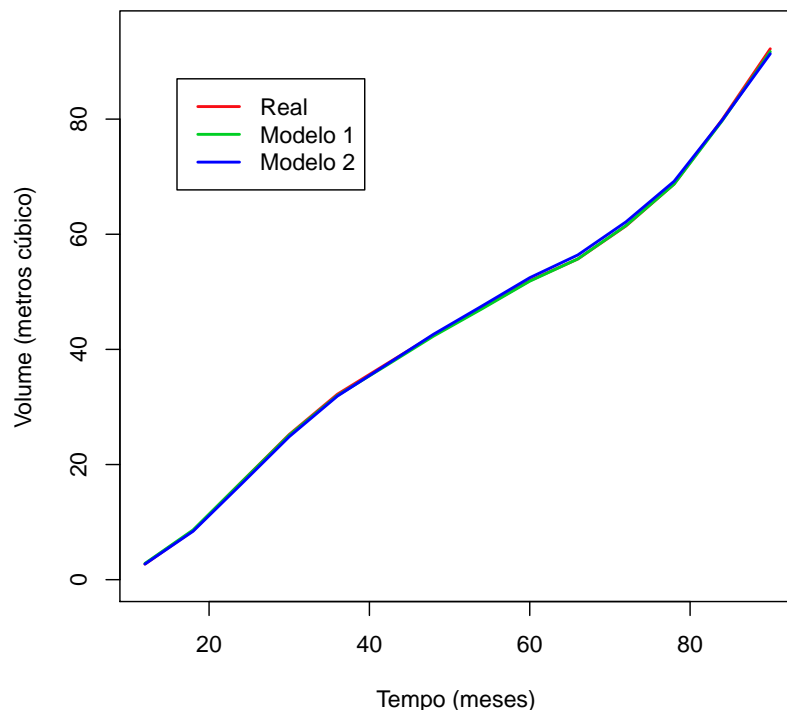


Figura 4.9: Evolução do crescimento médio em volume ao longo do tempo (Grupo I).

4.2 Grupo II

No grupo II, que corresponde ao tratamento 7, o número total de árvores sobreviventes no experimento foi de 89 árvores, que corresponde a uma taxa de mortalidade de 11%.

Na Tabela 4.10 observa-se a média e o coeficiente de variação (CV) para as variáveis *DAP* (cm), altura (m) e volume (m^3). Na medição realizada aos 12 meses as árvores apresentaram um *DAP* médio de 4,2 cm, uma altura média de 4,2 m e um volume médio de 0,003 m^3 . O experimento foi finalizado aos 90 meses, período em que as árvores apresentaram um *DAP* médio de 15,1 cm, uma altura média de 17,6 m e um volume médio de 0,150 m^3 . Observa-se uma maior variabilidade relativa na variável volume, com mínima de 25,9% e máxima de 64,5%. A variável altura apresentou menor variabilidade, dentre as três variáveis estudadas.

Tabela 4.10: Estatística descritiva do *DAP*, altura e volume dos clones de *Eucalyptus* spp., nas diferentes idades (Grupo II).

Medidas	Tempo (meses)	<i>DAP</i> (cm)		Altura (m)		Volume (m^3)	
		Média	CV	Média	CV	Média	CV
01	12	4,2	19,6	4,2	13,5	0,003	47,4
02	18	6,5	12,7	6,5	11,0	0,010	32,4
03	24	8,1	11,2	8,1	10,0	0,019	25,9
04	30	9,2	11,6	9,7	7,7	0,029	27,2
05	36	10,0	17,5	10,5	7,7	0,038	47,1
06	42	10,8	20,8	11,3	8,7	0,049	59,1
07	48	11,3	21,5	12,0	9,7	0,057	61,4
08	54	11,9	22,4	12,7	10,5	0,067	60,9
09	60	12,3	22,2	13,4	10,6	0,075	60,1
10	66	12,5	22,9	14,0	10,4	0,081	62,5
11	72	13,0	23,4	14,7	9,4	0,092	61,8
12	78	13,5	23,1	15,7	8,4	0,107	63,1
13	84	14,4	23,3	16,7	7,9	0,128	64,5
14	90	15,1	23,2	17,6	8,5	0,150	63,8

4.2.1 Distribuição Diamétrica

Observa-se na Figura 4.10 o box-plot da variável *DAP* no período de 12 a 90 meses. Dentre as 89 árvores, o menor *DAP* foi de 2,39 cm, aos 12 meses, e o maior *DAP* foi de 33,4 cm, aos 90 meses. Observa-se um crescimento mais acentuado durante os primeiros 36 meses. Outro aspecto importante é a presença de observações extremas. Entre os 18 e 72 meses observa-se algumas árvores com o crescimento em diâmetro bem abaixo das demais. Comportamente análogo ocorre a partir dos 36 meses, em que um número maior de árvores se destacam com um crescimento mais acentuado.

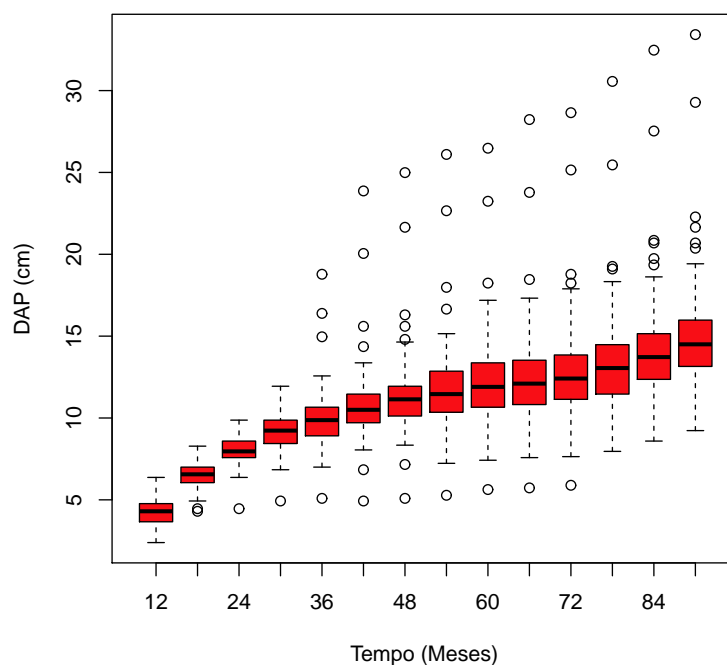


Figura 4.10: Evolução do *DAP*, nas diferentes idades dos tratamentos (Grupo II).

Na Tabela 4.11 é possível observar o valor da estatística KS no período avaliado. Aos 12 meses, a função que melhor representou a distribuição diamétrica foi a Weibull. A distribuição Gama mostrou-se mais adequada aos 18 meses. Nos meses 24 e 30 a distribuição Normal foi a mais adequada. A distribuição Log-normal foi a mais adequada na maior parte do período analisado, ou seja, dos 36 aos 90 meses. Esses resultados são bem similares aos encontrados no Grupo I.

Tabela 4.11: Seleção das equações de probabilidade de acordo com o teste KS (Grupo II).

Tempo (meses)	Distribuições				Distribuição Selecionada
	Normal	Log-normal	Weibull	Gama	
12	0,109	0,145	0,108	0,134	Weibull
18	0,079	0,077	0,095	0,069	Gama
24	0,085	0,104	0,101	0,096	Normal
30	0,058	0,075	0,073	0,066	Normal
36	0,168	0,134	0,173	0,143	Log-normal
42	0,203	0,159	0,209	0,170	Log-normal
48	0,193	0,149	0,198	0,159	Log-normal
54	0,173	0,128	0,171	0,140	Log-normal
60	0,155	0,112	0,154	0,123	Log-normal
66	0,156	0,110	0,160	0,122	Log-normal
72	0,142	0,095	0,157	0,108	Log-normal
78	0,135	0,095	0,140	0,108	Log-normal
84	0,167	0,113	0,151	0,130	Log-normal
90	0,165	0,118	0,147	0,134	Log-normal

Na Tabela 4.12 observa-se as estimativas dos parâmetros das distribuições selecionadas. A distribuição Weibull foi a mais apropriada aos 12 meses, a distribuição Gama aos 18 meses, a distribuição Normal aos 24 e 30 meses e a Log-normal dos 36 aos 90 meses.

Tabela 4.12: Estimativas dos parâmetros das distribuições diamétricas selecionadas, nas diferentes idades (Grupo II).

Tempo (meses)	Distribuição	coeficientes			
		$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
12	Weibull	4,20	2,78	1,70	3,40
18	Gama	6,53	0,84	60,76	0,11
24	Normal	8,09	0,91	–	–
30	Normal	9,17	1,07	–	–
36	Log-normal	9,97	1,64	–	–
42	Log-normal	10,79	2,00	–	–
48	Log-normal	11,32	2,17	–	–
54	Log-normal	11,87	2,41	–	–
60	Log-normal	12,26	2,49	–	–
66	Log-normal	12,51	2,58	–	–
72	Log-normal	12,99	2,76	–	–
78	Log-normal	13,52	2,73	–	–
84	Log-normal	14,35	2,87	–	–
90	Log-normal	15,13	3,06	–	–

Nas Figuras 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 é possível observar os gráficos das distribuições dos diâmetros e as respectivas curvas das distribuições Normal, Weibull, Log-normal e Gama nas diferentes idades.

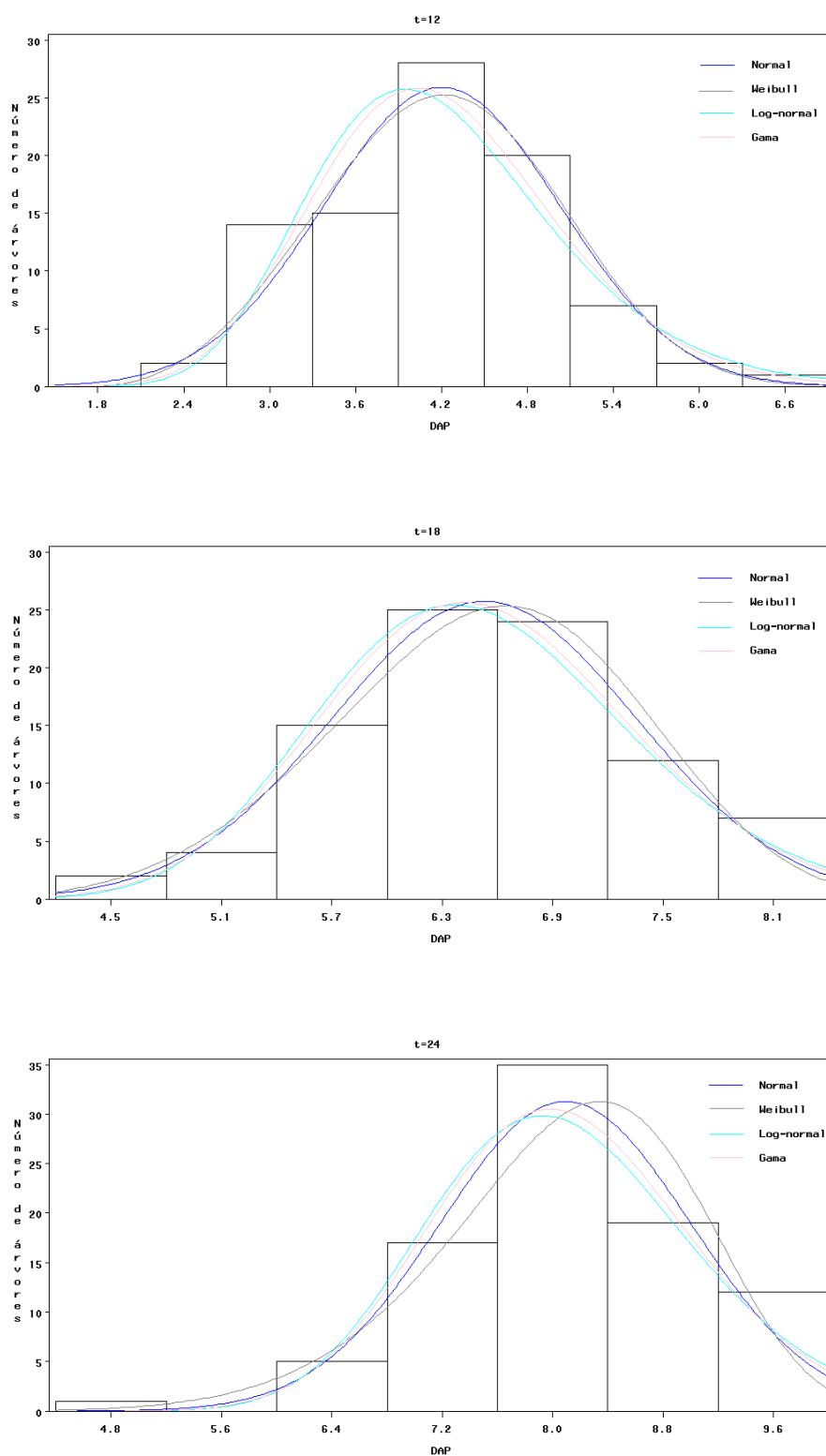


Figura 4.11: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 12, 18 e 24 meses (Grupo II).

