

**JOSÉ GOMES CABRAL NETO**

**DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS E CORRELAÇÕES TEMPORAIS DE  
ALGUNS PARÂMETROS HIDROLÓGICOS DE UMA BACIA  
HIDROGRÁFICA SEMIÁRIDA DE PERNAMBUCO**

**RECIFE-PE – FEVEREIRO/2013.**



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA**

**DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS E CORRELAÇÕES TEMPORAIS DE  
ALGUNS PARÂMETROS HIDROLÓGICOS DE UMA BACIA  
HIDROGRÁFICA SEMIÁRIDA DE PERNAMBUCO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

**Área de Concentração:** Biometria e Estatística Aplicada

**Orientador:** Prof. Dr. José Ramon Barros Cantalice

**Coorientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tatijana Stošic

**RECIFE-PE – FEVEREIRO/2013.**

Ficha catalográfica

C117d Cabral Neto, José Gomes  
Distribuições estatísticas e correlações temporais de  
alguns parâmetros hidrológicos de uma bacia hidrográfica  
semiárida de Pernambuco / José Gomes Cabral Neto. –  
Recife, 2013.  
67 f. : il.

Orientador: José Ramon Barros Cantalice.  
Dissertação (Mestrado em Biometria e Estatística  
Aplicada) – Universidade Federal Rural de Pernambuco,  
Departamento de Estatística e Informática, Recife, 2013.  
Inclui referências e apêndice(s).

1. Variáveis hidrológicas 2. Distribuições Estatísticas  
3. Detrended Fluctuation Analysis I. Cantalice, José Ramon  
Barros, orientador II. Título

CDD 310

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA**

**DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS E CORRELAÇÕES TEMPORAIS DE ALGUNS  
PARÂMETROS HÍDROLÓGICOS DE UMA BACIA HIDROGRÁFICA SEMIÁRIDA  
DE PERNAMBUCO**

JOSÉ GOMES CABRAL NETO

Dissertação julgada adequada para  
obtenção do título de mestre em Biometria  
e Estatística Aplicada, defendida e  
aprovada por unanimidade em 26/02/2013  
pela Comissão Examinadora.

Banca Examinadora:

---

---

Presidente: Prof. Dr. José Ramon Barros Cantalice  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

---

---

Prof. Dr. Victor Casimiro Piscoya  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

---

---

Prof. Dr. Vicente de Paula Silva  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

---

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tatijana Stosic  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

## Dedicatória

Dedico a minha família, em especial, aos meus avós, **José Moreira** e **Maria Petronila**, a minha mãe, **Maria Elza**, a minha tia, **Josefa**, e a minha irmã, **Renata Priscila**, e aos meus amigos.

## Agradecimentos

Certamente é difícil agradecer a todas as pessoas que participaram desta importante fase de minha vida. Dessa Maneira, começo pedindo desculpas às pessoas que não estão presentes entre essas palavras, porém fiquem certas de estarem presentes em meus pensamentos e reconhecimentos.

A Deus, que esteve sempre abençoando os meus passos e por ter cultivado em mim um sonho que hoje se concretizou.

A minha família que sempre promoveram e cuidaram do meu crescimento pessoal e profissional, principalmente, meus avós, sem esquecer as minhas tias e tios, que sem o apoio seria muito difícil realizar esse desafio.

A minha mãe, Maria Elza, e minha irmã, Renata Priscila, que mesmo distante sempre me ampararam em horas bem complicadas que passei e que hoje percebo o quanto foi importante para chegar até aqui.

Aos primos, Emannuely, Jéssika, Taynã, Nataly, Palloma, Carol, Theo, Tais, Chrisllayne, que estão ligados indiretamente na finalização deste trabalho, além de serem a minha distração nos “momentos de relaxar”.

Aos amigos, principalmente, a Priscilla, Renata, Nyedja, Érika, Marystella, Clara, Danila, que foram como irmãs pra mim, além de outros, como Rodrigo, Samuel, Diego e Lazaro, por me ajudarem não só neste trabalho, mais também nas conclusões das disciplinas. Além de outros amigos que colaboraram de alguma forma, se sintam reconhecidos.

Ao orientador, José Ramon, e a minha coorientadora, Tatijana, além do incentivo e dedicação que foram essenciais ao aprimoramento da dissertação, souberam colaborar para a direção correta para que esse crescimento seja possível e continue indeterminadamente.

A Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) e ao Programa de Pós Graduação em Biometria e Estatística Aplicada (PPGBEA) e dos professores, que me auxiliaram nessa conquista e desempenho deste trabalho.

A Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) pelo apoio financeiro.

## Epígrafe

*“A vida de uma pessoa consiste num conjunto de acontecimentos, dos quais o último também poderia mudar o sentido de todo o conjunto.”*

**Ítalo Calvin.**

## Resumo

A falta do conhecimento científico mais aprofundado para o manejo adequado dos sistemas hídricos e dos solos do semiárido nordestino contribui para manutenção da desigualdade social ao qual estão submetidas às populações locais. O ajuste de dados hidrológicos às distribuições estatísticas e a aplicação do método *Detrended Fluctuation Analysis (DFA)* para quantificar as correlações de longo alcance nas séries temporais hidrológicas não estacionárias, contribuem para um melhor uso dos recursos hídricos no semiárido e para redução do risco de ocorrência de perdas econômicas. Dessa forma, foram utilizadas informações das variáveis hidrológicas de altura da lâmina de água e vazão da Bacia hidrográfica semiárida do Riacho Jacu de Pernambuco constatando-se que os valores máximos e mínimos de altura da lâmina e vazão da bacia hidrográfica do referido riacho, se ajustaram melhor as distribuições Weibull, Gumbel, Log-Normal e Gama. O método Detrended Fluctuation Analysis indicou a existência de correlações persistentes de longo alcance, que representa uma propriedade importante dos processos estocásticos geradores desse fenômeno. As séries das alturas da lâmina apresentaram persistência mais forte do que as séries das vazões. Nas escalas menores apresentam flutuações mais suaves, representadas pelos expoentes  $\alpha_1$ , e para escalas maiores apresentaram flutuações persistentes, representadas pelos expoentes  $\alpha_2$ .

**Palavras-chave:** Variáveis Hidrológicas, Distribuições Estatísticas e Detrended Fluctuation Analysis.



## Abstract

The lack of a better knowledge to further the proper management of water systems and soil of Brazilian semiarid contributes to maintain the social inequalities which are subject to local populations. The adjust of hydrologic data to probability density functions, and the application of Detrended Fluctuation Analysis method to quantify the long-range correlations in non-stationary time series hydrological contribute to a better use of water resources in the environment semiarid and reduction of the risk of economic loss. This way, the information of hydrological variables of blade height and flow of the Stream catchment Jacu in the semiarid and region of Pernambuco were used and it was found that the maximum and minimum blade height and flow of semiarid watershed Jacu best adjusted to Weibull distributions, Gumbel, Log-Normal and Gamma. The Detrended Fluctuation Analysis method showed the existence of persistent long-range correlations, which represents an important property of stochastic processes generating this phenomenon. The series of blade heights showed persistence stronger than the series of flows. In smaller scales fluctuation softer, represented by exponents  $\alpha_1$ , and larger scales showed persistent fluctuations, represented by exponents  $\alpha_2$ .

**Keywords:** Hydrological Variables, Distributions Statistics and Detrended Fluctuation Analysis.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Delimitação do Semiárido Brasileiro.....	5
<b>Figura 2:</b> Exemplos de fractais: fronteiras de estados, neurônios, árvores e folhas de samambaias.....	8
<b>Figura 3:</b> Curva de Koch, da esquerda para a direita, quatro interações e abaixo infinitas interações.....	9
<b>Figura 4:</b> Tapete de Sierpinski.....	10
<b>Figura 5:</b> Mapa da bacia hidrográfica do riacho Jacu e sua rede de drenagem.....	19
<b>Figura 6:</b> Detalhe da estação automática para coleta dos dados hidrológicos e do sensor de vazão e altura da lâmina de escoamento do riacho Jacu.....	20
<b>Figura 7:</b> Comportamento da série temporal de altura da lâmina do riacho Jacu entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	23
<b>Figura 8:</b> Comportamento da série temporal de altura da lâmina do riacho Jacu entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	23
<b>Figura 9:</b> Hidrograma da série temporal da vazão do riacho Jacu entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	24
<b>Figura 10:</b> Hidrograma da série temporal da vazão do riacho Jacu entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	24
<b>Figura 11:</b> Histograma da altura da lâmina da bacia hidrográfica do riacho Jacu de 2008.....	25
<b>Figura 12:</b> Histograma da altura da lâmina da bacia hidrográfica do riacho Jacu de 2009.....	26
<b>Figura 13:</b> Histograma da vazão da bacia hidrográfica do riacho Jacu de 2008.....	26
<b>Figura 14:</b> Histograma da vazão da bacia hidrográfica do riacho Jacu de 2009.....	27
<b>Figura 15:</b> Os <i>Boxplot</i> para as alturas da lâmina de água do riacho Jacu de 2008.	29
<b>Figura 16:</b> Os <i>Boxplot</i> para as alturas da lâmina de água do riacho Jacu de 2009.	29
<b>Figura 17:</b> Os <i>Boxplot</i> para as vazões do riacho Jacu de 2008.....	30
<b>Figura 18:</b> Os <i>Boxplot</i> para as vazões do riacho Jacu de 2009.....	30
<b>Figura 19:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas dos dados originais da altura da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	31

<b>Figura 20:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas dos dados originais da altura da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	31
<b>Figura 21:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da altura máxima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	32
<b>Figura 22:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da altura máxima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	32
<b>Figura 23:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da altura mínima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	33
<b>Figura 24:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da altura mínima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	33
<b>Figura 25:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas dos dados originais da vazão do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	34
<b>Figura 26:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas dos dados originais da vazão do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	34
<b>Figura 27:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da vazão máxima do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	35
<b>Figura 28:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da vazão máxima do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	35
<b>Figura 29:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da vazão mínima do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.....	36
<b>Figura 30:</b> <i>Quantil-Quantil Plot</i> das distribuições estatísticas da vazão mínima do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.....	36
<b>Figura 31:</b> Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 18 de março a 14 de abril de 2008.....	38
<b>Figura 32:</b> Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 15 de abril a 15 de maio de 2008.....	39
<b>Figura 33:</b> Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 18 de março a 15 de maio de 2008.....	39

<b>Figura 34:</b> Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 18 de março a 14 de abril de 2008.....	40
<b>Figura 35:</b> Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 15 de abril a 15 de maio de 2008.....	40
<b>Figura 36:</b> Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 18 de março a 15 de maio de 2008.....	41
<b>Figura 37:</b> Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 06 a 30 de Maio de 2009.....	41
<b>Figura 38:</b> Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 01 a 30 de Junho de 2009.....	42
<b>Figura 39:</b> Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 06 de Maio a 30 de Junho de 2009.....	42
<b>Figura 40:</b> Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 06 a 30 de Maio de 2009..	43

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1:</b> Estatística descritiva das variáveis hidrológicas da bacia hidrográfica do riacho Jacu.....	28
<b>Tabela 2:</b> Expoentes DFA para as variáveis hidrológicas. $\alpha_1$ e $\alpha_2$ representa o expoente para o primeiro e segundo regime, respectivamente; e $x$ o <i>crossover point</i> .....	44
<b>Tabela 3:</b> Estatística descritiva das variáveis hidrológicas do riacho Jacu nos períodos indicados.....	45

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>AED</b>	Análise Exploratória de Dados
<b>ASA</b>	Articulação no Semi-Árido Brasileiro
<b>DFA</b>	<i>Detrended Fluctuation Analysis</i>
<b>F.D.P.</b>	Função Densidade de Probabilidade
<b>IBGE</b>	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
<b>IDH</b>	Índice de Desenvolvimento Humano
<b>TSM</b>	Temperatura da Superfície do Mar
<b>UNICEF</b>	Análises do Fundo das Nações Unidas para a Infância
<b>ZCIT</b>	Zona de convergência Intertropical

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
	Objetivos.....	3
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>4</b>
2.1	Semiárido.....	4
2.2	Variáveis Hidrológicas.....	6
2.3	Processos Fractais.....	8
2.4	Distribuições Estatísticas.....	11
	2.4.1 Distribuição Gama.....	11
	2.4.2 Distribuição Weibull.....	12
	2.4.3 Distribuição Log-Normal.....	13
	2.4.4 Distribuição Gumbel.....	14
	2.4.5 Distribuição Exponencial.....	14
2.5	Correlações de Longo Alcance em Séries Temporais.....	15
	2.5.1 Análise da função de Autocorrelação.....	15
	2.5.2 Análise do Expoente de Hurst.....	16
	2.5.3 Detrended Fluctuation Analysis – DFA.....	18
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>19</b>
3.1	Área de Estudo.....	19
3.2	Fonte dos Dados.....	20
3.3	Metodologia.....	21
	Algoritmo Detrended Fluctuation Analysis.....	21
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>23</b>
4.1	Análise Exploratória dos Dados.....	23
4.2	Ajuste dos Dados à Distribuição de Probabilidade.....	30
4.3	Detrended Fluctuation Analysis das Variáveis Hidrológicas.....	38
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>46</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>47</b>
	<b>APÊNDICE.....</b>	<b>52</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A falta do conhecimento científico mais aprofundado para o manejo adequado dos sistemas hídricos e dos solos do semiárido nordestino contribui para manutenção da desigualdade social ao qual estão submetidas às populações locais, onde prevalecem os mais baixos índices de pobreza (IDH) e inclusão social. A hidrologia do semiárido apresenta um padrão distinto caracterizado pelo caráter intenso da concentração de chuvas em curto período de tempo, sua duração e tempo de recorrência, em face da irregular ocorrência espacial e temporal das chuvas (Bezerra et. al., 2006).