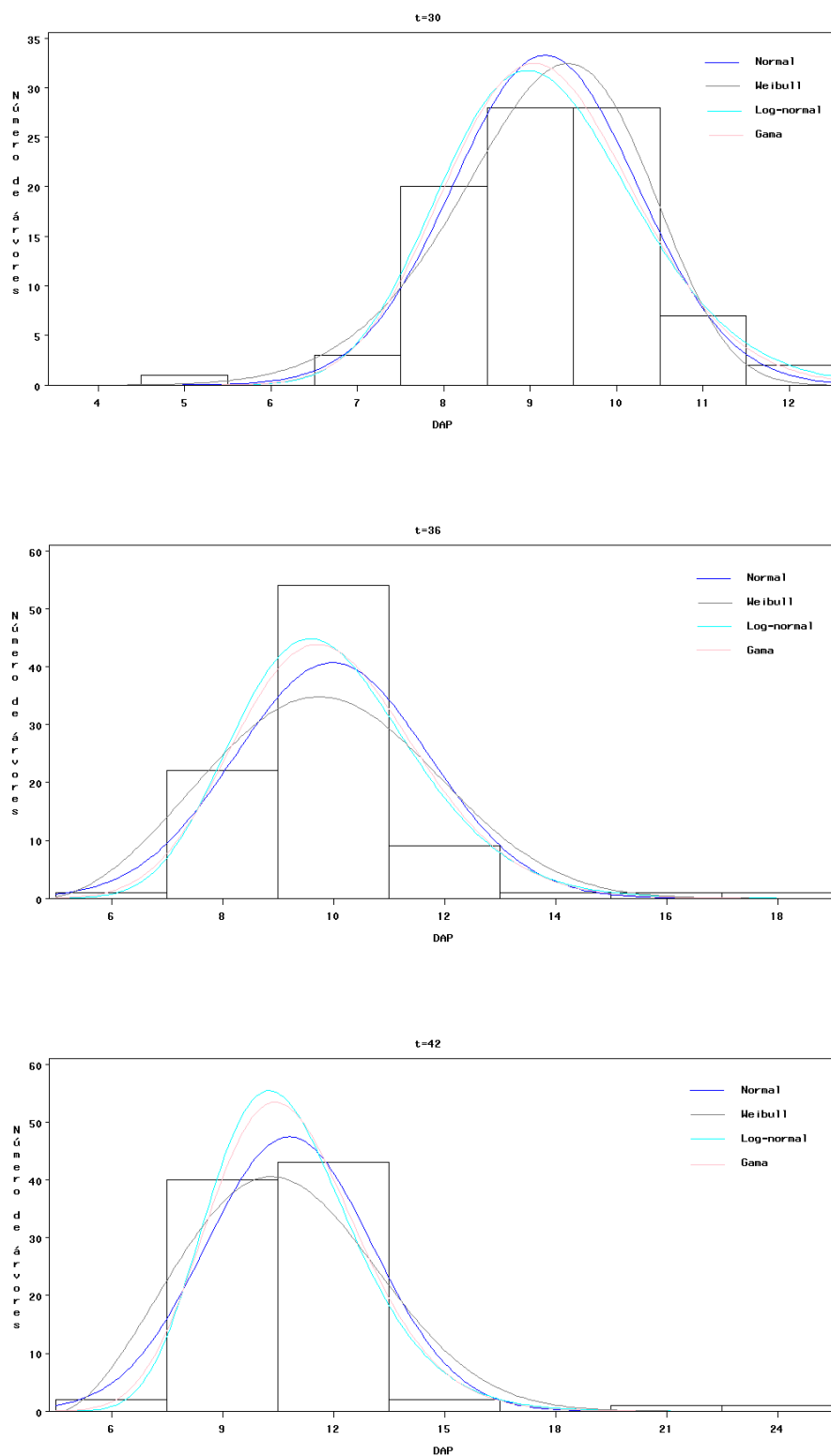


Figura 4.12: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 30, 36 e 42 meses (Grupo II).

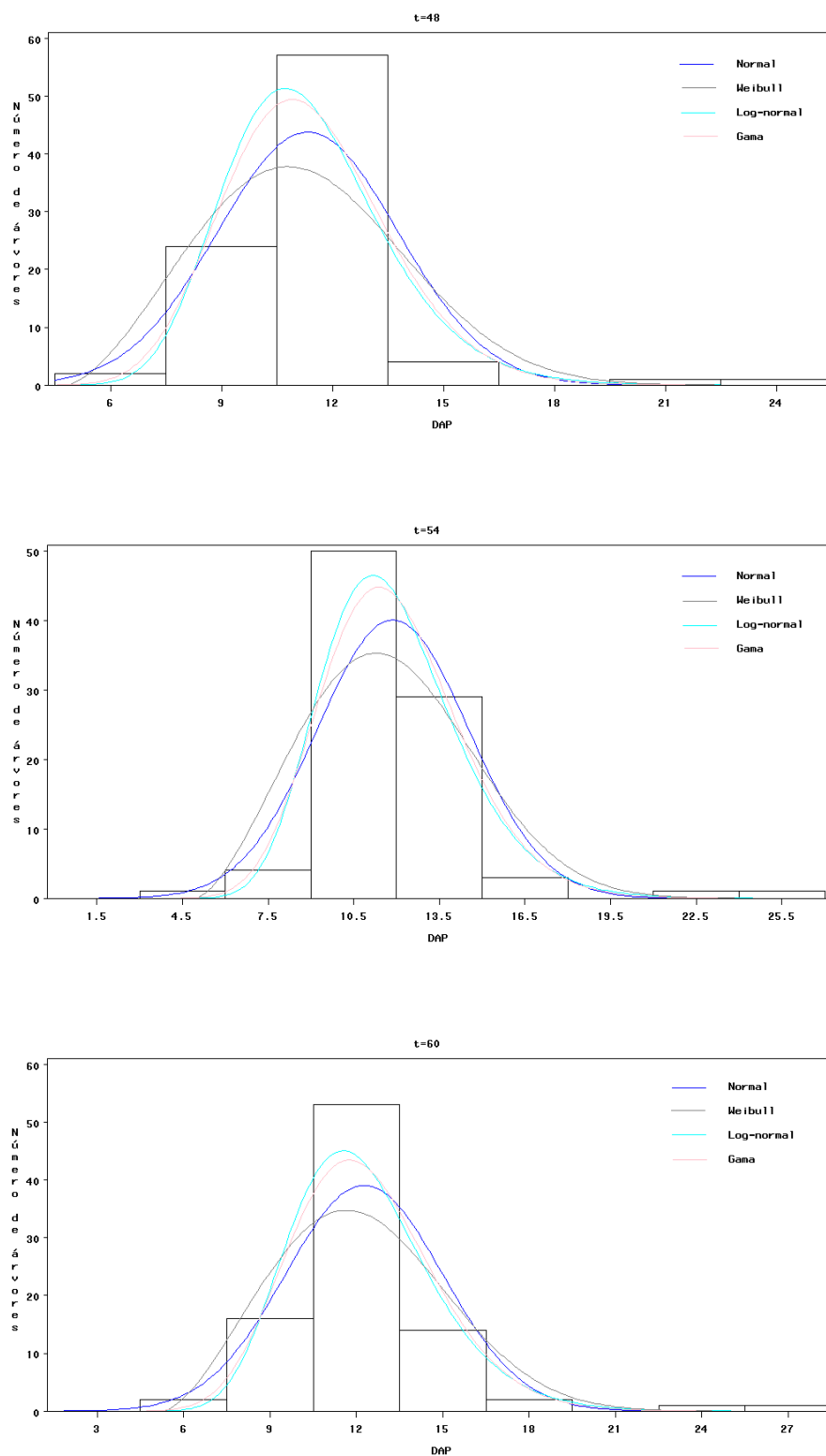


Figura 4.13: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 48, 54 e 60 meses (Grupo II).

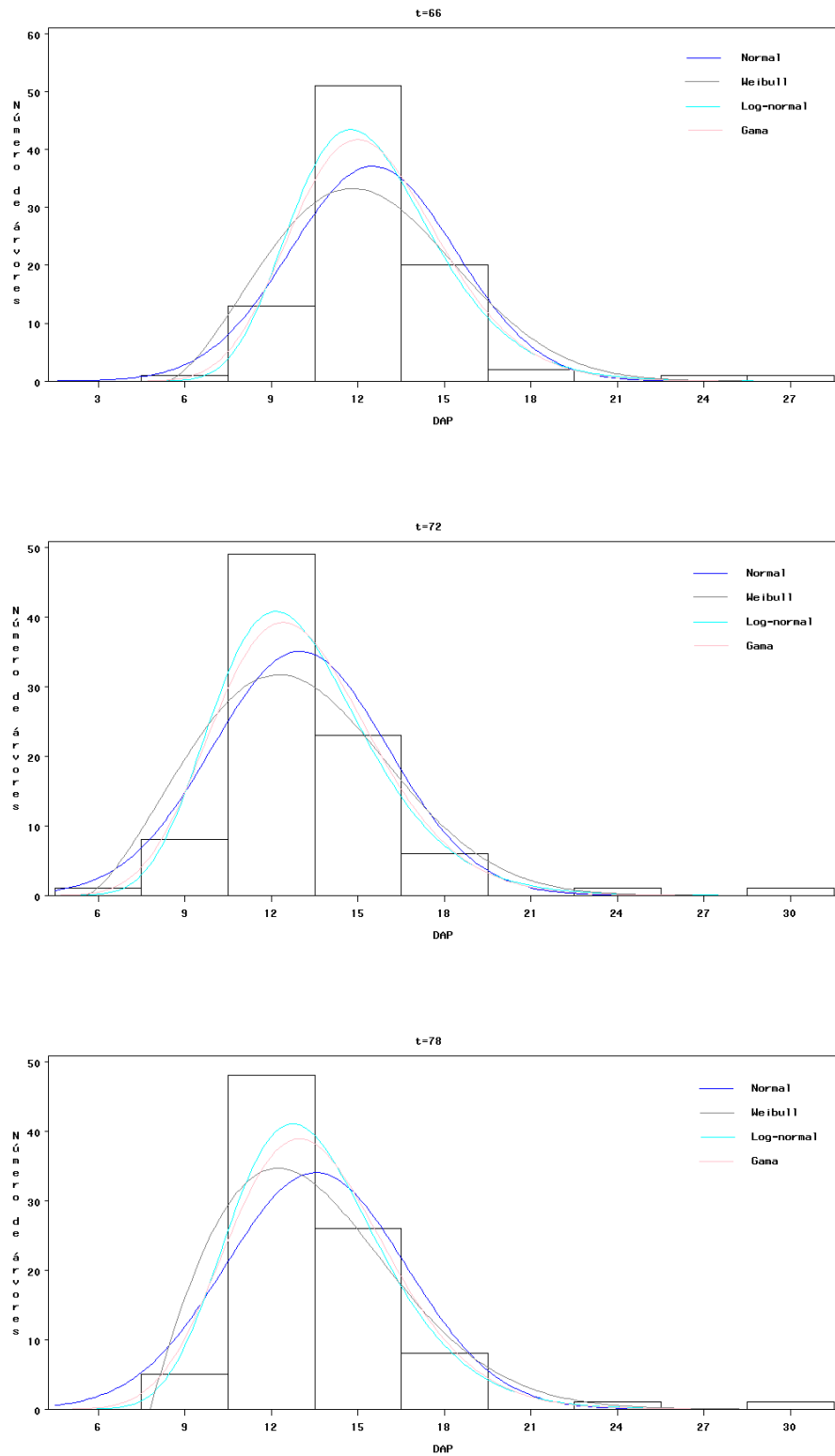


Figura 4.14: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 66, 72 e 78 meses (Grupo II).

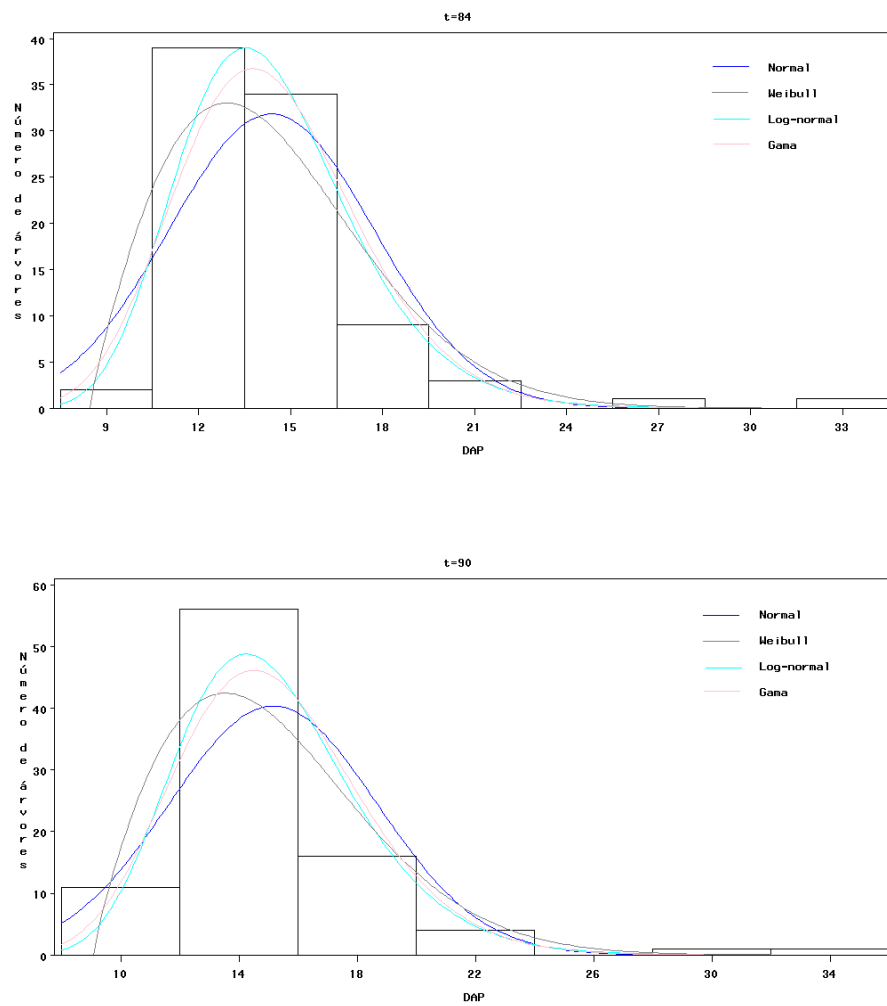


Figura 4.15: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 84 e 90 meses (Grupo II).

4.2.2 Modelos Volumétricos

Na Tabela 4.13 observa-se as estimativas dos parâmetros e os erros padrões dos modelos volumétricos associados as distribuições simétricas.

Tabela 4.13: Estimativas dos parâmetros dos modelos volumétricos (Grupo II).

Modelos	Distribuições	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
Schumacher	Normal	361,484350	2,030564	1,007288
		(6,497127)	(0,002517)	(0,005656)
	t_3	338,288301	2,021361	1,029773
		(5,900696)	(0,002686)	(0,005290)
e	Exponencial	394,509999	2,041330	0,982005
Hall	Potência ($\tau = 0,8$)	(8,334212)	(0,003241)	(0,006675)
	Logística II	352,173370	2,027049	1,016444
		(7,725740)	(0,002598)	(0,005985)
Spurr	Normal	353,351929	1,014344	–
		(0,379776)	(0,001019)	–
	t_3	356,986308	1,013394	–
		(0,487526)	(0,001005)	–
	Exponencial	354,992343	1,014583	–
		Potência ($\tau = 0,8$)	(0,678666)	(0,001441)
Logística II	355,087419	1,013887	–	
	(0,423273)	(0,000984)	–	

O modelo que obteve o melhor resultado, de acordo com o critério EPAM, foi o modelo de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (Tabela 4.14). Esse modelo apresentou um erro percentual absoluto médio de 3,11%, aproximadamente 4% inferior quando comparado com o mesmo modelo associado a distribuição Normal.

Tabela 4.14: Estatística EPAM para seleção das equações (Grupo II).

Modelos	Distribuições	EPAM	Ranqueamento
Schumacher	Normal	3,25	2
	t_3	3,35	8
e	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,11	1
Hall	Logística II	3,29	5
	Normal	3,31	7
Spurr	t_3	3,26	3
	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,29	5
	Logística II	3,27	4

Na Figura 4.16 observa-se o erro percentual versus o índice das observações para o modelo de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$), modelo com melhor resultado, e o modelo de Schumacher e Hall e o modelo de Spurr associados a distribuição Normal, como testemunha. Em geral, os modelos apresentaram boas estimativas, com destaque para o modelo de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência com erros percentuais máximo de 7% em todas as estimativas. É possível observar que os três modelos estão superestimando o volume das árvores no início do experimento. No entanto, esse comportamento é minimizado no modelo de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$).

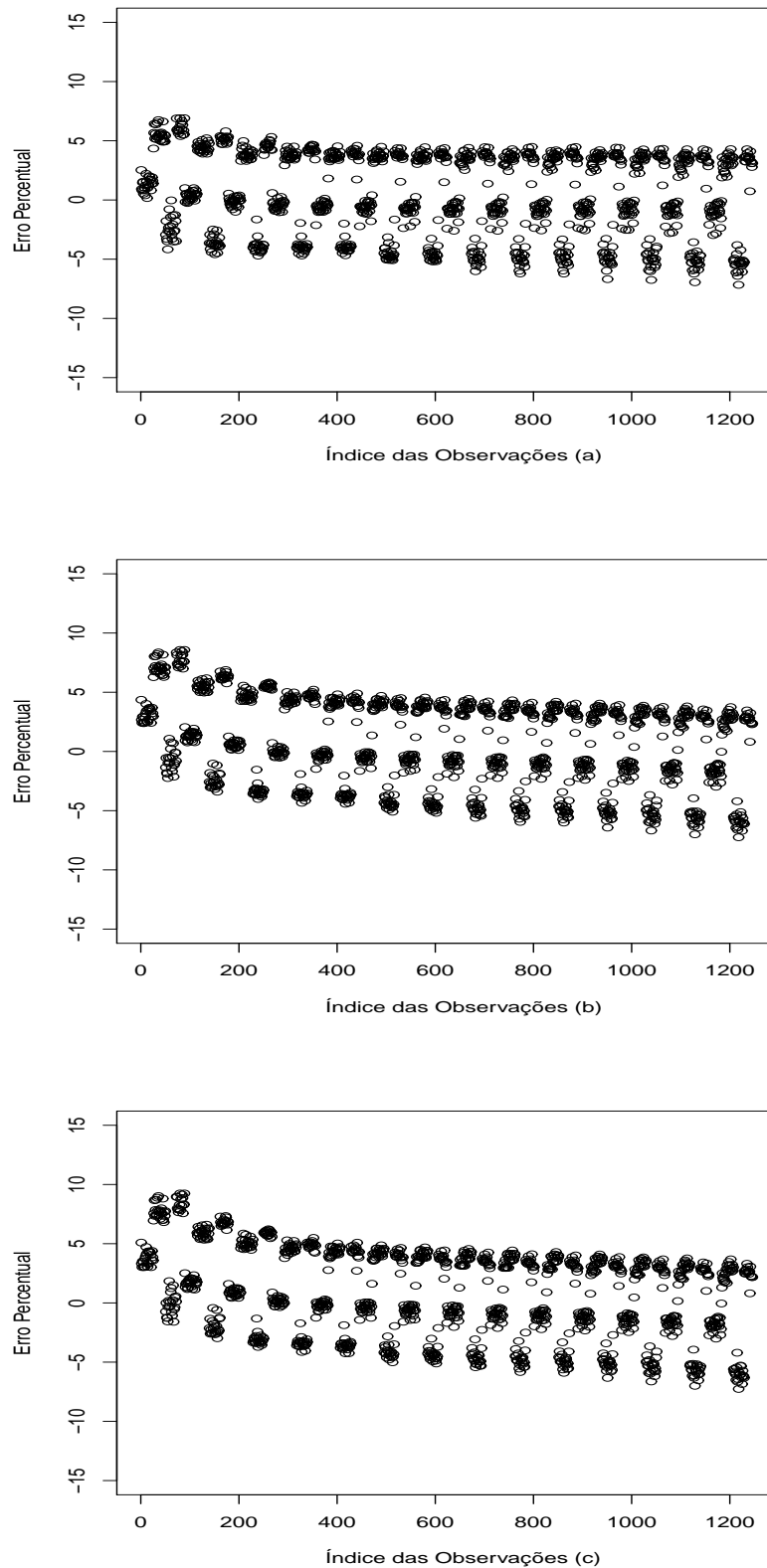


Figura 4.16: Erro percentual dos modelos de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (a), Schumacher e Hall associado a distribuição Normal (b) e Spurr associado a distribuição Normal (c) (Grupo II).

Assim, a equação final para estimar o volume dos clone de *Eucalyptus* spp. é expressa por:

$$\hat{V}_i = 0,394509999DAP_i^{2,04133} H_i^{0,982005}. \quad (4.3)$$

Na Tabela 4.15 observa-se o volume real e projetado, em $m^3/ha/ano$, bem como o incremento médio anual (IMA) observado e estimado, em $m^3/ha/ano$. Os volumes estimados correspondem aos modelos de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (modelo 1), Schumacher e Hall associado a distribuição Normal (modelo 2) e Spurr associado a distribuição Normal (modelo 3).

De acordo com os valores observados, esse grupo apresentou valores bem superiores aos encontrados por Oliveira et al. (2009), com um volume variando entre 80,36 a 139,97 m^3/ha , e por Oliveira et al. (1998), que encontraram uma produção de 123,37 m^3/ha . O IMA (29,68 $m^3/ha/ano$) é similar ao encontrado por Almeida et al. (2004) em áreas experimentais com plantações de *Eucalyptus*, com valores de IMA variando entre 24 e 41 $m^3/ha/ano$ em duas regiões no norte do Espírito Santo.

No modelo 1, modelo com melhor ajuste, o volume estimado (m^3/ha) está também muito próximo ao real. Nesse modelo, observou-se um erro de estimativa inferior a 0,5%. Neste grupo, os três modelos ajustados estão superestimando o volume m^3/ha .

Tabela 4.15: Volume (m^3/ha) e IMA ($m^3/ha/ano$) reais e estimados (Grupo II).

Modelos	Vol Real (m^3/ha)	Vol Estimado (m^3/ha)	IMA Real ($m^3/ha/ano$)	IMA Estimado ($m^3/ha/ano$)
Modelo 1		223,05		29,74
Modelo 2	222,57	224,13	29,68	29,88
Modelo 3		224,35		29,91

4.2.3 Modelos de Crescimento

Na Tabela 4.16 observa-se as estimativas dos parâmetros e os erros padrões dos modelos volumétricos associados as distribuições simétricas.

Tabela 4.16: Estimativas dos parâmetros dos modelos de crescimento (Grupo II).

Modelos	Distribuições	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Chapman	Normal	207,695252	2,030440	1,131660	0,001779	-0,099778
		(11,106401)	(0,002356)	(0,011983)	(0,000507)	(0,008426)
	t_3	300,001329	2,025247	1,070780	0,023200	-0,071067
Richards	Exponencial	(13,991238)	(0,002927)	(0,015550)	(0,005580)	0,023869
		200,001945	2,034224	1,159618	0,003176	-0,114334
	Potência ($\tau = 0,8$)	(7,758364)	(0,004500)	(0,012603)	(0,000429)	(0,008455)
Modelo de	Logística II	117,946174	2,015549	1,295485	0,003446	-0,197464
		(8,977483)	(0,004415)	(0,016142)	(0,000963)	(0,012602)
	Normal	384,269366	2,030343	1,134712	-0,096427	
Schumacher e Hall	Normal	(6,549684)	(0,002328)	(0,010273)	(0,006668)	
		358,077752	2,028521	1,148917	-0,088243	
	t_3	(6,046875)	(0,002579)	(0,010087)	(0,006645)	
modificado I	Exponencial	368,997328	2,032105	1,167971	-0,107022	
		(10,829865)	(0,004539)	(0,018550)	(0,011105)	
	Potência ($\tau = 0,8$)	367,082834	2,028463	1,144657	-0,092079	
Modelo de	Logística II	(6,363800)	(0,002749)	(0,010452)	(0,006557)	
		280,558167	2,029777	1,142513	0,001624	
	Normal	(6,605719)	(0,002311)	(0,010354)	(0,000107)	
Schumacher e Hall	Normal	283,322511	2,027146	1,132071	0,001343	
		(6,073959)	(0,002636)	(0,009662)	(0,000114)	
	t_3	299,989892	2,035672	1,119793	0,001522	
modificado II	Exponencial	(0,000026)	(0,002159)	(0,001568)	(0,000047)	
		280,068669	2,027708	1,139747	0,001507	
	Potência ($\tau = 0,8$)	(6,599642)	(0,002468)	(0,010268)	(0,000108)	
	Logística II					

O modelo de Chapman-Richards associado as distribuições Normal e t de Student com 3 graus de liberdade obtiveram os melhores resultados, de acordo com o critério EPAM (Tabela 4.17), ambos com um erro percentual absoluto médio de 3,24%.

Tabela 4.17: Estatística EPAM para seleção das equações (Grupo II).

Modelos	Distribuições	EPAM	Ranqueamento
Chapman	Normal	3,24	1
	t_3	3,24	1
Richards	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,36	5
	Logística II	3,76	9
Schumacher e Hall	Normal	3,26	3
	t_3	3,41	6
modificado I	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,43	7
	Logística II	3,34	4
Schumacher e Hall	Normal	3,87	11
	t_3	3,85	10
modificado II	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,70	8
	Logística II	3,87	11

Na Figura 4.17 observa-se o erro percentual versus o índice das observações para os modelos de Chapman-Richards associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade e associado a distribuição Normal, como testemunha. Observa-se que os modelos estão superestimando o volume das árvores no início do experimento. No entanto, esse comportamento é minimizado no modelo de Chapman-Richards associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade. Verifica-se também, neste modelo que, os erros percentuais estão mais concentrados e próximos de zero, validando assim o modelo.

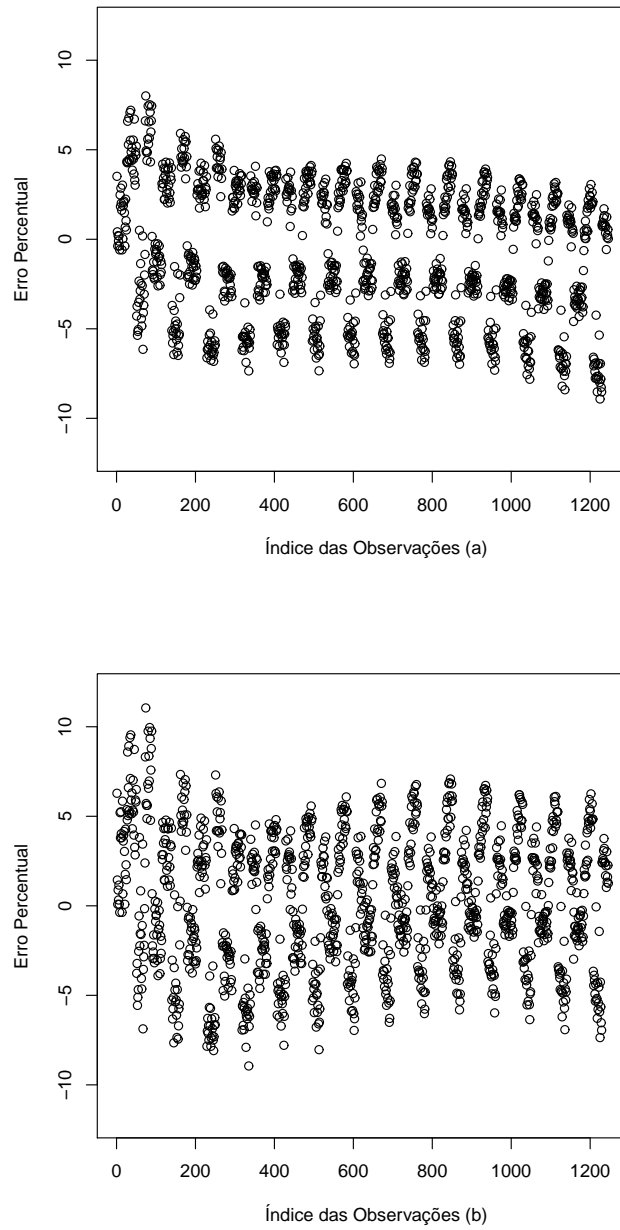


Figura 4.17: Erro percentual dos modelos de Chapman-Richards associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade (a) e associado a distribuição Normal (b) (Grupo II).

Desta forma, a equação final para estimar o crescimento em volume dos clone de *Eucalyptus* spp. é dada por:

$$\hat{V}_{ij} = 0,300001329 DAP_{ij}^{2,025247} H_{ij}^{1,070780} (1 - \exp(-0,0232t_{ij}))^{-0,071067}. \quad (4.4)$$

Observa-se na Figura 4.18 a curva do volume médio observado (m^3) e as curvas médias ajustadas (m^3) dos modelos de Chapman-Richards associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade (modelo 1) e Chapman-Richards associado a distribuição Normal (modelo 2). Observa-se que os dois modelos, em média, apresentaram ajustes significativos. No entanto, o modelo 1 perde um pouco de precisão nas últimas medições.

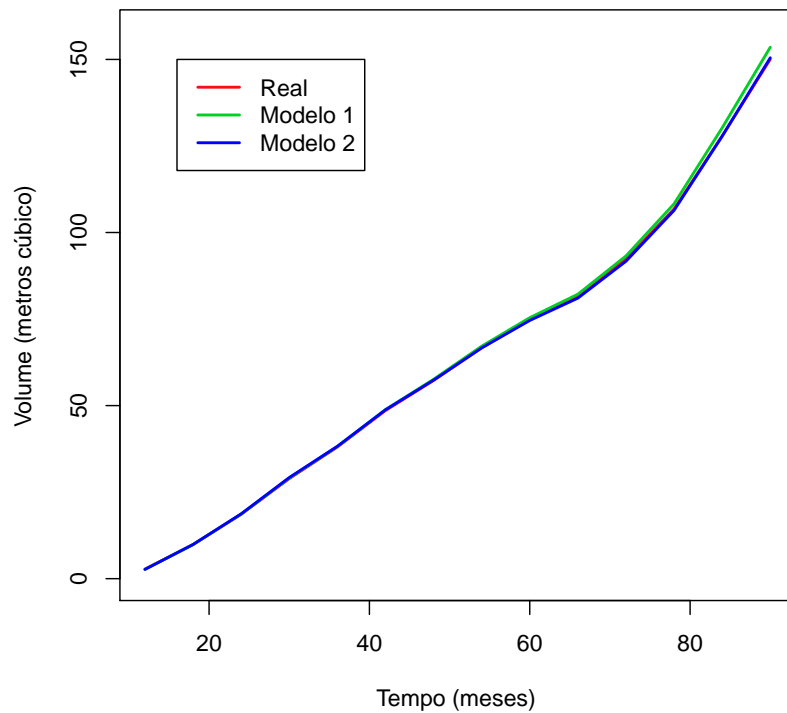


Figura 4.18: Evolução do crescimento médio em volume ao longo do tempo (Grupo II).