As variáveis hidrológicas apresentam grandes variabilidades em uma ampla faixa de tempo e espaço. A precipitação, por exemplo, é um agente de condução de muitos outros processos, sua versatilidade temporal e espacial são questões importantes em muitos estudos e áreas de pesquisas. Embora a comunidade científica tenha dedicado muita atenção para estudar essas variáveis ao longo dos anos, é notável que mais pesquisas sejam ainda necessárias para adquirir uma melhor compreensão da variabilidade nos processos hidrológicos (Lima, 2009).

Para obter-se um manejo satisfatório dos recursos hídricos, é imprescindível as informações climáticas. No semiárido a demanda hídrica, frequentemente, supera o suprimento devido a conexão da ocorrência de altas temperaturas e a irregularidade das chuvas que acarreta elevadas taxas de insuficiências hídricas (Sá e Silva, 2010).

O conhecimento das vazões máximas e mínimas é de grande interesse em diversos projetos de obras hidráulicas, irrigação, controle de enchente, barragens e terraços agrícolas. Assim, para projetos de estruturas hidráulicas que envolvem conhecimentos das vazões referidas, faz-se necessário o conhecimento das probabilidades de ocorrências superiores a certos valores prefixados (Martins, 2011).

Um das ferramentas que possibilita conhecer o comportamento das variáveis hidrológicas em uma dada frequência de ocorrência é a análise de frequência hidrológica, a qual consiste em analisar estatisticamente os dados



coletados na bacia. De acordo com Ponce (1989), as variáveis hidrológicas seguem algum tipo de distribuição teórica de probabilidade.

A análise das distribuições de frequência dos eventos hidrológicos em máximos e mínimos demandam o uso de distribuições estatísticas de probabilidade. Segundo Silva e Assad (1987), um dos problemas no uso de qualquer procedimento estatístico aplicado a dados hidrológicos está na estimativa dos parâmetros dessas distribuições.

A análise de frequência de vazões extremas é dificultada, em muitos casos, pelo curto período de tempo dos registros disponíveis. Nessas condições, o pesquisador deve procurar estimadores menos sujeitos às variações amostrais. Para Damazio e Costa (1991), o sucesso desses estudos depende da distribuição adotada e do método usado para estimar os seus parâmetros.

De acordo com Sanchez (1987), as distribuições contínuas de probabilidade mais usadas em análise de frequência hidrológica são a Gumbel tipo I também conhecida como a lei dos valores extremos e a Log-Normal. Segundo Tate e Freeman (2000) o ajuste dos dados em regiões semiáridas, ao modelo Exponencial representa de forma satisfatória, como na região semiárido do sul da África. Além dessas, são bastante utilizadas a Weibull e a Gama.

A distribuição Gama traduz um modelo probabilístico muito interessante para a apresentação de variáveis hidrológicas, devido à variabilidade de formas, aliado ao fato da variável aleatória não ser definida para valores negativos. Para a distribuição Weibull apresenta aplicações a séries históricas de valores mínimos, sendo, normalmente trabalhada para séries de vazões mínimas ou similares. A verificação de que, em uma situação extrema, as vazões que escoam por uma seção fluvial são impreterivelmente limitadas inferiormente pelo valor zero, o que torna a distribuição Weibull uma candidata natural à modelação de eventos hidrológicos mínimos (Naghettini e Pinto, 2007).

É notório, portanto, que mesmo chovendo de forma semelhante que muitas regiões do mundo, o território do Nordeste brasileiro, especificamente na região Semiárida, são regularmente atingidas pela ocorrência de secas, acarretando ausência parcial e total na agropecuária. Nesse contexto, é importante analisar a existência de flutuações não estacionárias e de correlações de longo alcance nas séries das variáveis hidrológicas com a aplicação do método Detrended Fluctuation Analysis (Peng et al. 1994).

Nos últimos anos, notamos uma dedicação maior na análise de correlações que descreve a persistência em processos climáticos, e o método DFA tem refletido um mecanismo amplamente eficaz na análise e quantificação desse fenômeno (Pedron, 2007).

Neste método uma medida de flutuação da série definida, conhecida por  $F$ , na escala de tamanho  $n$  em relação ao tempo considerado, procede-se como lei de potência de acordo com os valores adotados para  $n$ , isto é,  $F \sim n^\alpha$ . Para séries consideradas monofractais, o expoente  $\alpha$  coincide com o expoente de Hurst. Para  $\alpha = 1/2$  reflete uma série de dados aleatórios, em oposição a valores distintos a  $1/2$ , expõe uma série correlacionada, em especial  $\alpha > 1/2$  a série reflete um comportamento persistente e para  $\alpha < 1/2$  a série indica um comportamento antipersistente (Melo, 2010).

## OBJETIVOS

- Testar o ajuste dos seguintes parâmetros hidrológicos da bacia hidrográfica do riacho Jacu: altura da lâmina do escoamento e vazão de pico as distribuições estatísticas Weibull, Gumbel, Log-Normal e a Gama;
- Avaliar o ajuste desses parâmetros ao modelo Exponencial que vem apresentando-se de forma satisfatória as regiões de climas similares;
- Avaliar o comportamento das correlações das séries e obter maior grau de respostas das variáveis hidrológicas, altura da lâmina e vazão, com a aplicação do método *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA).

## **2. REVISÃO DE LITERATURA**

### **2.1 SEMIÁRIDO**

Aproximadamente 71% da superfície do planeta é coberta por água, substância essencial à vida, mas sua disponibilidade para consumo é aparente, já que cerca de 97% dela está nos mares. Nesse cenário, o Brasil pode ser considerado como um país privilegiado: detém cerca de 12% da água doce superficial do planeta. A distribuição pelo território brasileiro é, entretanto, desigual, devido às suas diversidades climáticas e dimensões geográficas, algumas regiões sofrem graves problemas de escassez de água, como o semiárido nordestino (Campos, 2012).

A região semiárida brasileira é um das mais povoadas do mundo e onde se encontra a população mais pobre do país. Isto se deve ao funcionamento das adversidades climáticas, relacionadas aos outros fatores geográficos, históricos e políticos que permanecem centenas de anos, possui a área mais pobre da população do país (Nordeste, 1999). A maior parte da população que vive nessa região está diretamente interligada a atividades agropastoris e encontram seu sustento sobre a base de recursos naturais existentes em sua área de domínio. Essas atividades são bastante subordinadas à chuva e, devido às adversidades climáticas, com períodos de secas exagerados, ocasionam intensa degradação ambiental (Sá e Silva, 2010).

Considerado um dos maiores, mais populosos e também mais úmidos do mundo, o semiárido brasileiro comporta 1.133 municípios com, aproximadamente, 22 milhões de habitantes, segundo as estimativas de população do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) para 2007. Compreendendo uma área de 1,56 milhão de km<sup>2</sup> (18,2% do total do território brasileiro), a região semiárida do Brasil abrange a maior parte do Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Sergipe e Bahia, Estados da Região Nordeste, além da parte do norte do Estado de Minas Gerais, Região Sudeste, como é visto na figura 1.



**Figura 1.** Delimitação do Semiárido Brasileiro.

Fonte: ASA (2011).

Perfil mais importante do semiárido, especialmente em consequência do acontecimento das secas estacionais e periódicas, o clima determina o sucesso da atividade agropecuária e a sobrevivência das famílias desta região (Mendes, 1997).

O principal característica desta região é a irregularidade do regime de precipitação pluviométrica, tanto no tempo, como no espaço. Além disso, apresenta forte insolação, temperaturas relativamente altas e regime de chuvas marcado pela escassez, apresentando reservas de água insuficiente em seus mananciais.

Devido ao comportamento das chuvas no semiárido e a sua baixa tendência de retenção de água na maioria dos solos, a maior parte dos habitantes depende muito da água de chuvas, de sua obtenção e de seu armazenamento, uma vez que os rios apresentam regime temporário (Jacomine, 1996).

Um dos principais fatores para o acontecimento das secas no semiárido brasileiro é a variabilidade interanual da pluviometria, pelo qual está ligada aos baixos valores totais anuais pluviométricos e são descritas, no período chuvoso, por

forte diminuição da precipitação pluviométrica total e sazonal. A irregularidade interanual da pluviometria neste território está relacionada a alterações de padrões de Temperatura da Superfície do Mar (TSM) sobre os oceanos tropicais, onde influenciam a posição e a intensidade da Zona de Convergência Intertropical (ZCIT) sobre o Oceano Atlântico (Nobre e Melo, 2001).

Eventualmente a medida anual da precipitação não está correlacionada com a qualidade do período chuvoso para o sucesso da atividade agropecuária, de forma que podem suceder períodos longos de estiagem. Além disso, podem ocasionar temporadas de chuvas mais intensas, conhecida como seca verde, interferindo de maneira negativa a produção agrícola e a disponibilidade de forragem para os animais (Sá e Silva, 2010).

## **2.2 Variáveis Hidrológicas**

As variáveis hidrológicas podem caracterizar as alterações temporais e/ou espaciais dos eventos referente à água. Desta forma, são exemplos de variáveis hidrológicas: o número anual de dias consecutivos sem precipitação, em um dado local; a vazão média anual de uma bacia hidrológica; o total diário de evaporação de um reservatório; entre outros ( Rennó e Borma, 2012).

Ao longo do espaço ou do tempo, as oscilações das variáveis hidrológicas podem ser quantificadas, ou classificadas, por meio de observações ou medições, as quais, geralmente, são executadas de modo metódico e de acordo com os padrões nacionais e internacionais. As variáveis hidrológicas que estão relacionadas a processos estocásticos são explicadas por distribuições de probabilidade e consideradas variáveis aleatórias. Uma parte das observações de determinada variável hidrológica, em tempos e/ou espaços diferentes, é chamada de amostra, em que retém um número restrito de realizações da variável analisada, ou seja, não possui todas as possíveis observações da variável em questão (Piano, 2012).

Segundo Naghettini e Pinto (2007), de acordo com as propriedades de suas possíveis respostas, as variáveis aleatórias podem ser classificadas em quantitativas e qualitativas. As variáveis qualitativas são tal que os seus resultados possíveis são expressos por um atributo ou qualidade. Podem ser separadas, as variáveis qualitativas, em nominais e ordinais, conforme as respectivas expectativas de suas

qualidades (ou atributos) de não serem ou serem definidas em modo único. Um exemplo de uma variável hidrológica qualitativa nominal é a condição do tempo, quando o definimos de bom, chuvoso e nublado, por exemplo, cujo seus resultados não são números e por não serem sujeito a classificação. De outro modo, o nível de armazenamento de um reservatório, considerando as condições: A (excessivamente alto); B (alto); C (Médio); D (baixo); e E (excessivamente baixo), que se refere a um exemplo de uma variável hidrológica qualitativa ordinal.