4.3 Grupo III

No grupo III, que corresponde ao tratamento 11, o número total de árvores sobreviventes no experimento foi de 72 árvores, que corresponde a uma taxa de mortalidade de 28%.

Na Tabela 4.18 observa-se a média e o coeficiente de variação (CV) para as variáveis *DAP* (cm), altura (m) e volume (m^3). Na medição realizada aos 12 meses as árvores apresentaram um *DAP* médio de 5,0 cm, uma altura média de 5,2 m e um volume médio de 0,005 m^3 . Aos 90 meses as árvores apresentaram um *DAP* médio de 14,6 cm, uma altura média de 17,1 m e um volume médio de 0,143 m^3 . A maior variabilidade relativa ocorreu na variável volume, com percentuais acima de 30%, e a menor variabilidade relativa ocorreu na variável altura, com percentuais inferiores a 10% a partir dos 24 meses.

Tabela 4.18: Estatística descritiva do *DAP*, altura e volume dos clones de *Eucalyptus* spp., nas diferentes idades (Grupo III).

Medidas	Tempo (meses)	<i>DAP</i> (cm)		Altura (m)		Volume (m^3)	
		Média	CV	Média	CV	Média	CV
01	12	5,0	19,3	5,2	17,0	0,005	41,2
02	18	6,7	17,6	7,9	10,6	0,014	35,5
03	24	8,5	15,0	9,7	9,6	0,026	30,3
04	30	9,5	16,2	10,8	8,9	0,037	33,6
05	36	10,4	19,7	11,6	8,9	0,048	41,7
06	42	11,0	22,2	12,3	8,9	0,057	48,8
07	48	11,5	22,9	12,8	9,0	0,066	50,5
08	54	11,8	23,1	13,3	9,3	0,073	51,9
09	60	12,2	22,8	13,9	9,0	0,081	51,8
10	66	12,4	23,0	14,5	9,3	0,087	52,7
11	72	12,7	23,0	15,2	9,3	0,095	51,7
12	78	13,0	23,1	16,0	9,8	0,106	51,9
13	84	13,8	23,7	16,6	8,7	0,124	53,1
14	90	14,6	24,6	17,1	9,1	0,143	54,5

4.3.1 Distribuição Diamétrica

Observa-se na Figura 4.19 o box-plot da variável *DAP* no período de 12 a 90 meses. Dentre as 72 árvores, o menor *DAP* foi de 2,1 cm, aos 12 meses, e o maior *DAP* foi de 24,7 cm, aos 90 meses. Observa-se também um crescimento mais acentuado durante os primeiros 36 meses. Outro aspecto importante é a presença de observações extremas. Desde a primeira medição da variável *DAP* até os 72 meses observa-se algumas árvores com o crescimento bem abaixo das demais. Comportamento análogo ocorre a partir dos 36 meses, em que um número maior de árvores se destacam com um crescimento mais acentuado.

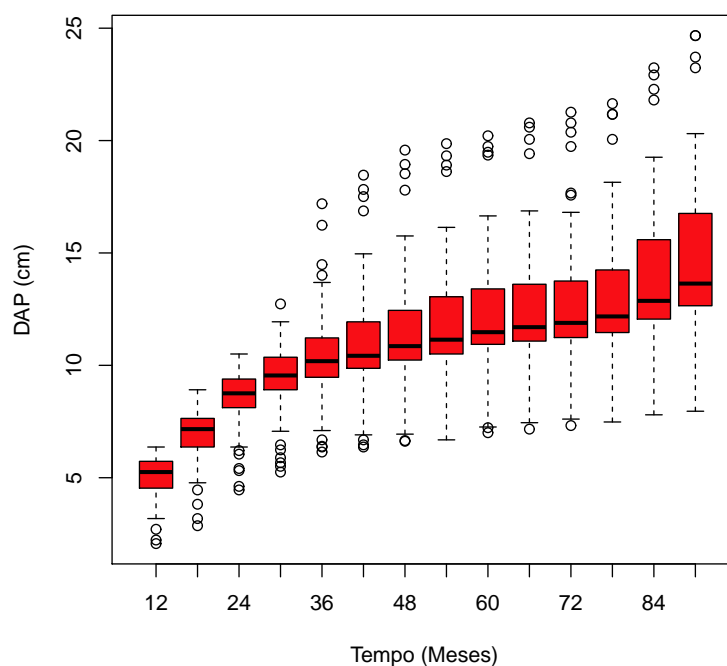


Figura 4.19: Evolução do *DAP*, nas diferentes idades dos tratamentos (Grupo III).

Na Tabela 4.19 é possível observar o valor da estatística KS para o período analisado. A distribuição Weibull foi a mais adequada nas 4 primeiras medições e aos 84 meses. Aos 36 meses, a função que melhor representou a distribuição diamétrica foi a Gama. A distribuição Log-normal obteve o melhor resultado no período entre 42 e 78 meses e aos 90 meses. Esse resultado é similar ao encontrado nos grupos I e II.

Tabela 4.19: Seleção das equações de probabilidade de acordo com o teste KS (Grupo III).

Tempo (meses)	Distribuições				Distribuição Selecionada
	Normal	Log-normal	Weibull	Gama	
12	0,094	0,120	0,078	0,112	Weibull
18	0,088	0,115	0,069	0,106	Weibull
24	0,128	0,152	0,084	0,143	Weibull
30	0,154	0,197	0,116	0,182	Weibull
36	0,145	0,130	0,135	0,119	Gama
42	0,176	0,133	0,150	0,148	Log-normal
48	0,169	0,127	0,148	0,142	Log-normal
54	0,171	0,128	0,133	0,143	Log-normal
60	0,170	0,134	0,151	0,144	Log-normal
66	0,169	0,126	0,147	0,141	Log-normal
72	0,172	0,129	0,138	0,144	Log-normal
78	0,184	0,141	0,142	0,156	Log-normal
84	0,176	0,138	0,133	0,153	Weibull
90	0,192	0,149	0,150	0,165	Log-normal

Na Tabela 4.20 observa-se as estimativas dos parâmetros das distribuições selecionadas. A distribuição Weibull foi a mais apropriada aos 12, 18, 24, 30 e 84 meses, a distribuição Gama aos 36 meses e a Log-normal dos 42 aos 78 meses e aos 90 meses.

Tabela 4.20: Estimativas dos parâmetros das distribuições diamétricas selecionadas, nas diferentes idades (Grupo III).

Tempo (meses)	Distribuição	coeficientes			
		$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
12	Weibull	5,18	4,93	0,55	7,55
18	Weibull	7,09	5,16	2,29	6,48
24	Weibull	8,76	9,73	-0,58	12,67
30	Weibull	9,51	14,72	-4,65	11,21
36	Gama	10,39	2,02	26,50	0,39
42	Log-normal	10,96	2,38	–	–
48	Log-normal	11,50	2,57	–	–
54	Log-normal	11,84	2,68	–	–
60	Log-normal	12,19	2,73	–	–
66	Log-normal	12,40	2,77	–	–
72	Log-normal	12,72	2,85	–	–
78	Log-normal	13,03	2,94	–	–
84	Weibull	13,82	6,84	6,96	2,11
90	Log-normal	14,61	3,51	–	–

Nas Figuras 4.20, 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24 é possível observar os gráficos das distribuições dos diâmetros e as respectivas curvas das distribuições Normal, Weibull, Log-normal e Gama nas diferentes idades.

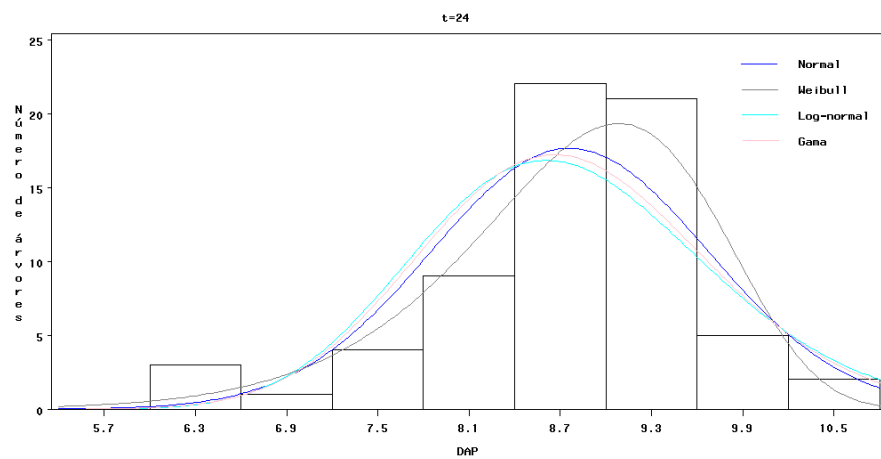
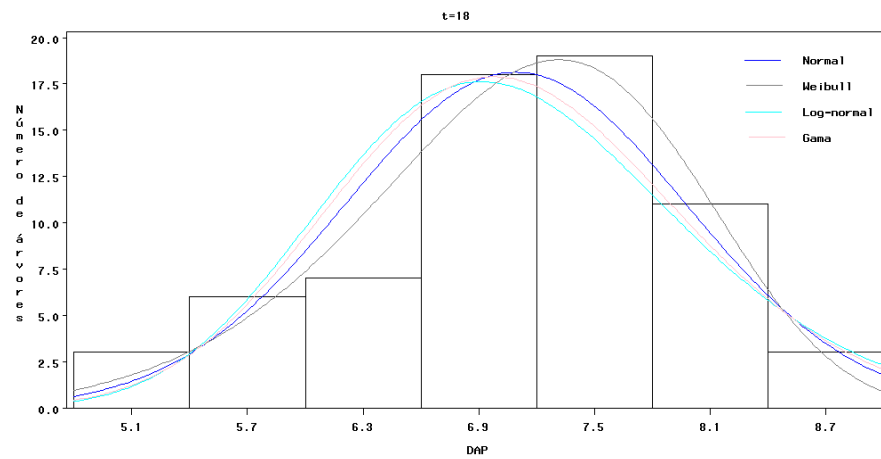
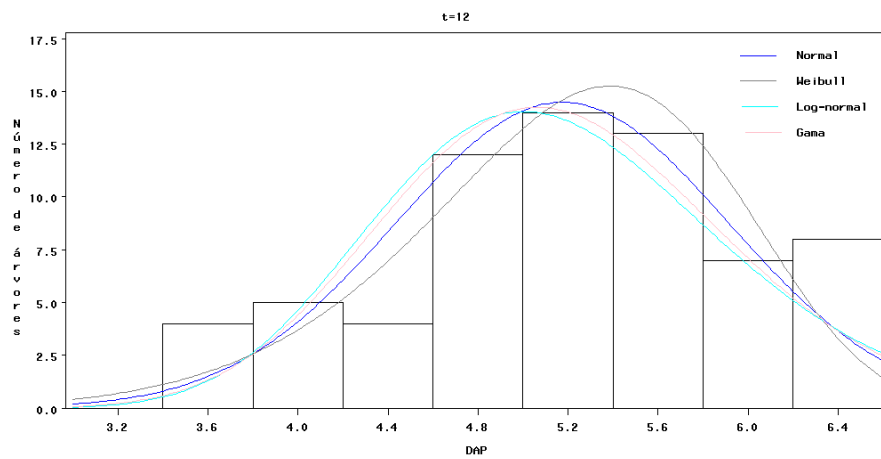


Figura 4.20: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 12, 18 e 24 meses (Grupo III).

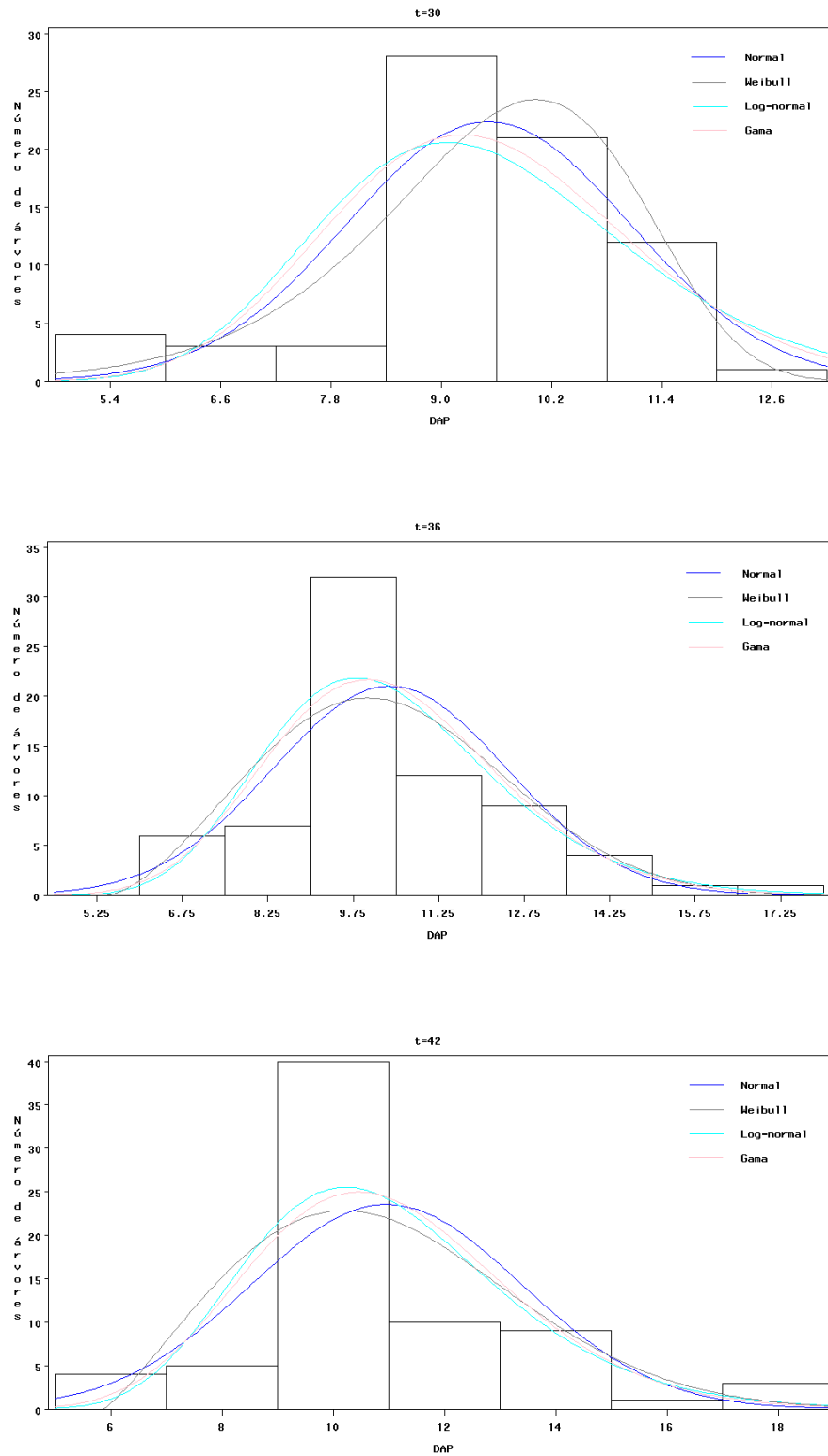


Figura 4.21: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 30, 36 e 42 meses (Grupo III).