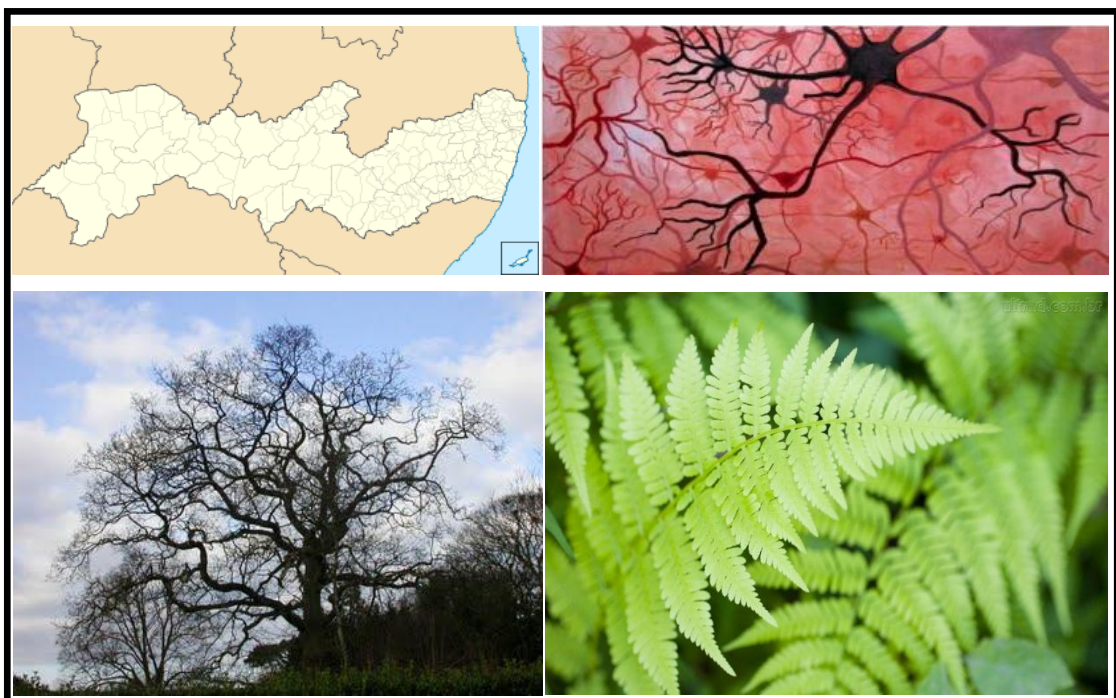
As variáveis que apresentam seus resultados expressos por número inteiro (variáveis discretas) ou reais (variáveis contínuas) são chamadas de variáveis hidrológicas quantitativas. Um exemplo de variável hidrológica discreta é o número de dias consecutivos sem chuvas, em uma dada região, cujos seus valores são expressos em um subconjunto dos números inteiros denotado por  $\{0, 1, 2, \dots, 366\}$ , considerando os anos bissextos. Para a variável hidrológica contínua temos como exemplo a altura diária máxima anual de precipitação, considerando a mesma região, em consequência de seus resultados pertencerem totalmente no subconjunto dos números reais não negativos. Podem ser separadas, as variáveis hidrológicas quantitativas, em limitadas e ilimitadas. As variáveis hidrológicas quantitativas ilimitadas não apresentam limites inferior e superior determinados. Um exemplo de variável ilimitada é a vazão média diária, apesar de não possuir valores negativos, ela não estará limitada, quando considerado no sentido estatístico, e também não apresenta um limite superior fixado. Por outro lado, as variáveis hidrológicas quantitativas limitadas refletem aquelas que apresentam seus resultados limitados inferior e superiormente. Um exemplo das variáveis limitadas é a direção do vento local, cujo ângulo encontram-se entre 0 e  $360^\circ$  (Naghettini e Pinto, 2007)..

De acordo com Piano (2012), as variáveis hidrológicas, além das categorizações vistas até agora, ainda podem ser classificadas em univariadas quando seus resultados estão relacionados apenas a um único atributo de qualidade ou quantidade da água, ou multivariadas quando seus resultados estão associados a vários atributo de quantidades ou qualidades da água. Um exemplo de variável hidrológica univariada são as alturas horárias de precipitação em um certo local, já para a variável hidrológica multivariada são as alturas horárias de precipitação observadas simultaneamente em diversos pontos de uma bacia hidrográfica.

## 2.3 PROCESSOS FRACTAIS

Existem comportamentos na natureza que são altamente irregulares, com formas que desviam completamente da geometria Euclidiana, conhecida como geometria fractal. Essas formas, na geometria Euclidiana chamados de amorfas, foram estudadas e analisadas, aproximadamente, a cerca de um século atrás por vários pesquisadores e cientistas, mas foi Mandelbrot (1975) que apresentou uma posição concreta sobre o que seriam essas formas irregulares, no qual a geometria fractal, de fato, nasceu com perfil de ciência, sob sua obra *Les Objets Fractals: Forme, Hasard et Dimension*.

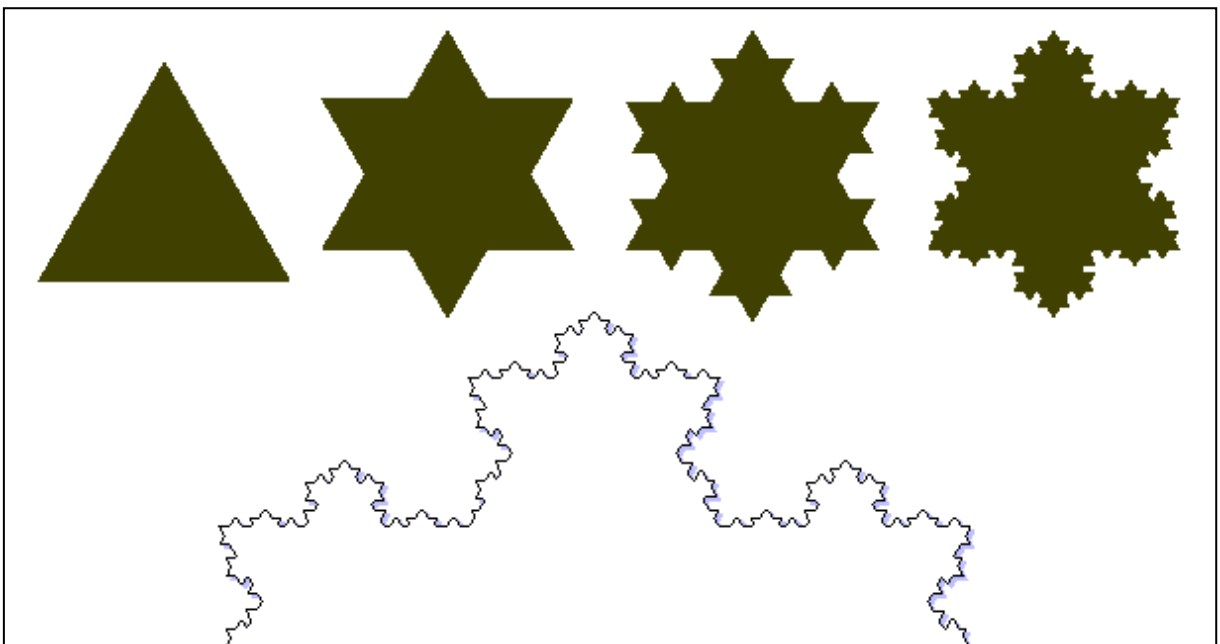
A palavra fractal vem da ligação das palavras Latinas *fractus* que significa “irregular” e *frangere* que significa “quebrar”. Com isso, a geometria fractal vem com o propósito de estudar melhor as formas da natureza, onde a geometria euclidiana não tem grande êxito, pois não possui formas retas (perfeitas), algo que não são encontradas com facilidade na natureza (Secco e Rocha, 2004). Portanto, fractais são comumente conhecidos por serem geradores de figuras, aparentemente, irregulares, como árvores, linhas costeiras, redes arteriais, neurônios, etc, (figura 2). Mas também possuem muitas outras aplicações científicas, tais como: compressão de dados, simulação de filmes, análise de pulsos elétricos no cérebro e dos batimentos cardíacos, estudos demográficos e climatológicos, entre outros.



**Figura 2:** Exemplos de fractais: fronteiras de estados, neurônios, árvores e folhas de samambaias.

As propriedades que caracterizam os objetos fractais são: (i) a autossimilaridade, a qual significa que partes de um objeto ou processo assemelha com o objeto ou processo todo; (ii) a dependência de escala, que indica dizer que a medida da grandeza depende da escala na qual foi medida; (iii) dimensão fractal, o qual favorece uma descrição quantitativa da autossimilaridade e dependência de escala; e (iv) propriedades estatísticas anômalas das grandezas fractais.

A construção de um objeto fractal é exposta na figura 3, na qual se observa a Curva de Koch para diferentes números de iterações do algoritmo gerador. A Curva de Koch é uma forma fractal clássica simples de ser entendida. Partindo de um triângulo equilátero divide-se cada lado em três segmentos, os segmentos intermediários são então substituídos por dois segmentos semelhantes que vem a formar os lados de um triângulo equilátero menor. Isto é, a Curva de Koch, cujo algoritmo de iteração consiste em adicionar-se repetidamente a cada face de um triângulo equilátero um novo triângulo cujos lados são  $1/3$  do comprimento do lado do triângulo anterior. O comprimento total do contorno do objeto – a soma de todos os lados – cresce à medida que se realizam sucessivas divisões. Após infinitas divisões ou interações, seu comprimento será também infinito. No limite, trata-se de uma linha infinitamente longa que delimita uma área finita. É destacável que a Curva de Koch é uma curva contínua, entretanto, não diferenciável em todos os pontos (Secco e Rocha, 2004).



**Figura 3:** Curva de Koch, da esquerda para a direita, quatro interações e abaixo infinitas interações.

Fonte: GLEICK (1991)



Assim, no contexto de dimensão autossimilaridade, a dimensão fractal descreve o número de novos pedaços geometricamente similares ao objeto, que são observados quando aumentada a resolução. Portanto, se reduzirmos a escala por um fator  $F$  e, em seguida, encontrarmos que existem  $N$  pedaços semelhantes ao original, logo a dimensão de autossimilaridade é dada por:

$$N = F^d,$$

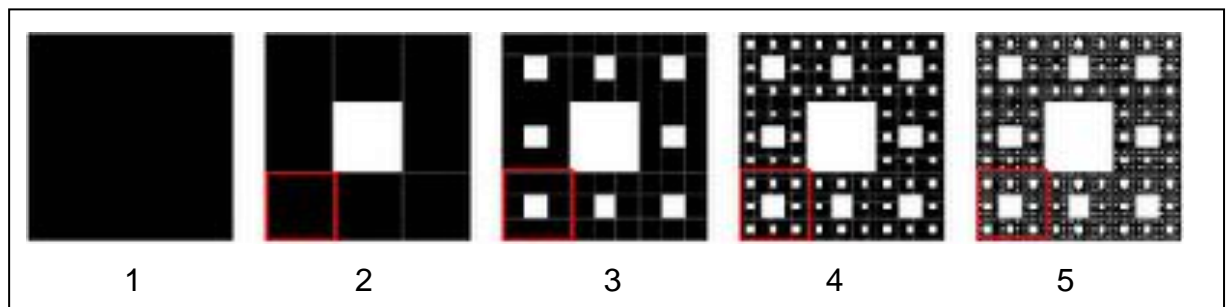
cujo  $d$  é a dimensão de autossimilaridade. Aplicando-se logaritmo, temos:

$$d = \frac{\log N}{\log F}.$$

Quando aplicamos a um segmento de reta o conceito de dimensão de autossimilaridade, o resultado é trivial, com  $d = 1$ . Entretanto, quando aplicamos o mesmo conceito ao perímetro da Curva de Koch, ocorre uma redução do fator de escala de 3 ( $F = 3$ ), e formaram 4 ( $N = 4$ ) novos pedaços. Com isso, a dimensão fractal de autossimilaridade, é um número fracionário:

$$d = \frac{\log 4}{\log 3} = 1,2619.$$

Outra construção de um objeto fractal é o Tapete de Sierpinski, apresentado na figura 4.



**Figura 4:** Tapete de Sierpinski  
Fonte: CARVALHAL (2008)

O Tapete de Sierpinski é obtido a partir de um quadrado, retirando-se o quadrado central dos nove resultantes da redução do lado a um terço. Para cada quadrado restante repete-se a mesma operação infinitas vezes (Guandalini, 2006). Na figura 2.4 o processo foi executado cinco vezes. O objeto resultante tem dimensão menor que dois, devido que não preserva a área da figura original;

entretanto, tem um aspecto de ocupar mais espaço que um simples segmento de reta, o que nos remete a uma dimensão maior que um. Observando as etapas 1 e 2, notamos que, ao reduzirmos o lado do quadrado 1 em três partes ( $F=3$ ), precisamos de apenas oito desses quadrados para obtermos a etapa 2 ( $N=8$ ). Assim, temos que a dimensão fractal de autossimilaridade:

$$d = \frac{\log 8}{\log 3} = 1,8927.$$

Propriedades fractais caracterizam-se por apresentarem uma dependência em forma de uma lei de potência com a escala utilizada para medi-la. A dependência de escala representada por  $L(r)$ , que possui a propriedade de depender da escala usada para medi-la. Portanto,  $L(r) = A \cdot r^b$ , no qual  $A$  e  $b$  são constantes para um determinado processo fractal. Uma marca das grandezas fractais é a dependência linear do logaritmo da grandeza  $L$  com o logaritmo da escala utilizada na realização da medida.

## 2.4 DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS

Os modelos de distribuições de probabilidade a serem explorados são aqueles que apresentam uma utilidade mais frequente e que mais se ajustam na análise das variáveis hidrológicas exploradas.

### 2.4.1 Distribuição Gama

Amplamente aplicada à hidrologia, a distribuição Gama é considerada uma das mais gerais distribuições, uma vez que várias distribuições são caso particular dela, por exemplo, a qui-quadrada, a exponencial, além de outras.

Uma distribuição é definida matematicamente por sua equação de função densidade de probabilidade ou simplesmente função de densidade (f.d.p.). Sua função densidade de probabilidade, considerando sua versão a dois parâmetros, é representada por:

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x},$$

com  $0 < x < \infty$ ;  $\alpha$  e  $\beta$  parâmetros positivos, representando, respectivamente, parâmetros de forma e escala (Naghattini e Pinto, 2007).

A função matemática Gama,  $\Gamma(\alpha)$ , é definida por:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \quad \alpha > 0.$$

Segundo Magalhães (2006), sobre essa função vale destacar alguns resultados importantes:

- I.  $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha), \alpha > 0$ ;
- II.  $\Gamma(n) = (n - 1)!, n$  inteiro positivo;
- III.  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ .

O valor esperado (média) e a variância da distribuição Gama são dados, respectivamente, por:

$$E(x) = \frac{\alpha}{\beta};$$

$$Var(x) = \frac{\alpha}{\beta^2}.$$

### 2.4.2 Distribuição Weibull

A distribuição Weibull foi proposta inicialmente por Waloddi Weibull em 1954, usada extensivamente em engenharia da confiabilidade, análise de sobrevivência e em outras áreas devido a sua versatilidade.

Existem várias formas de parametrizar a distribuição Weibull, mas a expressão mais geral da f.d.p. é da distribuição Weibull de três parâmetros, dada pela expressão:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{x - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left( \frac{x-\gamma}{\beta} \right)^{\alpha}},$$

para  $\gamma \leq x < \infty$ , em que  $\gamma$  é o parâmetro de localização ou posição,  $\beta$  é o parâmetro de escala ( $\beta > 0$ ),  $\alpha$  é o parâmetro de forma, centro de classe de diâmetro ou inclinação da distribuição Weibull ( $\alpha > 0$ ) (Naghattini e Pinto, 2007).

Frequentemente, o parâmetro de posição não é utilizado, e o seu valor pode ser considerado como zero. Quando temos esse caso, a f.d.p. se reduz para distribuição Weibull de dois parâmetros:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha},$$

que é mais habitual.

O valor esperado (média) e a variância da distribuição Weibull são dados, por:

$$E(x) = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right);$$

$$Var(x) = \beta^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right].$$

### 2.4.3 Distribuição Log-Normal

A distribuição Log-Normal teve sua gênese com Francis Galton, em 1879, que considerou que se  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$  são variáveis aleatórias positivas independentes e se

$$X = \prod_{j=1}^n t_j,$$

então a distribuição de

$$Y = \ln(X) = \sum_{j=1}^n \ln t_j$$

se aproxima da distribuição Normal (Apêndice) assim que  $n$  cresce. A distribuição limite de  $Y$ , portanto, será normal se o Teorema Central do Limite (Apêndice) se aplica para variáveis independentes  $\ln(t_j)$ ,  $j$  variando de 1 até  $n$ . Portanto,  $X$  tem distribuição Log-Normal se  $Y$  tem distribuição Normal. Logo, a sua função de densidade é dada por:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]},$$

onde  $\mu$  e  $\sigma$  representam a média e o desvio padrão de  $y$  (Evans et al., 1993).

O valor esperado (média) de  $X = e^Y$ , quando  $Y$  é uma variável aleatória Normal, vale:

$$E(X) = E(e^Y) = \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right),$$

em que  $\sigma^2$  é a variância de  $Y$ . Também podemos expressar em função da Normal a variância da Log-Normal:

$$Var(X) = e^{(2\mu + \sigma^2)}(e^{\sigma^2} - 1).$$

A partir de 1930, a distribuição Log-Normal teve seu campo de ação ampliado nas áreas da biologia, agricultura e economia. Segundo Naghettini e Pinto (2007) é bastante utilizada para modelar: magnitudes de terremotos e tempo de repouso entre terremotos; quantidades positivas, cuja distribuição ocorre com assimetria positiva; médias de máximas diárias anuais de chuva, de vazão e picos de vazão de rios (anuais, mensais e diárias); tempos de sobrevivência; tempo de falha de sistemas; tempo necessário para executar uma determinada tarefa; entre outros.

#### 2.4.4 Distribuição Gumbel

Apresentando grande importância no estudo de eventos extremos ocorridos na natureza, a distribuição Gumbel é bastante relacionada com a distribuição Weibull. Chamada também de distribuição de Valor Extremo, surge quando se toma o logaritmo natural de uma variável com distribuição Weibull. Ou seja, se uma variável  $T$  tem distribuição Weibull com parâmetros  $\alpha$  (escala) e  $\beta$  (forma), então a variável  $X = \ln(T)$  tem uma distribuição Gumbel com função de probabilidade dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} e^{\left[ \frac{x-\mu}{\sigma} - e^{\left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)} \right]},$$

com  $-\infty < x < \infty$ , sendo  $\mu = \ln(\alpha)$  e  $\sigma = \frac{1}{\beta}$  os parâmetros, respectivamente, de localização e escala (Naghettini e Pinto, 2007).

A média (valor esperado) e a variância, com  $X$  uma variável aleatória com distribuição Gumbel, são dadas, respectivamente, por:

$$E(X) = \mu - v\sigma,$$

$$Var(X) = \left( \frac{\pi^2}{6} \right) \sigma^2,$$

no qual  $v = 0,5772 \dots$  é conhecida constante de Euler.

#### 2.4.5 Distribuição Exponencial

É uma distribuição muito útil para descrever o tempo que se leva para completar uma tarefa. Além desse fato, a distribuição exponencial possui inúmeras

outras aplicações em diversas áreas, como às variáveis hidrológicas (Naghetini e Pinto, 2007).

A variável aleatória  $X$  segue o modelo exponencial de parâmetro  $\lambda$ ,  $\lambda > 0$ , se tiver densidade dada por:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},$$

com  $0 < x < \infty$  (Magalhães, 2006).

A esperança (média) e a variância da distribuição exponencial são obtidas através das seguintes expressões:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda},$$

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}.$$

## 2.5 CORRELAÇÕES DE LONGO ALCANCE EM SÉRIES TEMPORAIS

Diversos métodos têm sido utilizados para estimar parâmetros que possam avaliar a presença de correlação de longo alcance em séries temporais. Entre eles destacaremos: a função de autocorrelação (Guerrero e Smith, 2005); a análise do expoente de Hurst (Mandelbrot, 1983) e o método da análise das flutuações sem tendências (Detrend Fluctuation Analysis – DFA) (Peng et al., 1994).

### 2.5.1 Análise da Função da Autocorrelação

Em estatística, autocorrelação representa uma medida que indica o quanto o valor de uma variável aleatória é capaz de influenciar seus vizinhos. Por exemplo, o quanto a existência de um valor mais alto condiciona valores também altos de seus vizinhos.

As correlações de longo alcance foram constatadas em séries temporais relacionadas aos vários fenômenos em meteorologia, geofísica, engenharia, fisiologia e economia.

A função de autocovariância para séries temporais estacionárias,  $x_i$ , sendo  $i = 1, \dots, N$ , com média e desvio padrão constante, é representada pela seguinte equação:

$$C(s) = \frac{1}{N-s} \sum_{i=1}^{N-s} (x_i x_{i+s}).$$

A função de autocorrelação é obtida dividindo-se a função de autocovariância pela variância. O valor esperado de  $C(s)$  é nulo para  $s > 0$ , se  $x_i$  é não correlacionados.

Uma função de autocorrelação com decaimento obedecendo a uma lei de potência,

$$C(s) \sim s^{-\gamma},$$

mostra que a série possui correlação de longo alcance com o expoente de correlação,  $0 < \gamma < 1$ . Para correlações de longo alcance,

$$\int_0^{\infty} C(s) ds,$$

diverge para  $N \rightarrow \infty$ . Esta interpretação não é apropriada se a série não for estacionária, pois a média não estará bem definida. Se a série for estacionária, o decaimento da função de autocorrelação definirá se a série possui ou não correlação de longo alcance. Um decaimento exponencial,

$$C(s) \approx e^{-\frac{s}{t_x}},$$

indica que a série possui correlação de curto alcance, com  $t_x$  representando o tempo de decaimento característico (Beran, 1994; Rangarajan e Ding, 2000).

## 2.5.2 Análise do Expoente de Hurst

Harold Edwin Hurst foi um hidrólogo que trabalhou no projeto de construção de uma represa para o Rio Nilo. Seu obstáculo consistia no regime de fluxo a ser abordado, de forma que o tamanho do reservatório fosse suficiente para armazenar água durante a estiagem de chuva (estação seca), de maneira que nunca secasse. Considerou o problema como sendo um processo aleatório, onde a quantidade de água flui para dentro da represa depende da chuva, no caso de enchimento; e no caso de esvaziamento, o processo aleatório é a demanda de água (Botti, 2007).

Assim, Hurst resolveu testar a hipótese de que o regime de chuvas caminhava para um processo e gerou uma nova estatística, o expoente de Hurst ( $H$ ), que servia para diferenciar uma série com uma aleatoriedade tipo browniana (sem correlações) com uma série não aleatória, ainda que a série aleatória não tendesse

a uma distribuição de probabilidade, que seguisse para uma média central. Hurst constatou que a maior parte dos fenômenos naturais, tais como o fluxo dos rios, o regime das chuvas e a temperatura, tendiam a um ruído com tendência. A força dessa tendência e o nível do ruído poderiam ser mensurados pelo valor da estatística  $H$ . Portanto, o expoente de Hurst é um mecanismo capaz de proporcionar informações sobre correlação e persistência em uma série temporal.

O expoente de Hurst pode ser calculado da seguinte maneira:

Seja uma série temporal  $\{x_1, x_2, \dots, x_i\}$ , de fenômenos naturais adquiridos de um tempo discreto, ao longo de um intervalo  $\tau$ , calcula-se a média ao longo desse período  $\tau$ , da série original,

$$\langle x \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} x_i.$$

Em seguida, a série original de cada segmento é integrada através da subtração da média em cada intervalo, adquirindo assim, trechos de série sem tendência:

$$X(i, \tau) = \sum_{u=1}^i (x_u - \langle x \rangle_\tau),$$

sendo  $u = 1, \dots, i$ .

Posteriormente, são encontradas as diferenças entre os valores máximos e mínimos em cada segmento, com  $1 \leq i \leq \tau$ ,

$$R(\tau) = \max\{X(i, \tau)\} - \min\{X(i, \tau)\},$$

assim como o desvio padrão de cada um desses segmentos,

$$S = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} [x_i - \langle x \rangle_\tau]^2}.$$

Hurst descobriu o seguinte comportamento para valores grandes de  $\tau$ :

$$\frac{R}{S} \sim (c\tau)^H,$$

onde  $c$  é uma certa constante e o  $H$  representa o expoente de Hurst ou parâmetro de Hurst. Ao plotar  $\log(R/S)$  contra  $\log(\tau)$  obteremos um gráfico, cujo a inclinação do mesmo representará o expoente de Hurst,  $H$ .



### 2.5.3 Detrended Fluctuation Analysis - DFA

O método Detrended Fluctuation Analysis tem se mostrado um importante mecanismo na análise de séries não estacionárias, séries temporais de longo alcance e na determinação das propriedades de escala monofractal. Introduzido por Peng et al. em 1994 para análises de sequências gênicas de DNA, o método DFA vem sendo amplamente utilizado em climatologia (Kavasseri e Nagarajan, 2004); séries temporais econômicas (Costa e Vasconcelos, 2003); dinâmica de variabilidade cardíaca (Bunde et al., 2000); fisiologia (Ivanov et al., 2009) e muitas outras áreas.

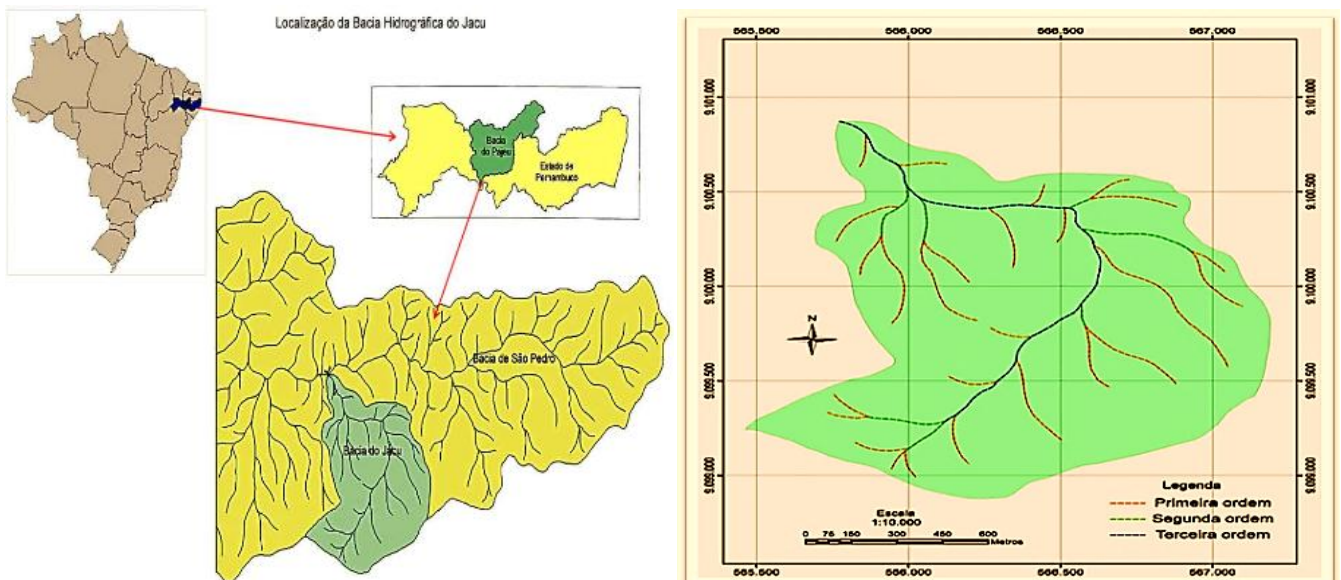
O método DFA subtrai as possíveis tendências da série temporal original e faz uma análise de flutuação dos dados. E isto pode ser visto como uma das principais razões de se empregar o DFA, pois evita a detecção de falsas correlações, que são características da não estacionaridade nas séries temporais (Kantelhardt et al., 2001).

Uma das propriedades mais importantes que se procura determinar ao analisar séries temporais é a denominada persistência, que se refere à correlação interna da série. Uma série é persistente se valores adjacentes estão correlacionados positivamente, como ocorre no movimento browniano. A série é dita antipersistente se valores adjacentes estão correlacionados inversamente, ou seja, se existe a tendência de valores grandes serem seguidos por valores pequenos ou vice-versa.

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1. Área de Estudo

A bacia hidrográfica do Riacho Jacu possui uma área de 2,10 km<sup>2</sup> e perímetro de 6,50 km (figura 5), encontra-se na região do alto Sertão do Pajeú, ambiente semiárido do estado de Pernambuco, distando 130 km do Recife. O acesso se dá pela rodovia estadual PE 390 - km 20, na região da serra da Lagartixa, pertencente ao limite municipal entre as cidades de Serra Talhada e Floresta, com coordenadas geográficas de 38°14'39.3" de longitude Oeste e 08°00'15.9" de latitude Sul.



**Figura 5:** Mapa da bacia hidrográfica do riacho Jacu e sua rede de drenagem.

Fonte: Piscoya (2012).

O clima da bacia hidrográfica do riacho Jacu, de acordo com a classificação de Köppen, insere no tipo *Bwh*, que representa semiárido, quente e seco, com chuvas de verão-outono. É uma bacia típica do semiárido brasileiro quanto às práticas de exploração agrícola do solo e recursos naturais, bem como pelo baixo nível tecnológico empregado.

### 3.2. Fonte dos Dados

Os dados hidrológicos da bacia hidrográfica do riacho Jacu são coletados desde 2008, a partir de uma estação automática de registro de dados hidrológicos e fluviométricos, figura 6. A estação constitui-se de um sensor de nível e vazão (Linígrafo), do qual o sensor foi colocado no leito do riacho, em sua seção de controle, para conhecimento dos regimes de nível e vazão, e de um pluviógrafo para registro dos valores de precipitação e de sua duração. Os dados coletados por esses instrumentos são registrados automaticamente em um Data Logger (modelo SL2000MIM) que também compõe a estação e que é alimentado eletricamente por uma célula fotoelétrica e bateria auxiliar 12 volts. Os dados utilizados nesse trabalho foram a altura da lâmina e vazão nos períodos contínuos de chuva nos anos de 2008 e 2009.



**Figura 6:** Detalhe da estação automática para coleta dos dados hidrológicos e do sensor de vazão e altura da lâmina de escoamento do riacho Jacu.

### 3.3 Metodologia

#### Algoritmo Detrended Fluctuation Analysis

Para se realizar o método DFA obedeceremos aos seguintes procedimentos: Seja uma série temporal  $\{x_i\}$ , com  $i$  variando de 1 a  $N$  (tamanho total da série). Integra-se a série, ação que transforma a série original,  $x_i$ , em,

$$y(k) = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}),$$

com  $\bar{x}$  representando a média dos valores de  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  e  $k$  é um número inteiro entre 1 e  $N$ .

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i.$$

O processo de DFA consta em dividir a série integrada  $y(k)$  em intervalos não sobrepostos de tamanho  $n$ , onde  $n = 1, \dots, N$ , e em cada um destes intervalos, uma reta é ajustada aos dados por mínimos quadrados, representando a tendência local em cada intervalo,  $y_n(k)$ ,

Posteriormente é retirada a tendência da série temporal integrada,  $y(k)$ , subtraindo da mesma a tendência local,  $y_n(k)$ , em cada intervalo. Calcula-se a função de flutuação  $F(n)$ , definida de seguinte maneira:

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2}.$$

Este cálculo é repetido para todos os tamanhos de intervalos para conceder a relação entre  $F(n)$  e o tamanho do intervalo  $n$ . No caso de um processo autossimilar  $F(n)$  tende a crescer com o tamanho do intervalo,  $n$ , pela lei de potência:

$$F(n) \sim n^\alpha.$$

Por fim, é possível plotar o gráfico  $\log[F(n)]$  por  $\log(n)$  e ajustar uma reta aos pontos, que gera a equação da reta e cujo coeficiente  $\alpha$  é o valor do expoente DFA para cada série de pontos. O coeficiente  $\alpha$  relaciona com a função de autocorrelação da série original da seguinte forma:

- Para parâmetro de autossimilaridade no intervalo  $0 < \alpha < 0,5$ , as autocorrelações são antipersistentes;
- Para o valor de parâmetro  $\alpha = 0,5$  representa uma série não correlacionada (ruído branco), isto é, a série descreve uma caminhada aleatória;
- Para  $0,5 < \alpha < 1$ , denota que a série original apresenta autocorrelações de longo alcance persistentes;
- Para o valor  $\alpha = 1$ , a série indica um ruído do tipo  $1/f$ ;
- O caso especial,  $\alpha = 1,5$ , indica um ruído Browniano, que é a integração do ruído branco.

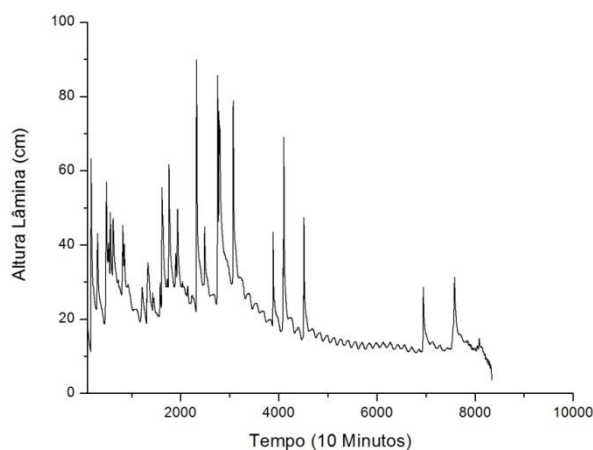
O expoente  $\alpha$  pode ser interpretado como o parâmetro que indica a suavidade da série temporal original, ou seja, quanto maior o valor de  $\alpha$  mais suave é a série analisadas.

As análises exploratórias das variáveis hidrológicas, altura da lâmina e vazão, e as análises das distribuições estatísticas das mesmas foram executadas no Software Estatístico **R** em sua versão **2.15.2** obtido no site do “The R Project for Statistical Computing” (<http://www.r-project.org>). Na análise software R foi aplicada uma avaliação com os diagramas boxplot, consistindo segundo Naghettini e Pinto (2007), de um gráfico que possibilita representar a distribuição do conjunto de dados construído com base no resumo dos cinco números, formado pelos seguintes valores: valor mínimo, primeiro quartil, segundo quartil, terceiro quartil e valor máximo. Para as avaliações dos dados hidrológicos com o método Detrended Fluctuation Analysis foram desempenhadas com um software disponível no site da PhysioNet (<http://www.physionet.org/>).

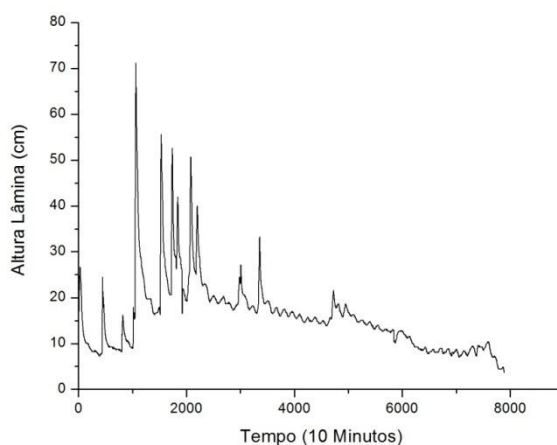
## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Análise Exploratória das Séries Temporais Hidrológicas

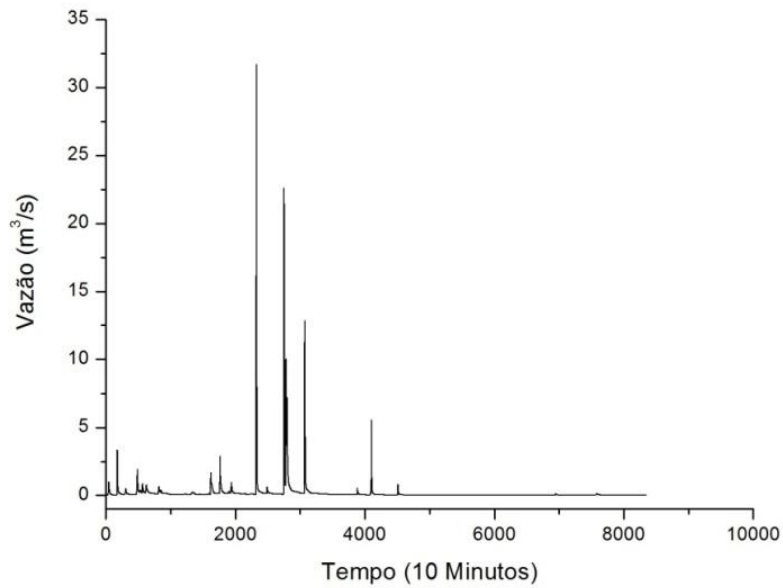
As variáveis hidrológicas analisadas foram a vazão e altura da lâmina de água obtidas na estação automática de dados hidrológicos e fluviométricos. As figuras 7 a 10 expressam as séries temporais, com resolução de 10 minutos, da altura da lâmina de água e dos hidrogramas da vazão do riacho Jacu nos anos de 2008 e 2009, respectivamente. Elas apresentam a variabilidade dos dados hidrológicos, característica do semiárido nos períodos analisados, com ascensão no início dos períodos chuvosos, seguidos de recessão até o fim do período chuvoso.



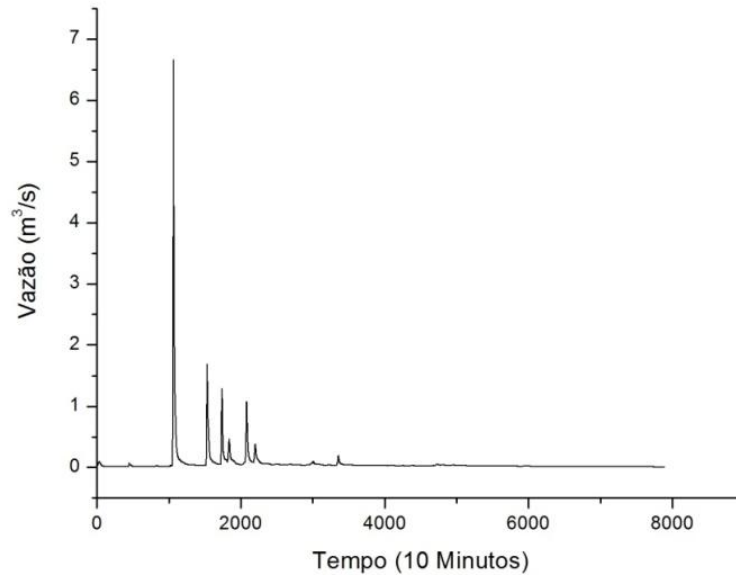
**Figura 7:** Comportamento da série temporal de altura da lâmina do riacho Jacu entre 18 de março a 15 de maio de 2008.



**Figura 8:** Comportamento da série temporal de altura da lâmina do riacho Jacu entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.



**Figura 9:** Hidrograma da série temporal da vazão do riacho Jacu entre 18 de março a 15 de maio de 2008.

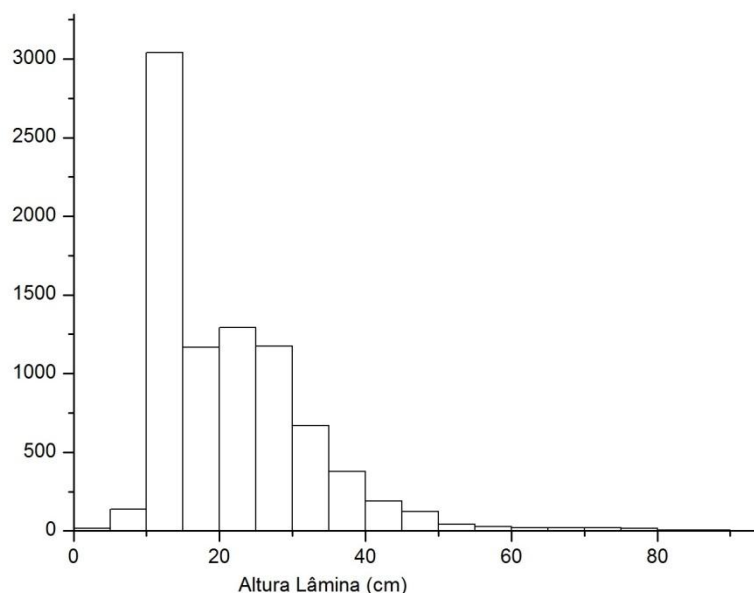


**Figura 10:** Hidrograma da série temporal da vazão do riacho Jacu entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.