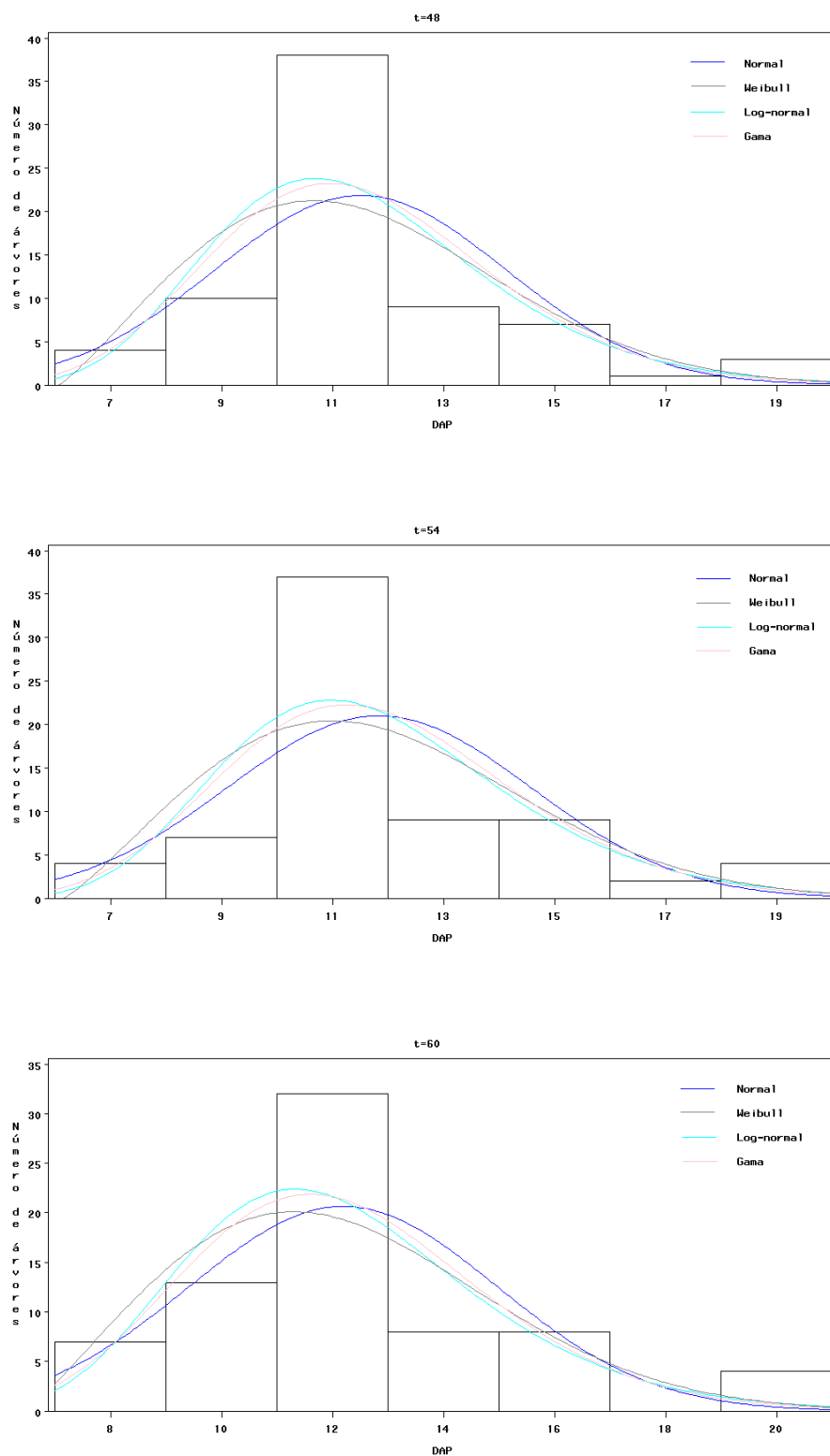


Figura 4.22: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 48, 54 e 60 meses (Grupo III).

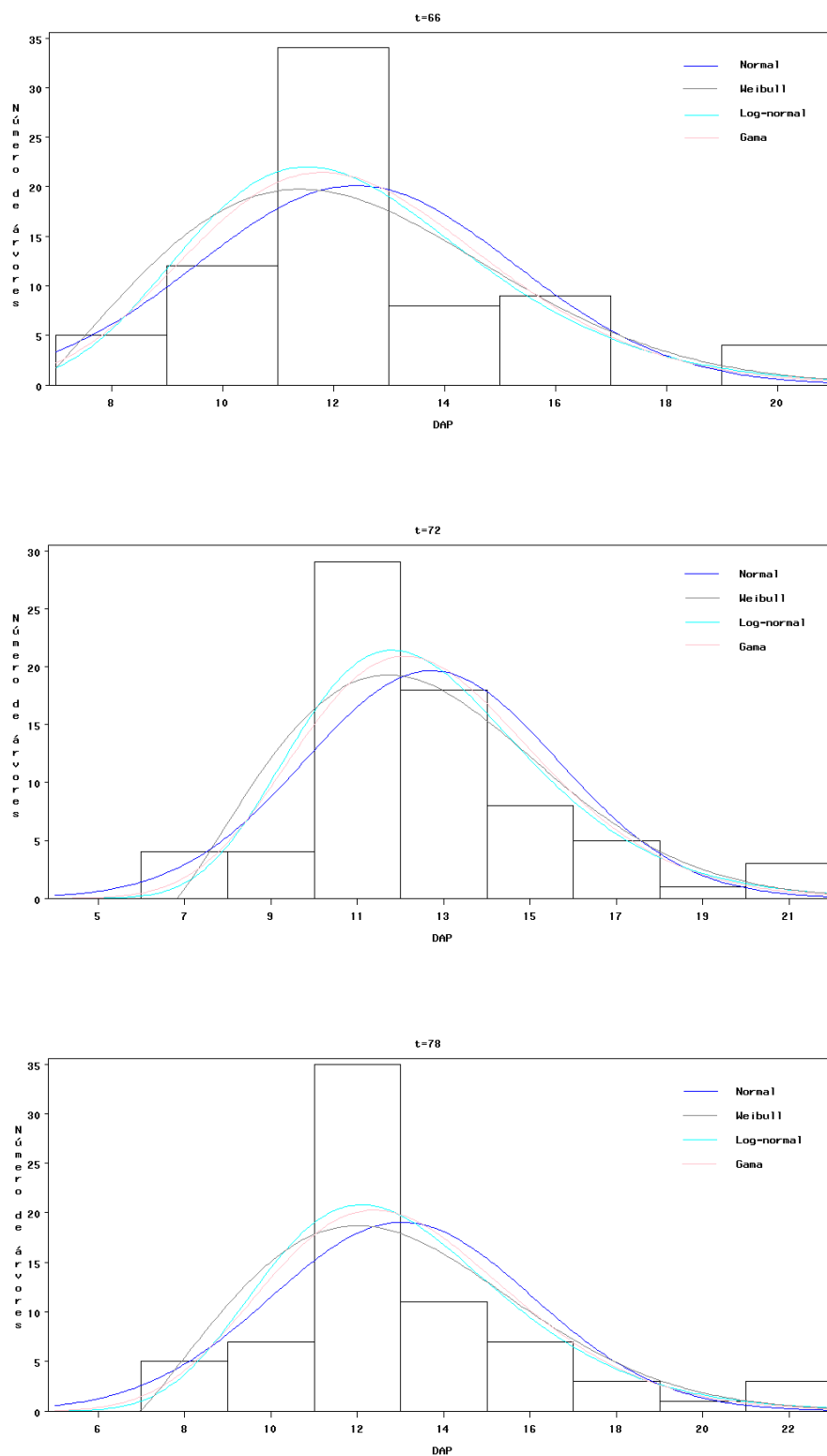


Figura 4.23: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 66, 72 e 78 meses (Grupo III).

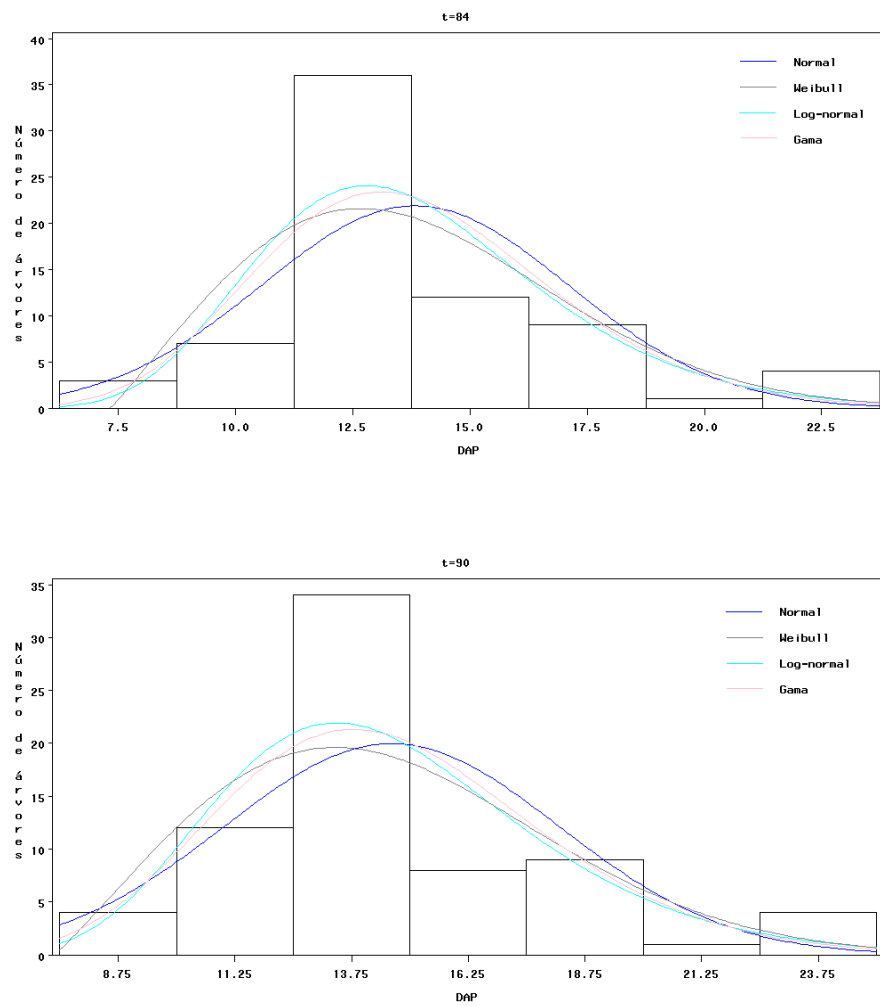


Figura 4.24: Distribuições diamétricas e as curvas das distribuições ajustadas, nas idades 84 e 90 meses (Grupo III).

4.3.2 Modelos Volumétricos

Na Tabela 4.21 observa-se as estimativas dos parâmetros e os erros padrões dos modelos volumétricos associados as distribuições simétricas.

Tabela 4.21: Estimativas dos parâmetros dos modelos volumétricos (Grupo III).

Modelos	Distribuições	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
Schumacher	Normal	243,578924	1,893470	1,066942
		(16,609724)	(0,010834)	(0,019638)
	t_3	268,160935	1,935046	1,065950
		(19,267270)	(0,013813)	(0,016821)
e	Exponencial	410,353881	2,014902	0,966652
Hall	Potência ($\tau = 0,8$)	(65,587190)	(0,026012)	(0,039026)
	Logística II	159,873775	1,815445	1,164176
		(11,037315)	(0,014307)	(0,016997)
Spurr	Normal	346,210663	0,967370	–
		(1,444011)	(0,003700)	–
	t_3	363,061117	0,994192	–
		(1,073220)	(0,001968)	–
	Exponencial	361,573439	0,996330	–
		Potência ($\tau = 0,8$)	(0,631916)	(0,001505)
	Logística II	353,419493	0,977189	–
		(2,212488)	(0,004151)	–

O modelo que obteve o melhor resultado, pelo critério EPAM, foi o modelo de Spurr associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (Tabela 4.22). Esse modelo teve o erro percentual reduzido em aproximadamente 23% quando comparado com o mesmo modelo associado a distribuição Normal. Outro aspecto que merece destaque é o fato dos modelos com distribuições mais robustas, em geral, se saírem melhores do que os modelos associados a distribuição Normal.

Tabela 4.22: Estatística EPAM para seleção das equações (Grupo III).

Modelos	Distribuições	EPAM	Ranqueamento
Schumacher	Normal	3,81	4
	t_3	3,72	2
e	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,76	3
Hall	Logística II	3,81	4
	Normal	4,65	8
Spurr	t_3	3,90	6
	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,60	1
	Logística II	4,36	7

Na Figura 4.25 observa-se o erro percentual versus o índice das observações para o modelo de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$), modelo com melhor resultado, e o modelo de Schumacher e Hall e o modelo de Spurr associados a distribuição Normal, como testemunha. Observa-se que no modelo de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) os erros percentuais estão mais próximos de zero. É possível observar também que o modelo de Spurr associado a distribuição Normal está subestimando o volume das árvores no início do experimento.

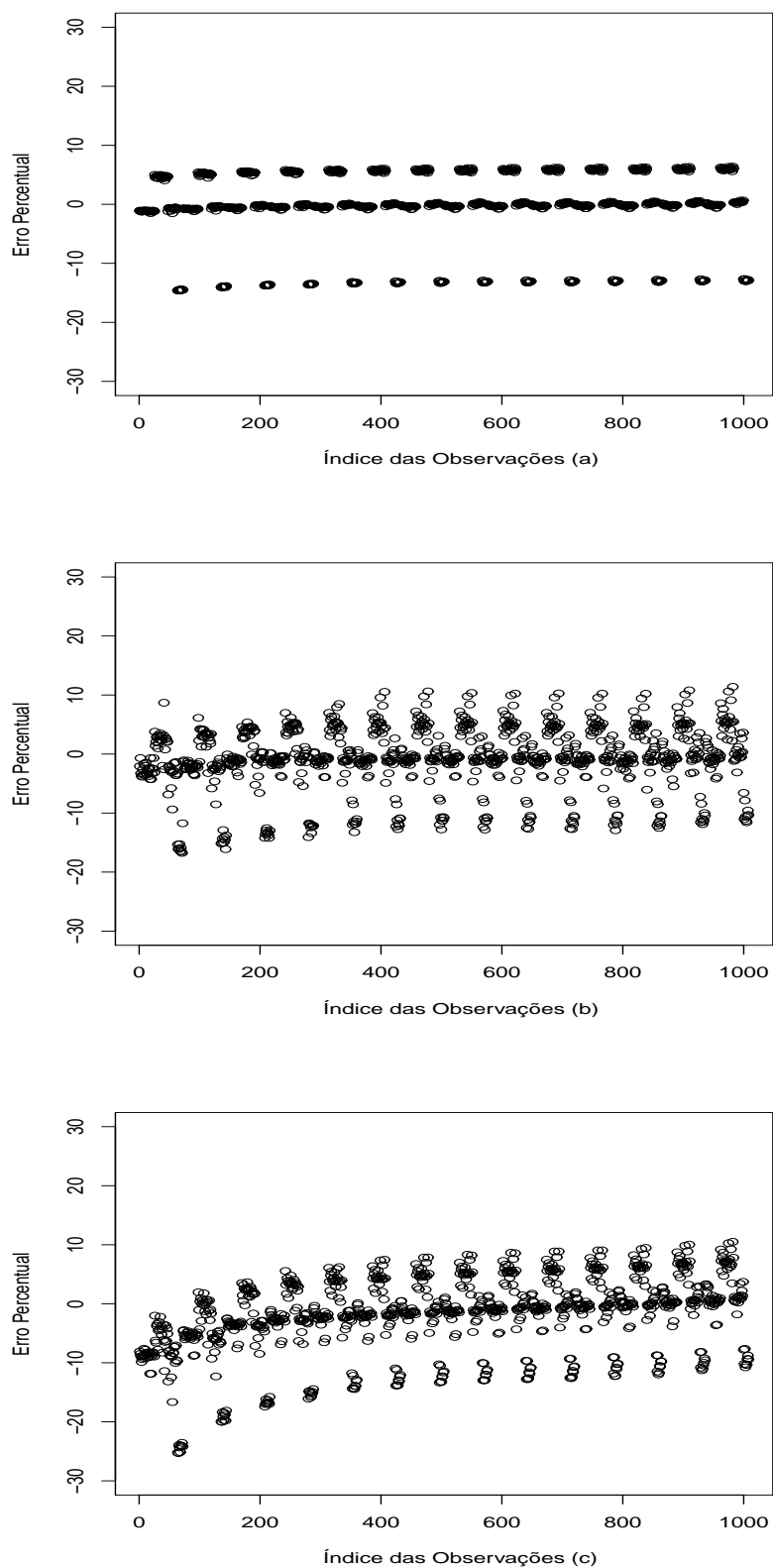


Figura 4.25: Erro percentual do modelos de Spurr associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (a), Schumacher e Hall associado a distribuição Normal (b) e Spurr associado a distribuição Normal (c) (Grupo III).

Assim, a equação final para estimar o volume dos clone de *Eucalyptus* spp. é expressa por:

$$\hat{V}_i = 0,361573439(DAP_i^2 H_i)^{0,99633}. \quad (4.5)$$

Na Tabela 4.23 observa-se o volume real e projetado, em $m^3/ha/ano$, bem como o incremento médio anual (IMA) observado e estimado, em $m^3/ha/ano$. Os volumes estimados correspondem aos modelos de Spurr associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (modelo 1), Schumacher e Hall associado a distribuição Normal (modelo 2) e Spurr associado a distribuição Normal (modelo 3).

No modelo 1, modelo com melhor ajuste, o volume estimado (m^3/ha) está também muito próximo ao real. Nesse modelo, observou-se um erro de estimativa inferior a 0,5%.

Tabela 4.23: Volume (m^3/ha) e IMA ($m^3/ha/ano$) reais e estimados (Grupo III).

Modelos	Vol Real (m^3/ha)	Vol Estimado (m^3/ha)	IMA Real ($m^3/ha/ano$)	IMA Estimado ($m^3/ha/ano$)
Modelo 1		171,92		22,92
Modelo 2	171,33	169,97	22,84	22,66
Modelo 3		168,45		22,46

4.3.3 Modelos de Crescimento

Na Tabela 4.24 observa-se as estimativas dos parâmetros e os erros padrões dos modelos volumétricos associados as distribuições simétricas.

Tabela 4.24: Estimativas dos parâmetros dos modelos de crescimento (Grupo III).

Modelos	Distribuições	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
Chapman	Normal	382,572785	1,898096	0,942763	0,004923	0,080565
		(36,288507)	(0,010116)	(0,028945)	(0,002965)	(0,022232)
	t_3	128,744040	1,764253	1,203403	1,293277	0,787015
Richards	Exponencial	(5,494469)	(0,008481)	(0,011919)	(0,000154)	(0,000016)
		177,685900	1,842057	1,143980	1,134549	0,741561
	Potência ($\tau = 0,8$)	(15,139044)	(0,018846)	(0,018832)	(23,040945)	(2,559516)
Modelo de	Logística II	161,871671	1,815361	1,159642	0,118814	0,081453
		(12,733685)	(0,014376)	(0,021408)	(0,226081)	(0,379079)
Schumacher e Hall	Normal	260,845097	1,899456	0,933282	0,073501	–
		(18,144840)	(0,010799)	(0,036808)	(0,017215)	–
	t_3	247,117445	1,922405	1,122332	-0,023024	–
modificado I	Exponencial	(23,645163)	(0,018238)	(0,031097)	(0,008745)	–
		444,470094	2,024759	0,911480	0,021237	–
	Potência ($\tau = 0,8$)	(49,839994)	(0,015951)	(0,045559)	(0,011829)	–
Modelo de	Logística II	160,837554	1,816269	1,157187	0,003500	–
		(11,705910)	(0,014685)	(0,031518)	(0,013296)	–
Schumacher e Hall	Normal	322,625492	1,899697	0,938198	-0,001195	–
		(0,000009)	(0,008285)	(0,009572)	(0,000200)	–
	t_3	286,547461	1,956998	1,065006	0,000276	–
modificado II	Exponencial	(11,935955)	(0,008375)	(0,013632)	(0,000122)	–
		399,377699	1,999355	0,956196	-0,000338	–
	Potência ($\tau = 0,8$)	(0,000768)	(0,005105)	(0,006258)	(0,000103)	–
Modelo de	Logística II	180,819962	1,830139	1,123704	-0,000235	–
		(10,588868)	(0,012126)	(0,021078)	(0,000200)	–

O modelo com melhor resultado foi o de Schumacher e Hall modificado II associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (Tabela 4.25). Esse modelo obteve um erro percentual absoluto médio de 3,69%, que representa uma redução de aproximadamente 19% quando comparado ao mesmo modelo associado a distribuição Normal.

Tabela 4.25: Estatística EPAM para seleção das equações (Grupo III).

Modelos	Distribuições	EPAM	Ranqueamento
Chapman	Normal	4,04	10
	t_3	3,91	9
Richards	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,86	7
	Logística II	3,83	5
Schumacher e Hall	Normal	4,10	11
	t_3	3,76	3
modificado I	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,86	7
	Logística II	3,82	4
Schumacher e Hall	Normal	4,54	12
	t_3	3,75	2
modificado II	Exponencial Potência ($\tau = 0,8$)	3,69	1
	Logística II	3,84	6

Observa-se na Figura 4.26 o erro percentual versus o índice das observações para o modelo de Schumacher e Hall modificado II associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$), modelo com melhor ajuste, e o modelo Chapman-Richards associado a distribuição Normal, como testemunha. Verifica-se que no modelo de Schumacher e Hall modificado II associado a distribuição Exponencial Potência os erros percentuais estão mais próximos de zero.

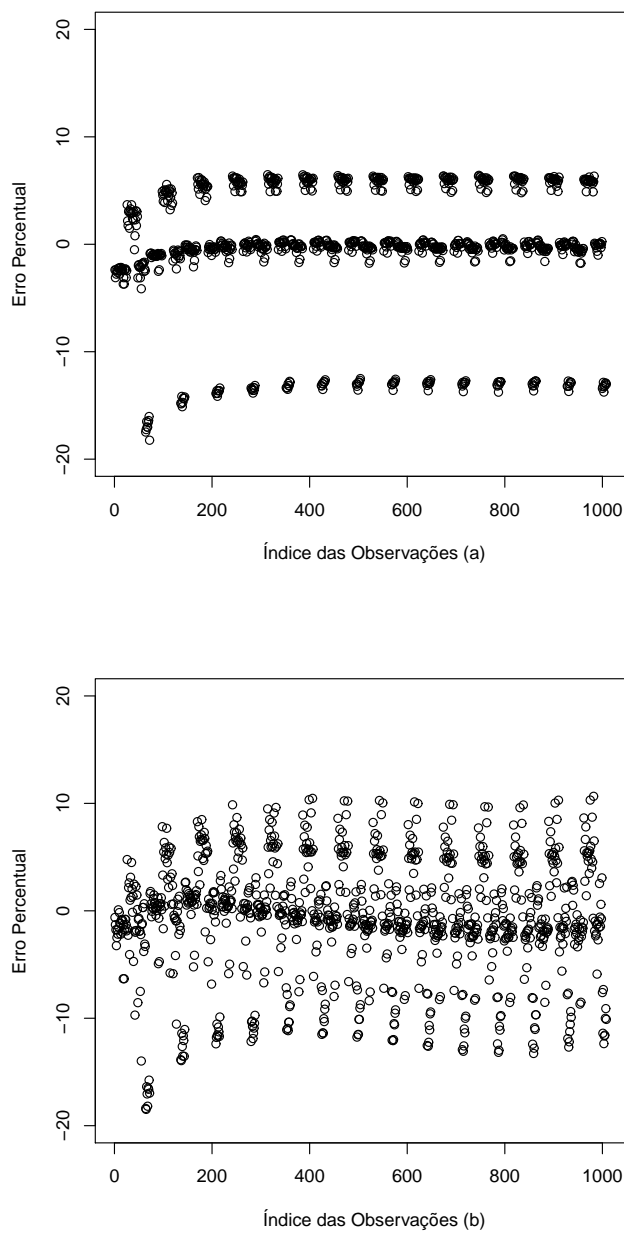


Figura 4.26: Erro percentual dos modelos de Schumacher e Hall modificado II associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (a) e Chapman-Richards associado a distribuição Normal (b) (Grupo III).

Assim, a equação final para estimar o crescimento em volume dos clone de *Eucalyptus* spp. é dada por:

$$\hat{V}_{ij} = 0,399377699DAP_{ij}^{1,999355}H_{ij}^{0,956196}exp(0,000338t_{ij}). \quad (4.6)$$

Na Figura 4.27 observa-se a curva do volume médio observado (m^3) e as curvas médias ajustadas (m^3) dos modelos de Schumacher e Hall modificado II associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) (modelo 1) e Chapman-Richards associado a distribuição Normal (modelo 2). É possível visualizar que ambos os modelos apresentaram, em média, ótimas estimativas.

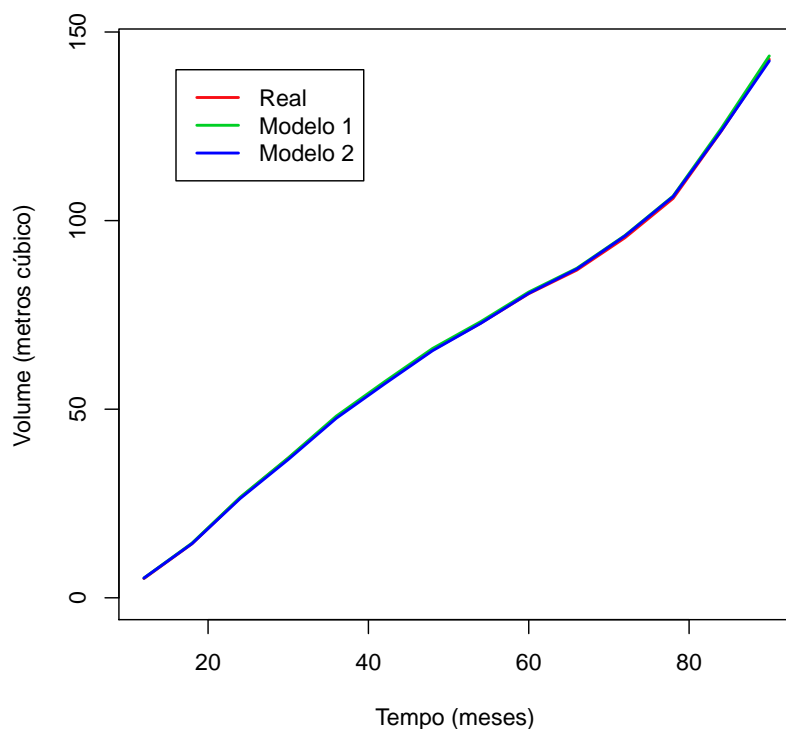


Figura 4.27: Evolução do crescimento médio em volume ao longo do tempo (Grupo III).

Sabe-se que pelas próprias características de crescimento rápido e adaptação ao clima local, o estoque em volume dos *Eucalyptus* é bem elevado em relação ao estoque da vegetação da Caatinga. Comparando os valores encontrados com os estoques de volume na Caatinga, Francelino et al. (2003) estudando distintas formações florestais da Caatinga do Rio Grande do Norte, encontraram volumes que variaram de $52,60 m^3/ha$ para a formação mais aberta e $108,73 m^3/ha$ para a vegetação mais fechada. Mesmo para a vegetação

mais densa, esses valores ainda são inferiores aos encontrados neste estudo.

A diferença entre a produtividade dos *Eucalyptus* quando comparados aos valores da Caatinga, confirmam a grande importância da implantação de florestas de *Eucalyptus* com fins energéticos na Região do Araripe, e se essas forem plantadas em larga escala, caso não ocorra nenhuma alteração externa do ambiente, doenças ou pragas, serão responsáveis por grandes rendimentos em volume de madeira para a região, o que ajudaria a minimizar o elevado processo de degradação na vegetação nativa. Apesar dos resultados encontrados, o Clone *Eucalyptus urophylla* (polinização controlada) destacou-se com um ótimo rendimento em volume, obtendo um produção de $222,57 \text{ m}^3/\text{ha}$.

Um aspecto que merece destaque é o fato de que os modelos com distribuições mais robustas obtiveram, em geral, melhores ajustes do que os modelos associados à distribuição Normal, com destaque para as distribuições t de Student e Exponencial Potência. Resultados similares também foram encontrados em outros estudos utilizando modelos simétricos. Lima-Filho et al. (2012) estudaram o crescimento em altura de clones de Híbrido de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus tereticornis* x *Eucalyptus pellita* (polinização controlada) e concluíram que o modelo de Chapman-Richards associado a distribuição t de Student com 2 graus de liberdade obteve o melhor ajuste.