Do ponto de vista hidrológico, observa-se que as séries temporais para as variáveis hidrológicas do riacho Jacu apresentam uma distribuição do tipo sequência de picos simples e rápidos nos períodos indicados (Graf, 1988). Além de apresentar

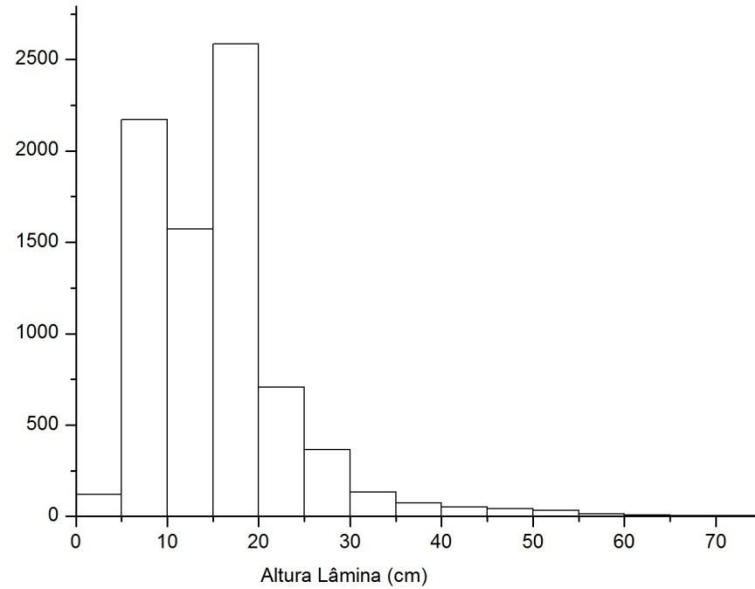
canais com longos períodos sem escoamento caracterizando o comportamento de sistemas efêmeros ou intermitentes, normalmente secos e ocasionalmente transportando água e sedimentos, o que normalmente ocorre nos rios de regiões áridas e semiáridas (Tooth, 2000).

Nas figuras 11 a 14, são apresentados os histogramas que sintetizam o comportamento das variáveis estudadas. Para a altura da lâmina de água no período de 2008 e 2009, observa-se comportamentos assimétricos, crescente de forma mais brusca na primeira etapa e decrescente de forma mais graduada na segunda etapa, produzindo um lado mais alongado. Para a vazão de 2008, observou-se uma maior concentração dos dados no intervalo de 0 a 2, que sobressaiu muito em relação aos outros. Para os dados da vazão no ano de 2009, notamos um número de ocorrência maior no intervalo de 0 a 0,5. Em relação a esse comportamento percebemos que em 2008 deteve chuvas mais intensas em relação ao ano seguinte.

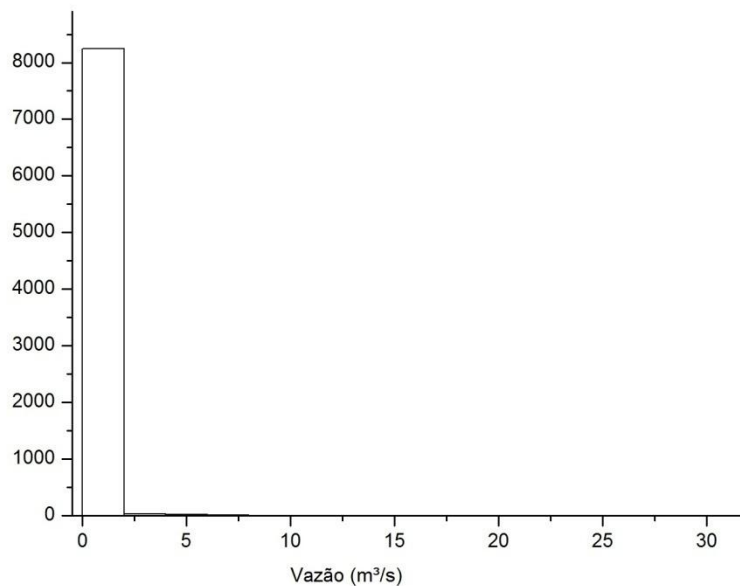


**Figura 11:** Histograma da altura da lâmina da bacia hidrográfica do riacho Jacu entre 18 de março a 15 de maio de 2008.

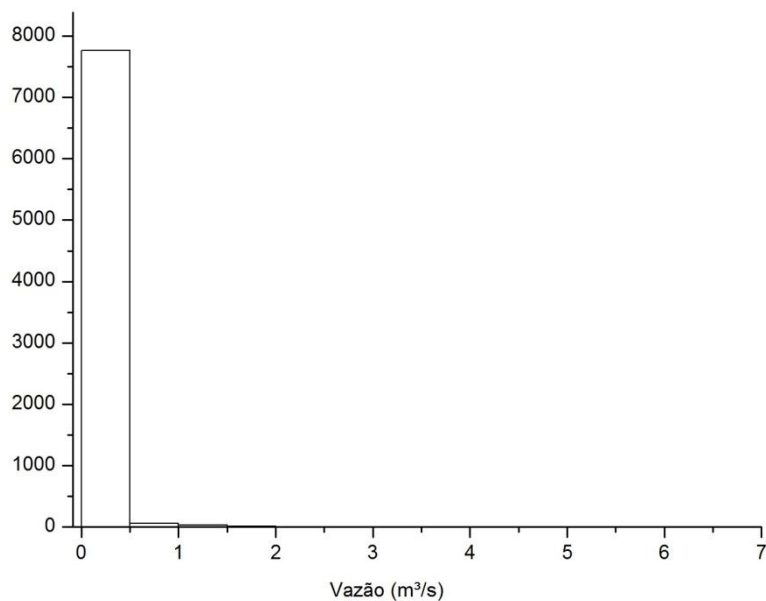




**Figura 12:** Histograma da altura da lâmina da bacia hidrográfica do riacho Jacu entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.



**Figura 13:** Histograma da vazão da bacia hidrográfica do riacho Jacu entre 18 de março a 15 de maio de 2008.



**Figura 14:** Histograma da vazão da bacia hidrográfica do riacho Jacu entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.

Para as séries temporais apresentadas foram realizadas a Análise Exploratória de Dados (AED) a fim de examinar os dados previamente à aplicação de qualquer técnica estatística. A Tabela 1 exibe as estatísticas descritivas para as variáveis hidrológicas, altura da lâmina de água e vazão, nos períodos contínuos de chuvas.

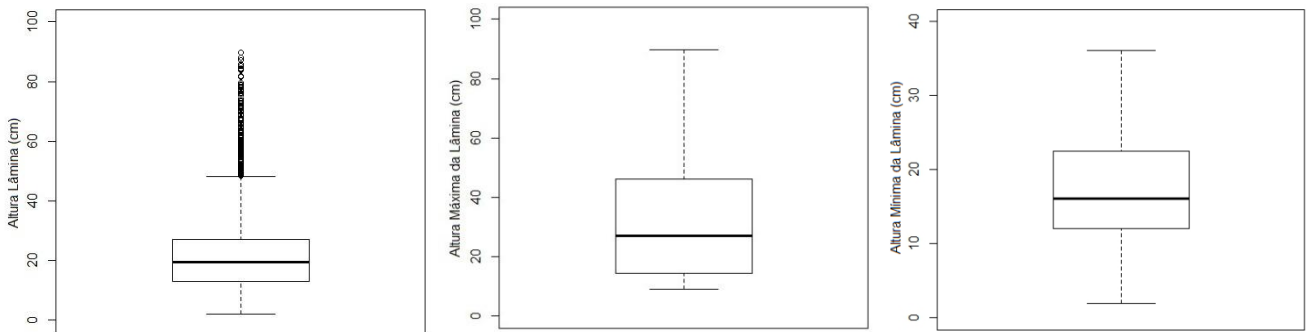
Nessa tabela constatamos que no ano de 2008 apresentou os maiores valores para as médias e medianas (medida de tendência central), além de o desvio padrão nos informar que os dados desse ano mostrou um maior grau de variação (dispersão) em relação à média. O ano de 2009 sucedeu com valores inferiores e desvio padrão indicando que os dados tendem a se concentrar próximo da média. Isso decorreu porque em 2008 deteve as chuvas mais acentuadas que em 2009, conseqüentemente, apresentou os valores mais elevados para a altura da lâmina de água e vazão.

**Tabela 1:** Estatística descritiva das variáveis hidrológicas da bacia hidrográfica do riacho Jacu.

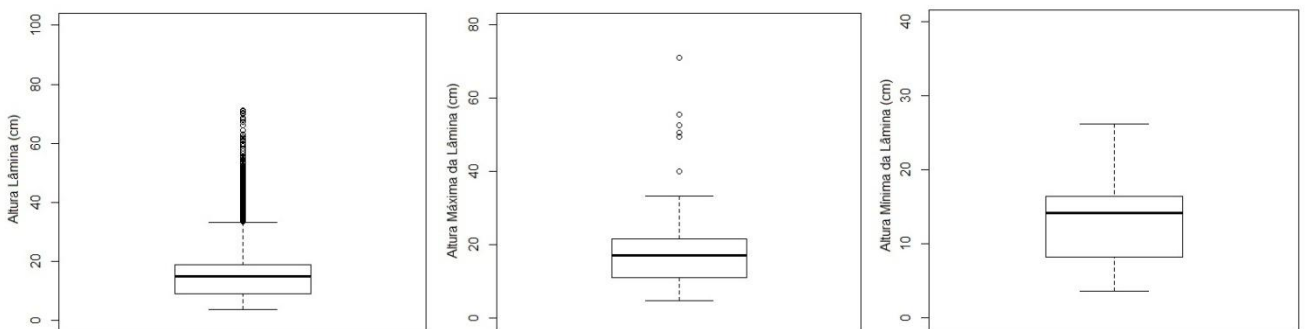
<b>2008</b>	<b>Média</b>	<b>Mediana</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>Altura da Lâmina (cm)</b>	21,700	19,420	10,737	1,937	89,836
<b>Altura Máxima (cm)</b>	32,890	26,940	21,282	9,216	89,836
<b>Altura Mínima (cm)</b>	17,810	16,140	7,397	1,937	36,170
<b>Vazão (m³/s)</b>	0,187	0,043	1,061	0,002	31,695
<b>Vazão Máxima</b>	1,821	0,100	5,369	0,011	31,695
<b>Vazão Mínima</b>	0,050	0,028	0,049	0,002	0,264
<b>2009</b>					
<b>Altura da Lâmina (cm)</b>	15,760	15,040	7,889	3,631	71,138
<b>Altura Máxima (cm)</b>	20,270	17,270	13,339	4,845	71,138
<b>Altura Mínima (cm)</b>	13,080	14,19	5,135	3,631	26,210
<b>Vazão (m³/s)</b>	0,057	0,025	0,249	0,004	6,663
<b>Vazão Máxima</b>	0,250	0,033	0,932	0,005	6,663
<b>Vazão Mínima</b>	0,023	0,023	0,017	0,004	0,093

As figuras 15 a 18 apresentam os boxplots das variáveis altura da lâmina e vazão da bacia hidrográfica do interior de Pernambuco nos anos de 2008 e 2009, que é muito útil por dispor uma visão da amostra. As observações que aparecem acima ou abaixo dos limites são identificadas no diagrama e consideradas valores atípicos (*outliers*). Deste modo, em relação às variáveis hidrológicas analisadas, constatamos que apresentam muitos valores discrepantes e assimetria em ambas as variáveis, devido a grande irregularidades dos dados avaliados.

Em relação às alturas da lâmina de água de 2008 e 2009, figuras 15 e 16, percebemos que as séries originais apresentaram muitos pontos discrepantes, ou seja, surgiram valores que estão muito acima da média, além da assimetria dos dados hidrológicos, ou seja, os dados não seguem uma distribuição Normal. Já as alturas máxima e mínima para 2008, notamos que não apresentaram *outliers*, significando que os dados foram mais uniformes em relação à média, porém aparecendo assimetria na estrutura dos dados. A altura máxima para 2009, diferentemente do ano de 2008, apresentaram alguns pontos discrepantes e apesar de não apresentar *outliers*, os dados da altura mínima da lâmina de 2009 demonstraram assimétricos.



**Figura 15:** Os *Boxplot* para as alturas da lâmina de água do riacho Jacu de 2008.



**Figura 16:** Os *Boxplot* para as alturas da lâmina de água do riacho Jacu de 2009.

As figuras 17 e 18 exibem os gráficos do *Boxplot* para as vazões de 2008 e 2009 e em conformidade com Oliveira (2008), constatamos que os dados concentram em uma média muito baixa, como vista na Tabela 1, e que apresentaram bastantes pontos discrepantes, além de forte assimetria da distribuição dos dados. As vazões máxima e mínima, para os mesmos períodos, revelam poucos *outliers*, ou seja, poucos dados que se encontram acima da média, além da assimetria da distribuição dos dados, isto é, a assimetria mostra evidências de que os dados não provêm de populações com distribuição normal.