5 Conclusão

A predição do crescimento e da produção é parte fundamental do processo de planejamento dos povoamentos florestais.

De acordo com os objetivos desta tese, as principais contribuições e conclusões encontram-se resumidas a seguir:

Os resultados das distribuições diamétricas foram similares nos três grupos analisados. A distribuição Weibull com três parâmetros foi a mais significativa, na maioria das vezes, nas primeiras medições. As distribuições Normal e Gama tiveram os piores desempenho entre as quatro distribuições estudadas. Essas distribuições foram mais significativas, na maioria das vezes, em uma única medição em cada grupo avaliado. A distribuição de probabilidade com o melhor resultado foi a Log-normal. Essa distribuição foi a mais significativa, na maioria dos casos, dos 36 aos 90 meses.

Após todas as análises dos modelos volumétricos, observou-se que, em geral, o modelo de Shumacher e Hall propiciou estimativas mais precisas que o modelo de Spurr. No grupo I, o modelo de Shumacher e Hall associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade obteve o melhor desempenho, apresentando um erro percentual absoluto médio de 2,46%. No grupo II, com um erro percentual absoluto médio de 3,11%, o modelo de Schumacher e Hall associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) obteve os melhores ajustes. No grupo III, o modelo de Spurr associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) apresentou o melhor desempenho, obtendo um erro percentual absoluto médio de 3,60%. Nos modelos selecionados nos três grupos observou-se um erro de estimativa máxima de 1% para o volume (m^3/ha).

Com relação aos modelos de crescimento em volume, observou-se que no grupo I o modelo de Shumacher e Hall modificado I associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade apresentou os melhores resultados, obtendo um erro percentual absoluto médio de 2,43%. No grupo II, o modelo de Chapman-Richards associado a distribuição t de Student com 3 graus de liberdade obteve o melhor desempenho, apresentando um

erro percentual absoluto médio de 3,24%. No grupo III, com um erro percentual absoluto médio de 3,69%, o modelo de Schumacher e Hall modificado II associado a distribuição Exponencial Potência ($\tau = 0,8$) obteve os melhores ajustes.

Desta forma, é possível concluir que novos modelos, associado as distribuições simétricas, são relevantes para os estudos de modelagem de forma prática e bastante úteis para análise de dados reais. Espera-se que esta pesquisa possa contribuir de forma efetiva no sentido de ampliar as possibilidades de análise para os modelos de produção e crescimento adotados em ciências florestais, objetivando assim estimativas mais precisas.

Como trabalhos futuros, pretende-se realizar, nos modelos de produção e crescimento associados as distribuições simétricas, uma análise de resíduos e diagnósticos; ajustar os modelos adotados nesta tese com erro de medição nas variáveis; ajustar os modelos desta tese por meio dos modelos simétricos mistos; e ajustar os modelos desta tese por meio de validação cruzada.

Referências Bibliográficas

- ABREU, E. C. R. et al. Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 61, p. 86-102, jun. 2002.
- ACHCAR, J. A.; PEREIRA, G. A. Use of exponential power distribution for mixture models in the presence of covariates. **Journal of Applied Statistics**, v. 26, n. 6, p. 669-679, 1999.
- ALMEIDA, A. C. et al. Needs and opportunities for using a process-based productivity model as a practical tool in fast growing Eucalyptus plantations. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 193, n. 1-2, p. 167177, 2004.
- ANDERSON, T. W.; FANG, K. T. Cochran's theorem for elliptically contoured distributions. **Sankhya**, v. 49, p. 305-315, 1987.
- ARAÚJO, S. M. S.; MACHADO, I. F.; MARTINS, L. A. M. Aspectos da Indústria extrativa mineral do pólo gesso do Araripe-PE. **Revista da Unipe**, João Pessoa, v. 9, n. 1, p. 103-111, 2005.
- ARELLANO-VALLE, R. B. Elliptical Structural Models. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 25, n. 10, p. 2319-2342, 1996.
- ASSIS, A. L. et al. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa e diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 12, n. 1, p. 89-107, 2004.
- ATECEL **Diagnóstico energético do setor industrial do pólo gesso da meso região de Araripina-PE**. Campina Grande: UFCG, 2006. 126p.
- BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distribution with the Weibull-function. **Forest Science**, Bethesda, v. 19, n. 2, p. 97-104, jun. 1973.
- BARRA, O. S. V. et al. Proposta Metodológica para o Ajuste Ótimo da Distribuição Diamétrica Weibull 3P. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 34, n. 3, p. 387-393, set./dez. 2004.
- BARTOSZECK, A. C. P. S. et al. A distribuição diamétrica para bracatingais em diferentes idades, sítios e densidades da região metropolitana de Curitiba. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 34, n. 3, p. 305-324, set./dez. 2004.
- BENNET, F. A. Variable-density yield tables for managed stands of natural slash pine. **U.S.D.A. Forest Service**, Southeastern Forest Experiment Station, Research Note SE-141, 1970.
- BERKANE, M.; BENTLER, P. M. Moments of elliptical distributed random variates. **Statistics and Probability Letters**, North-Holland, v. 4, n. 6, p. 333-335, out. 1986.

- BINOTI, D. H. B. et al. Eficiência das funções Weibull e hiperbólica para descrição de distribuições diamétricas de povoamentos de *Tectona grandis*. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 35, n. 2, p. 299-306, 2011.
- BINOTI, D.H.B. et al. Funções densidade de probabilidade para descrição de distribuição diamétrica de povoamentos desbastados de *Tectona grandis*. **Cerne**, Lavras, v. 18, n. 2, p. 185-196, abr./jun. 2012.
- BLISS, C. I.; REINKER, K. A. A lognormal approach to diameter distributions in even-aged stands. **Forest Science**, Bethesda, v. 10, n. 3, p. 350-360, set. 1964.
- BORDERS, B. E. et al. Percentile-based distributions characterize forest stand tables. **Forest Science**, Bethesda, v. 33, n. 2, p. 570-576, jun. 1987.
- BOX, G. E. P.; COX, D. R. An analysis of transformation. **Journal of the Royal Statistical Society**, Series B, v. 26, n. 2, p. 211-252, 1964.
- BOX, M. J.; TIAO, G. C. **Bayesian Inference in Statistical Analysis**. New York: John Wiley, 1992. 608p.
- CAMBANIS, S.; HUANG, S.; SIMONS, G. On the theory of elliptically contoured distributions. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 7, p. 551-559, 1981.
- CAO, Q. V. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. **Forest Science**, Bethesda, v. 50, n. 4, p. 682-685, 2004.
- CHMIELEWSKI, M. A. Elliptically symmetric distributions: a review and bibliography. **International Statistical Review**, v. 49, p. 67-74, 1981.
- CHOY, S. T. B.; SMITH, A. F. M. On Robust Analysis of a Normal Location Parameter. **Journal of the Royal Statistical Society**, Series B, v. 59, p. 463-474, 1997.
- CLUTTER, J. L. et al. **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley, 1983. 333p.
- CONOVER, W. J. **Practical nonparametric statistics**. New York: John Wiley, 1980. 592p.
- CORDEIRO, G. M. **Introdução à teoria Assintótica**. Rio de Janeiro: IMPA, 1999. 97p.
- CORDEIRO, G. M. et al. Corrected maximum likelihood estimation in a class of symmetric nonlinear regression models. **Statistics and Probability Letters**, v. 46, p. 317-328, 2000.
- CORDEIRO, G. M. Corrected LR tests in symmetric nonlinear regression models. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 74, n. 5, p. 609-620, 2004.
- CORDEIRO, G. M.; ANDRADE, M. G. Transformed symmetric models. **Statistical Modelling**, v. 11, n. 4, p. 371-388, 2011.
- CYSNEIROS, F. J. A.; PAULA, G. A. Restricted Methods in Symmetrical Linear Regression Models. **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 49, n. 3, p. 689-708, 2005a.
- CYSNEIROS, F. J. A.; PAULA, G. A.; GALEA, M. **Modelos Simétricos Aplicados**. São Pedro: SINAPE, 2005b. 89p.

- CYSNEIROS, F. J. A. et al. Corrected Maximum Likelihood Estimators in Heteroscedastic Symmetric Nonlinear Models. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 80, n. 4, p. 451-461, abr. 2010.
- DAVIS, L. S.; JOHNSON, K. N. **Forest management**. New York: McGraw-Hill, 1987. 544p.
- DEVLIN, S. J.; GNANADESIKAN, R.; KETTENRING, J. R. Some multivariate applications of elliptical distributions. **Essays in Probability and Statistics**, Tokyo: Shinko Tsusho Co, v. 24, p. 365-393, 1976.
- ENCARNAÇÃO, C. R. F. da **Observações meteorológicas e tipos climáticos das unidades e campos experimentais da empresa IPA**. Recife: IPA, 1980. 110p.
- FANG, K. T.; ANDERSON, T. W. **Statistical inference in elliptical contoured and related distributions**. New York: Allerton Press, 1990. 498p.
- FANG, K. T. et al. **Symmetric multivariate and related distributions**. London: Chapman and Hall, 1990. 224p.
- FANG, K. T.; ZHANG, Y. T. **Generalized multivariate analysis**. New York: Springer-Verlag, 1990. 220p.
- FERRARI, S. L. P.; URIBE-OPAZO, M. A. Corrected likelihood ratio tests in a class of symmetric linear regression models. **Brazilian Journal of Probability and Statistics**, v. 15, p. 49-67, 2001.
- FIGUEIRÔA, J. M. et al. **Espécies da Flora Nordestina de Importância Econômica Potencial**. Recife: APNE, 2005, p. 101-133.
- FINGER, C. A. G. **Fundamentos de Biometria Florestal**. Santa Maria: UFSM/CEPEF/Fatec, 1992. 269p.
- FRANCELINO, M. R. et al. Contribuição da Caatinga na sustentabilidade de projetos de assentamentos no sertão norte-rio-grandense. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 27, n. 1, p. 79-86, 2003.
- FRANCO, E. J. et al. Eficiência na estimativa do peso seco para árvores individuais e definição do ponto ótimo de amostragem para determinação da densidade básica de *Eucalyptus camaldulensis*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 8, n. 1, p. 77-92, 1998.
- GADELHA, F. H. L. et al. Rendimento volumétrico e energético de clones de híbridos de *Eucalyptus* sp. no Polo Gesseiro do Araripe, PE. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 22, n. 2, p. 331-341, abr./jun. 2012.
- GADOW, K. V. Die Erfassung von Durchmesservertellungen in gleichaltigen Kiefernbeständen. **Forstweiss**, v. 103, p. 369-374, 1984.
- GALEA, M.; PAULA, G. A.; CYSNEIROS, F. J. A. On Diagnostic in Symmetrical Nonlinear Models. **Statistics and Probability Letters**, v. 73, n. 4, p. 459-467, 2005.
- GUMBEL, E. J. Ranges and midranges. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 15, p. 414-422, 1944.

- GUMBEL, E. J.; KEENEY, R. D. The extremal quotient. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 21, p. 523-538, 1950.
- GUPTA, A. K.; VARGA, T. **Elliptically contoured models in statistics**. Kluwer Academic Publishers, 1993. 340p.
- HAFLEY, W. L.; SCHREUDER, H. T. Statistical distributions for fitting diameter and height data in even-aged stands. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 4, n. 3, p. 481-487, set. 1977.
- HESS, A. F.; SCHNEIDER, P. R. Crescimento em volume de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em três regiões do Rio Grande do Sul, Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 20, n. 1, p. 107-122, abr./mar. 2010.
- HYINK, D. M.; MOSER, J. W. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. **Forest Science**, Bethesda, v. 29, n. 1, p. 85-95, mar. 1983.
- IMANÃ-ENCINAS, J. et al. Equações de volume de madeira para o cerrado de planaltina de Goiás. **Revista Floresta**, v. 39, n. 1, p. 107-116, jan./mar. 2009.
- KELKER, D. Distribution theory of spherical distributions and a location scale parameter generalization. **Sankhya**, v. 32, p. 419-430, 1970.
- KRZANOWSKI, W. J.; MARRIOTT, F. H. C. **Multivariate Analysis**. London: Edward Arnold, 1994. 464p.
- LAMPRECCHT, H. **Silvicultura nos trópicos: ecossistemas florestais e respectivas espécies arbóreas possibilidades e métodos de aproveitamento sustentado**, GTZ, 1990. 343p.
- LANGE, K. L.; LITTLE, R. J. A.; TAYLOR, J. M. G. Robust statistical modeling using the t distribution. **Journal of the American Statistical Association**, v. 84, p. 881-896, 1989.
- LEITE, H. G. et al. Um modelo para estimar a produção de madeira para celulose e energia derivado da função Weibull. **Revista Árvore**, v. 14, n. 2, p. 102-118, 1990.
- LIMA-FILHO, L. M. de A. et al. Modelagem do Crescimento de clones de *Eucalyptus* usando o modelo de Chapman-Richards com diferentes distribuições simétricas dos erros. **Ciência Florestal**, (Aceito para publicação), Santa Maria, 2012.
- LITTLE, R. J. A. Robust estimation of the mean and covariance matrix from data with missing values. **Applied Statistics**, v. 37, p. 23-39, 1988.
- LIU, C. et al. A Finite Mixture Model for Characterizing the Diameter Distributions of Mixed-Species Forest Stands. **Forest Science**, Bethesda, v. 48, n. 4, p. 653-661, nov. 2002.
- LUNETTA, G. Di una Generalizzazione dello Schema della Curva Normale. **Annali della Facoltà di Economia e Commercio di Palermo**, v. 17, p. 237-244, 1963.
- MACHADO, S. A. et al. Modelagem do volume individual para diferentes idades e regimes de desbastes em plantações de *Pinus oocarpa*. **Ciências Exatas e Naturais**, Curitiba, v. 4, n. 2, p. 185-196, jul./dez. 2002.