Os dados atípicos (*outliers*) ocorrem devido a grande variabilidade dos dados hidrológicos (Naghetini e Pinto, 2007), principalmente para as regiões semiáridas, como expressam as séries originais para a altura da lâmina e vazão nos anos de 2008 e 2009. Já para as séries dos valores extremos, ou seja, os dados máximos e mínimos apresentaram poucos pontos discrepantes, devido que a maior parte dos dados concentra próximos da média das suas correspondentes amostras.

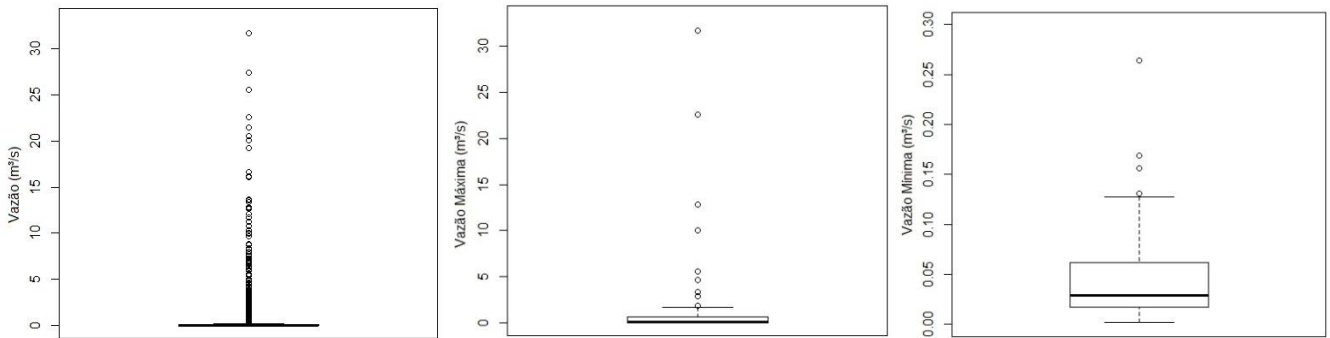


Figura 17: Os *Boxplot* para as vazões do riacho Jacu de 2008.

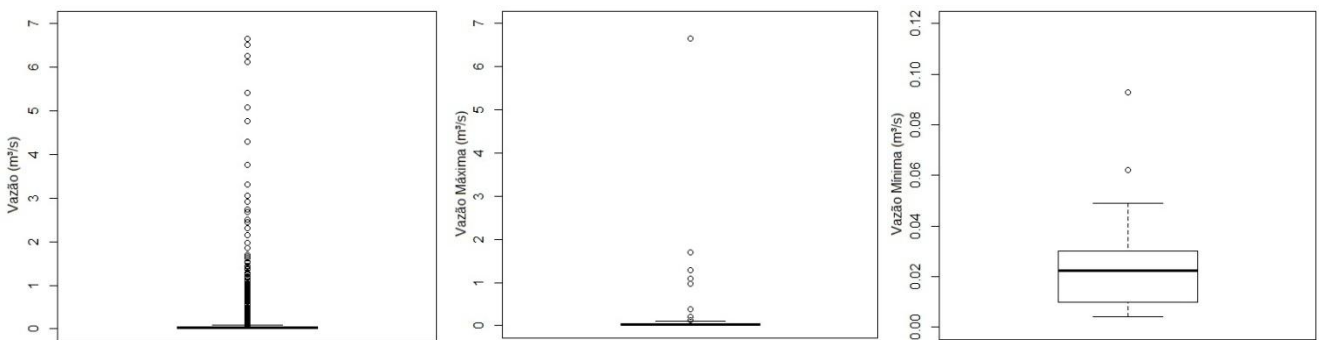


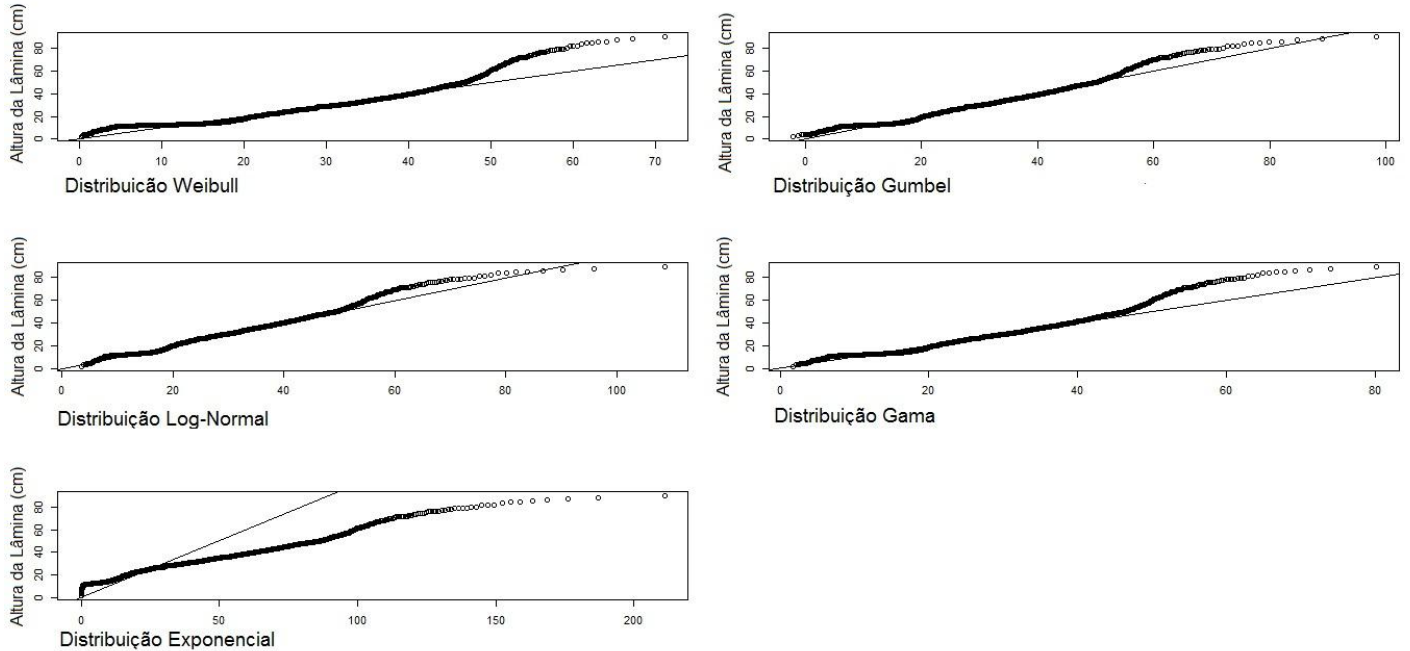
Figura 18: Os *Boxplot* para as vazões do riacho Jacu de 2009.

## 4.2 Ajuste dos Dados à Distribuição de Probabilidade

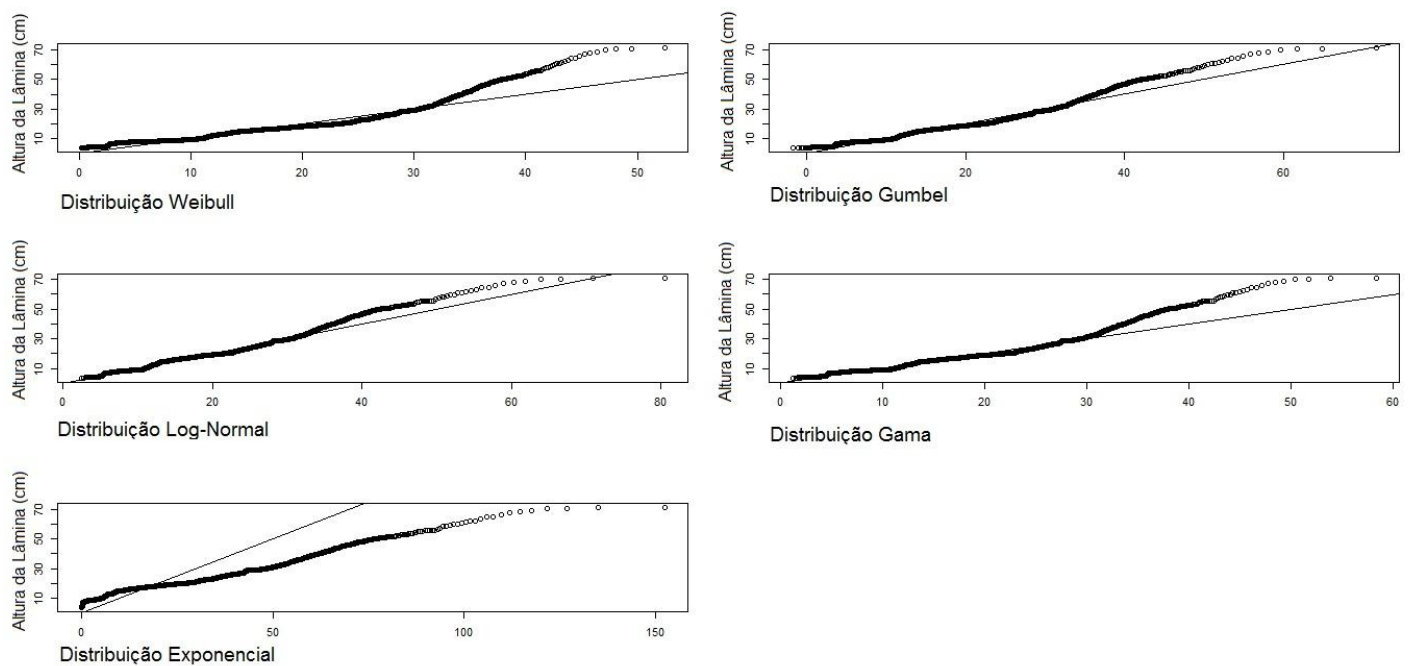
Para as séries temporais estudadas foram testadas as distribuições Weibull, Gumbel, Log-Normal, Gama e Exponencial com o intuito da escolha da que melhor modelasse os dados hidrológicos da bacia hidrográfica do Riacho Jacu. Um dos métodos gráficos mais aplicados na avaliação do ajuste de uma dada distribuição aos dados considerados é o *Quantil-Quantil Plot* ou *Q-Q plot*. Segundo Hartmann et al. (2011) essa técnica adotada baseia na comparação gráfica dos quantis teóricos da distribuição usada com os quantis amostrais, expressando a linearidade entre os dados ajustados e os empíricos, de maneira que quanto mais próximos à reta de referência, maior é a certeza de que as distribuições das duas amostras podem ser consideradas as mesmas.

Dessa forma, com a finalidade principal de encontrar a distribuição que melhor ajuste às variáveis hidrológicas avaliadas, as figuras 19 a 30 expressam os comportamentos dos dados para as distribuições de probabilidade utilizadas.

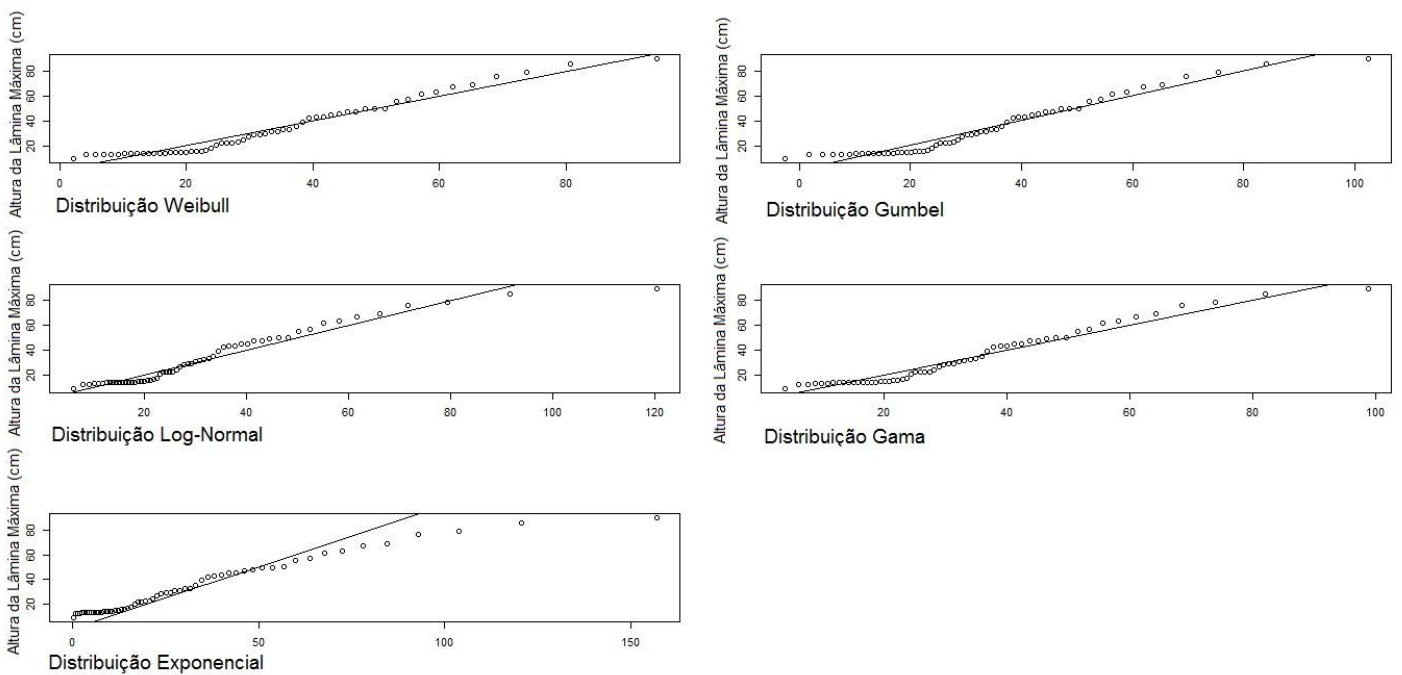
Portanto, os gráficos traduzem o quão próximo os pontos encontram-se da reta bissetriz, ou seja, quanto mais os pontos estiverem concentrados na reta, maior a probabilidade dos dados seguirem a distribuição testada.