- MANOUKIAN, E. B. **Modern concepts and theorems of mathematical statistics**. New York: Springer-Verlag, 1985. 156p.
- MIGUEL, E. P. et al. Utilização da função Weibull para prognose da produção por classe diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus urophylla*. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 1, p. 94-104, jan./mar. 2010.
- MUIRHEAD, R. **Aspects of multivariate statistical theory**. New York: John Wiley, 1982. 704p.
- NASCIMENTO, R. G. M. Modelo de projeção por classe diamétrica para florestas nativas: enfoque na função probabilística de Weibull. **Brazilian Journal of Forestry Research**, Colombo, v. 32, n. 70, p. 93-103, abr./jun. 2012.
- NELSON, T. C. Diameter distribution and growth of Loblolly pine. **Forest Science**, Bethesda v. 10, n. 1, p. 105-14, mar. 1964.
- NOGUEIRA, G. S. et al. Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus sp.* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 29, n. 4, p. 579-589, jul./ago. 2005.
- OLIVEIRA, A. D. et al. Avaliação econômica da vegetação de Cerrado Submetida a diferentes regimes de manejo e de povoamentos de Eucalipto plantado em monocultura. **Revista Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 34-56, 1998.
- OLIVEIRA, M. L. R. et al. Estimção do volume de árvores de clones de eucalipto pelo método da similaridade de perfis. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 33, n. 1, p. 133-141, 2009.
- PALAHÍ, M. et al. Comparison of beta, Johnsons SB, Weibull and truncated Weibull functions for modeling the diameter distribution of forest stands in Catalonia (north-east of Spain). **European Journal of Forest Research**, v. 126, n. 4, p. 563-571, 2007.
- PAULA, G. A.; CYSNEIROS, F. J. A. Systematic Risk Estimation in Symmetric Models. **Applied Economics Letters**, v. 16, p. 217-221, 2009.
- PEARSON, K. Contributions to the mathematical theory of evolution. II . skew variation in homogeneous material. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 186, p. 343-414, 1895.
- PELLICO NETTO, S. Equivalência volumétrica: uma nova metodologia para estimativa do volume de árvores. **Revista Acadêmica: ciências agrárias e ambientais**, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 17-30, jan./mar. 2004.
- PERNAMBUCO. **Secretaria de desenvolvimento Humano**. Disponível em: <<http://www.municipios.pe.gov.br>> Acesso em: 14 jun. 2012.
- PIRES O´BRIEN, M. J.; O´BRIEN, C. M. **Ecologia e modelagem de florestas tropicais**. Ministério da Educação e do Desporto, 1995. 400p.
- PRODAN, M. **Forest biometrics**. New York: Pergamon, 1968. 447 p.
- PRODAN, M. et al. **Mensura Forestal**. Costa Rica: IICA, 1997. 586p.

- PULZ, F. A. et al. Acuracidade da predição da distribuição diamétrica de uma floresta inequiânea com a matriz de transição. **Cerne**, Lavras, v. 5, n. 1, p. 1-14, jan./fev. 1999.
- RAO, B. L. S. P. Remarks on univariate symmetric distributions. **Statistics and Probability Letters**, v. 10, p. 307-315, 1990.
- ROCHA, K. D. **Produtividade volumétrica de clones de *Eucalyptus ssp.* na região do Polo Gesseiro do Araripe**. 2012. 111p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.
- RUSSO, C.; PAULA, G. A.; AOKI, R. Influence Diagnostics in Nonlinear Mixed-Effects Elliptical Models. **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 53, p. 4143-4156, 2009.
- SANTANA, C. et al. Sistema de equações para simulação do crescimento e da produção em povoamentos de *Eucalyptus grandis Hill ex. Maiden*. sem desbaste baseado no modelo de Clutter. **Revista Ambiência**, Guarapuava: UNICENTRO, n. 1, p. 239-256, 2005.
- SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Lahore, v. 47, n. 9, p. 719-734, nov. 1933.
- SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its applications to timber-yield studies. **Journal of Forestry**, Bethesda, v. 37, p. 819-820, 1939.
- SCOLFORO, J. R. S. Um Modelo de Crescimento e Producao Para *Pinus Caribaea Var. Hondurensis* Sujeito a Desbastes. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 16, n. 2, p. 144-156, 1992.
- SCOLFORO, J. R. S. **Modelos para expressar o crescimento e a produção florestal: Parte 1**. Lavras: ESAL / FAEPE, 1994. 182p.
- SCOLFORO, J. R. S. **Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas**. Lavras: EFAAL / FAEPE, 1998, 453p.
- SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, A. Estimativas e testes da distribuição de frequência diamétrica para *Eucalyptus camaldulensis*, através da distribuição SB, por diferentes métodos de ajuste. **Scientia Forestalis**, n. 54, p. 93-106, dez. 1998.
- SCOTT, A. J.; KNOTT, M. A cluster analysis method for grouping mean in the analysis of variance. **Biometrics**, Alexandria, v. 30, p. 507-512, 1974.
- SILVA, E. Q. da et al. Função densidade de probabilidade aplicável à ciência florestal. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 33, n. 3, p. 285-294, 2003.
- SILVA, J. A. A. **Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations**, 1986. 133 p. Thesis (Doctor of Philosophy) University of Georgia.
- SILVA, J. A. A. et al. Análise de equações volumétricas para construção de tabelas de volume comercial para *Eucalyptus spp.*, segundo a espécie, região e método de regeneração. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 1, p. 86-89, 1978.
- SILVA, J. A. A. ; BORDERS, B. E. A tree volume equation based on two lower stem diameters for Loblolly Pine in the southeastern United State. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 17, n. 4, p. 160-162, 1993.

SIMONE, S. de. Su una estensione dello schema delle curve normali di ordine r alle variabili doppie. **Statistica**, v. 37, p. 447-474, 1968.

Sindicato das Indústrias do Gesso - SINDUSGESSO. **Pólo gesseiro**. Disponível em: <http://www.sindusgesso.org.br/>. Acesso em 14 jun. de 2012.

SMALLEY, G. W.; BAILEY, R. L. **Yield tables and stand structure for loblolly pine plantations in Tennessee, Alabama and Georgia highlands**. Washington: USDA, 1974. 81p.

SOARES, C. P. B. et al. **Dendrometria e Inventário Florestal**. Viçosa: UFV, 2006. 276p.

SOARES, C. P. B. et al. Predição do crescimento em povoamentos clonais de eucalipto não desbastados utilizando matriz de transição não estacionária. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 33, n. 5, p. 831-840, 2009.

SPATHELF, P; NUTTO, L. **Modelagem aplicada ao crescimento florestal**. Santa Maria: UFSM, 2000. 70p.

SPURR, S. H. **Forest inventory**. New York: Ronald Press, 1952. 476p.

SUBBOTIN, M. T. On the law of frequency of errors. **Matematicheskii Sbornik**, v. 31, p. 296-301, 1923.

TAGUCHI, T. On a generalization of gaussian distribution. **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, v. 30, p. 211-242, 1978.

TALACKO, J. Perks distributions and their role in the theory of Wiener's stochastic variables. **Trabajos de Estadística**, v. 7, p. 159-174, 1956.

TAYLOR, J. M. G. Properties of modelling the error distribution with an extra shape parameter. **Computational statistics and data analysis**, v. 13, n. 1, p. 33-46, jan. 1992.

THOMAS, C. et al. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise do tronco. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 16, n. 3, p. 319-327, 2006.

VAN SUEST, P. A. et al. **The standardization of symbols in forest mensuration**. IUFRO, 1959. 32p.

WALCK, C. **Hand-book on statistical distributions for experimentalist**. University of Stockholm, 2001. 192p.

YAMAGUCHI, K. Generalized EM algorithm for model with contaminated error term. **Proceedings of the seven Japan and Korea joint conference of statistical**, Tokyo, p. 107-114, 1990.

Apêndice

PROGRAMA - DISTRIBUIÇÕES DIAMÉTRICAS NO SAS

```
data arvore;  
input trat Rep planta t DAP h g vol;  
d=DAP*100;  
datalines;  
  
;  
run;
```

```
PROC SORT DATA=arvore;  
BY t;  
  
ods graphics on;  
PROC CAPABILITY DATA=arvore;  
var d;  
histogram /  
normal (midpercents)  
lognormal (midpercents)  
weibull (theta = est midpercents)  
gamma (midpercents)  
vscale = count  
nospeclegend;  
by t;  
run;  
ods graphics off;
```


PROGRAMA - MODELOS VOLUMÉTRICOS NO SAS

```
data arvore;
input trat Rep planta t DAP h g vol;
v=vol*1000;
datalines;

;
run;

*/ MODELO DE SCHUMACHER E HALL;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO Normal;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h maxiter=10000;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, B2=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2);
u=((v-media)**2)/phi;
loglikO=(-0.5)*log(phi)-u/2;
title Normal;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO t STUDENT;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, B2=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2);
```

```
u=(v-media)**2/phi;
m=3;
den=gamma((m+1)/2)/gamma(1/2)*gamma(m/2);
t1=m**(m/2);
t2= t1*(m+u)**(-(m+1)/2);
ger=t2/den;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title Student;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO EXPONENCIAL POTENCIA;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, B2=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2);
u=(v-media)**2/phi;
m=0.8;
t=1+0.5*(1+m);
kon=gamma(t)*2**t;
rr=(1+m)**(-1);
ger= kon**(-1)*exp(-0.5*u**rr);
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title EP;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO LOGISTICA II;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;
```

```
parms B0=400, B1=1, B2=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2);
u=(v-media)**2/phi;
ger= exp(-u**0.5)/(1+exp(-u**0.5))**2;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title LII;
run;

*/ MODELO DE SPURR;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO Normal;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h maxiter=10000;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, phi=1;

media=b0*((DAP**2)*h)**b1;
u=((v-media)**2)/phi;
loglikO=(-0.5)*log(phi)-u/2;
title Normal;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO t STUDENT;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, phi=1;

media=b0*((DAP**2)*h)**b1;
```

```

u=(v-media)**2/phi;
m=3;
den=gamma((m+1)/2)/gamma(1/2)*gamma(m/2);
t1=m**(m/2);
t2= t1*(m+u)**(-(m+1)/2);
ger=t2/den;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title Student;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO EXPONENCIAL POTENCIA;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, phi=1;

media=b0*((DAP**2)*h)**b1;
u=(v-media)**2/phi;
m=0.8;
t=1+0.5*(1+m);
kon=gamma(t)*2**t;
rr=(1+m)**(-1);
ger= kon**(-1)*exp(-0.5*u**rr);
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title EP;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO LOGISTICA II;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

```

```
parms B0=400, B1=1, phi=1;

media=b0*((DAP**2)*h)**b1;
u=(v-media)**2/phi;
ger= exp(-u**0.5)/(1+exp(-u**0.5))**2;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title LI;
run;
```

PROGRAMA - MODELOS DE CRESCIMENTO EM VOLUME NO SAS

```

*/ MODELO DE CHAPMAN-RICHARDS MODIFICADO;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO Normal;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h maxiter=10000;
max loglikO;

parms b0=200, BETA0=1, BETA1=1, BETA2=0.1, BETA3=1, phi=1;

media=b0*((d**beta0)*(h**beta1))*(1-exp(-beta2*t))**beta3;
u=((v-media)**2)/phi;
loglikO=(-0.5)*log(phi)-u/2;
title Normal;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO t STUDENT;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms b0=200, BETA0=1, BETA1=1, BETA2=0.1, BETA3=1, phi=1;

media=b0*((d**beta0)*(h**beta1))*(1-exp(-beta2*t))**beta3;
u=(v-media)**2/phi;
m=3;
den=gamma((m+1)/2)/gamma(1/2)*gamma(m/2);
t1=m**(m/2);
t2= t1*(m+u)**(-(m+1)/2);
ger=t2/den;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title Student;
run;

```

```
*/PROC NLP MODELO SIMETRICO EXPONENCIAL POTENCIA;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;
parms b0=200, BETA0=1, BETA1=1, BETA2=0.1, BETA3=1, phi=1;

media=b0*((d**beta0)*(h**beta1))*(1-exp(-beta2*t))**beta3;

u=(v-media)**2/phi;
m=0.8;
t=1+0.5*(1+m);
kon=gamma(t)*2**t;
rr=(1+m)**(-1);
ger= kon**(-1)*exp(-0.5*u**rr);
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title EP;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO LOGISTICA II;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms b0=200, BETA0=1, BETA1=1, BETA2=0.1, BETA3=1, phi=1;

media=b0*((d**beta0)*(h**beta1))*(1-exp(-beta2*t))**beta3;
u=(v-media)**2/phi;
ger= exp(-u**0.5)/(1+exp(-u**0.5))**2;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title LII;
run;
```

```
*/ MODELO DE SCHUMACHER E HALL MODIFICADO 1;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO Normal;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h maxiter=10000;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*(t**b3);
u=((v-media)**2)/phi;
loglikO=(-0.5)*log(phi)-u/2;
title Normal;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO t STUDENT;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*(t**b3);
u=(v-media)**2/phi;
m=3;
den=gamma((m+1)/2)/gamma(1/2)*gamma(m/2);
t1=m**(m/2);
t2= t1*(m+u)**(-(m+1)/2);
ger=t2/den;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title Student;
run;
```



```
*/PROC NLP MODELO SIMETRICO EXPONENCIAL POTENCIA;
```

```
proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;  
max loglikO;
```

```
parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;
```

```
media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*(t**b3);  
u=(v-media)**2/phi;  
m=0.8;  
t=1+0.5*(1+m);  
kon=gamma(t)*2**t;  
rr=(1+m)**(-1);  
ger= kon**(-1)*exp(-0.5*u**rr);  
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);  
title EP;  
run;
```

```
*/PROC NLP MODELO SIMETRICO LOGISTICA II;
```

```
proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;  
max loglikO;
```

```
parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;
```

```
media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*(t**b3);  
u=(v-media)**2/phi;  
ger= exp(-u**0.5)/(1+exp(-u**0.5))**2;  
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);  
title LII;  
run;
```

```
*/ MODELO DE SCHUMACHER E HALL MODIFICADO 2;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO Normal;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h maxiter=10000;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*exp(-t*b3);
u=((v-media)**2)/phi;
loglikO=(-0.5)*log(phi)-u/2;
title Normal;
run;

*/PROC NLP MODELO SIMETRICO t STUDENT;

proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;
max loglikO;

parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;

media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*exp(-t*b3);
u=(v-media)**2/phi;
m=3;
den=gamma((m+1)/2)/gamma(1/2)*gamma(m/2);
t1=m**(m/2);
t2= t1*(m+u)**(-(m+1)/2);
ger=t2/den;
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);
title Student;
run;
```

```
*/PROC NLP MODELO SIMETRICO EXPONENCIAL POTENCIA;
```

```
proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;  
max loglikO;
```

```
parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;
```

```
media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*exp(-t*b3);  
u=(v-media)**2/phi;  
m=0.8;  
t=1+0.5*(1+m);  
kon=gamma(t)*2**t;  
rr=(1+m)**(-1);  
ger= kon**(-1)*exp(-0.5*u**rr);  
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);  
title EP;  
run;
```

```
*/PROC NLP MODELO SIMETRICO LOGISTICA II;
```

```
proc nlp data=arvore cov=2 pcov vardef=n covariance=h;  
max loglikO;
```

```
parms B0=400, B1=1, B2=1, B3=1, phi=1;
```

```
media=b0*(DAP**b1)*(h**b2)*exp(-t*b3);  
u=(v-media)**2/phi;  
ger= exp(-u**0.5)/(1+exp(-u**0.5))**2;  
loglikO=-0.5*log(phi)+log(ger);  
title LII;  
run;
```