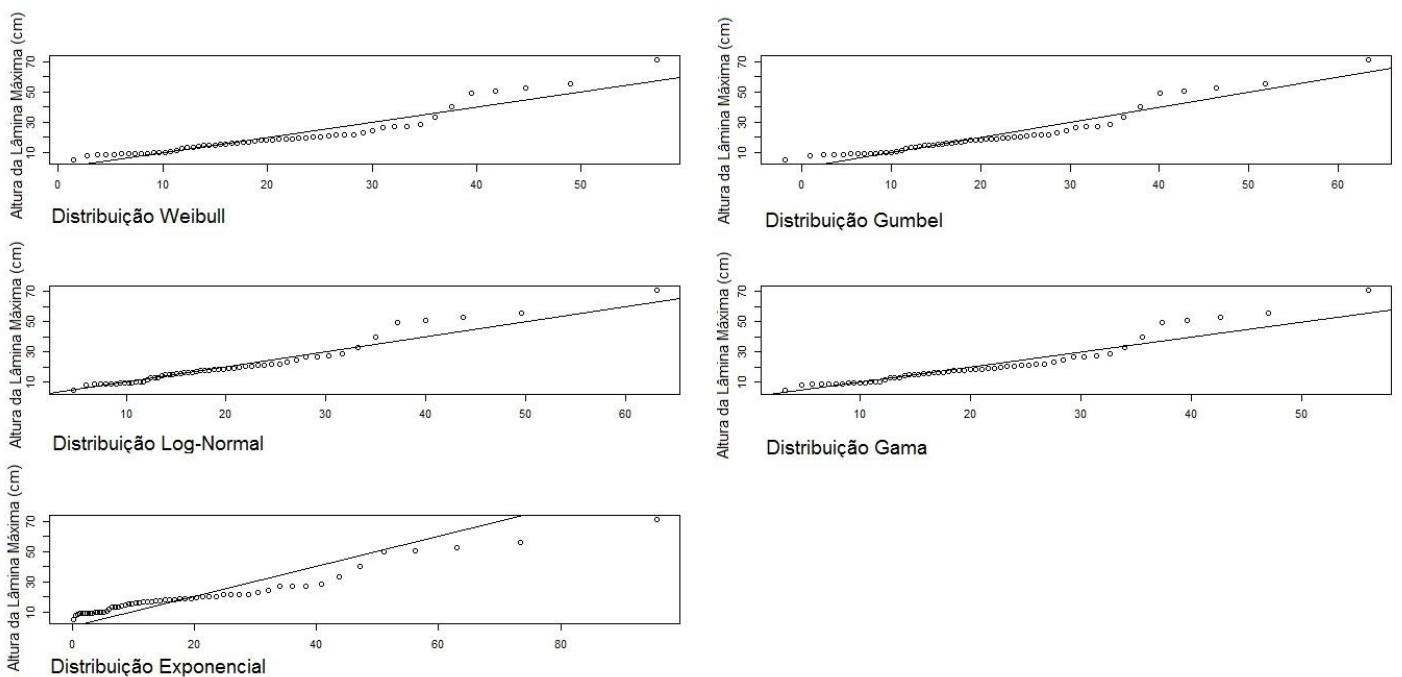
**Figura 19:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas dos dados originais da altura da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.



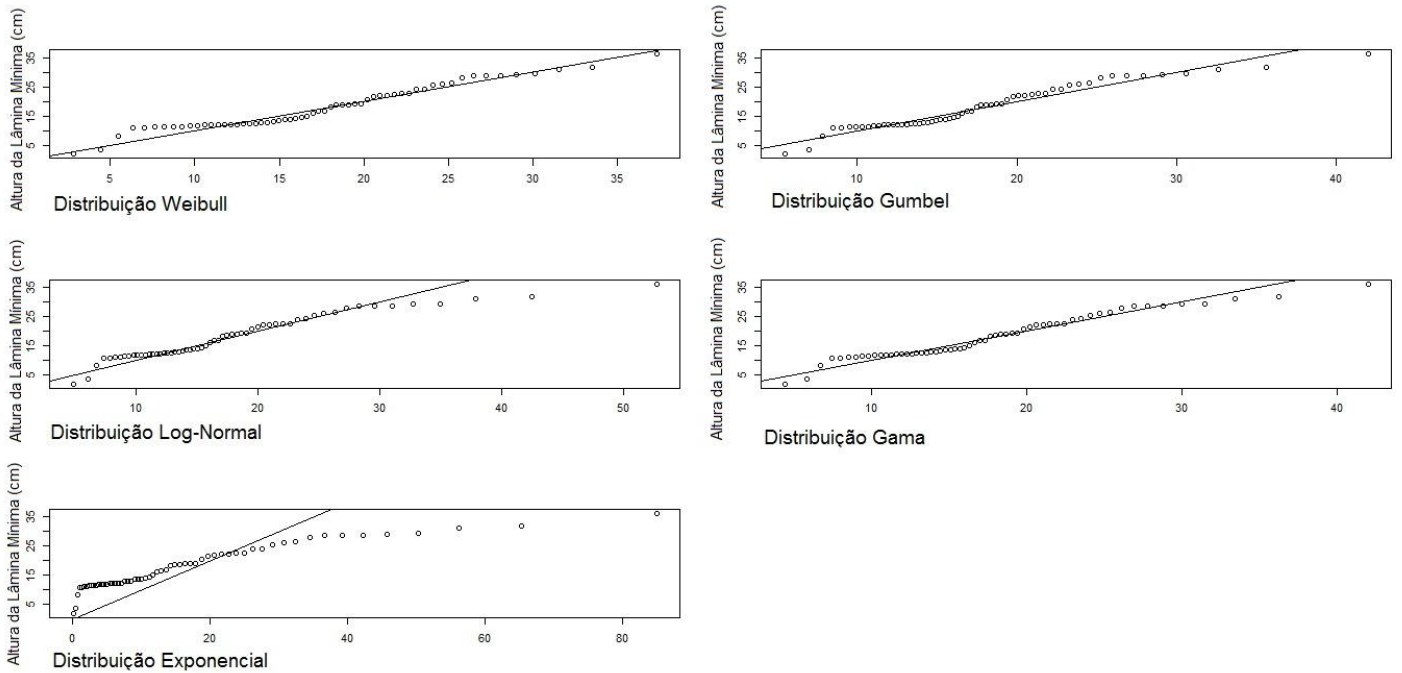
**Figura 20:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas dos dados originais da altura da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.



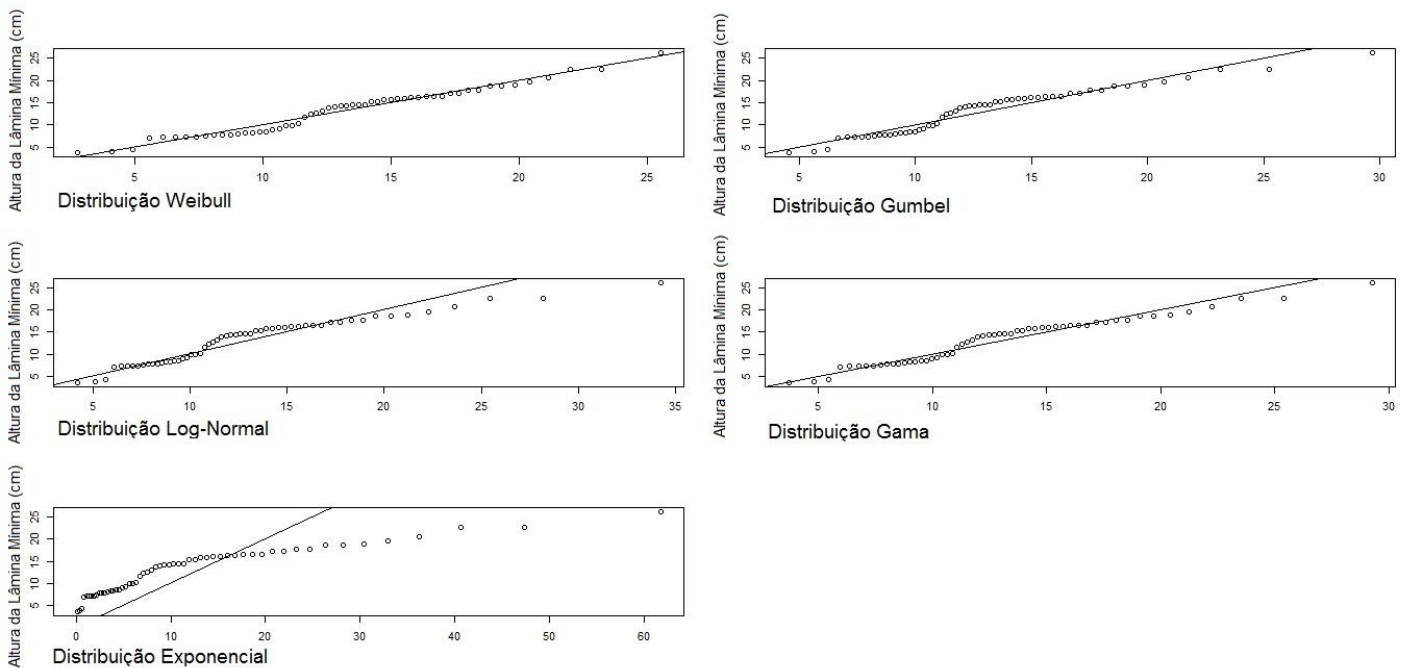
**Figura 21:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da altura máxima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.



**Figura 22:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da altura máxima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.

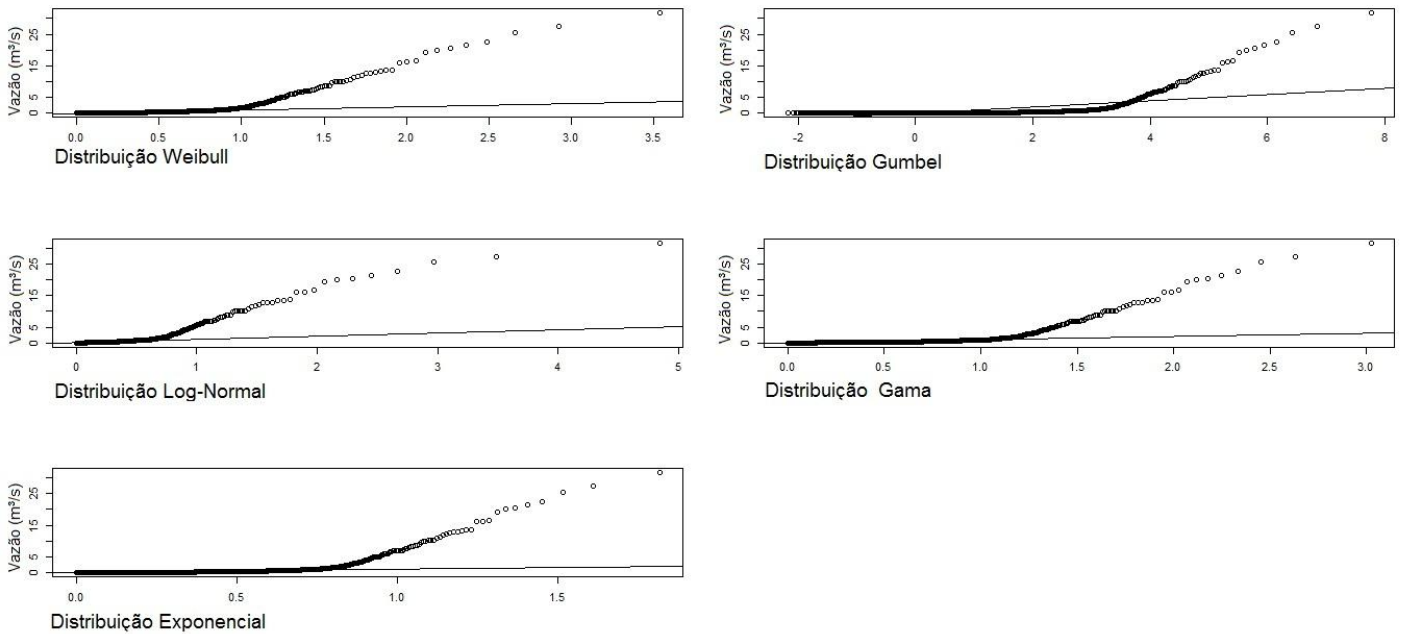


**Figura 23:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da altura mínima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.

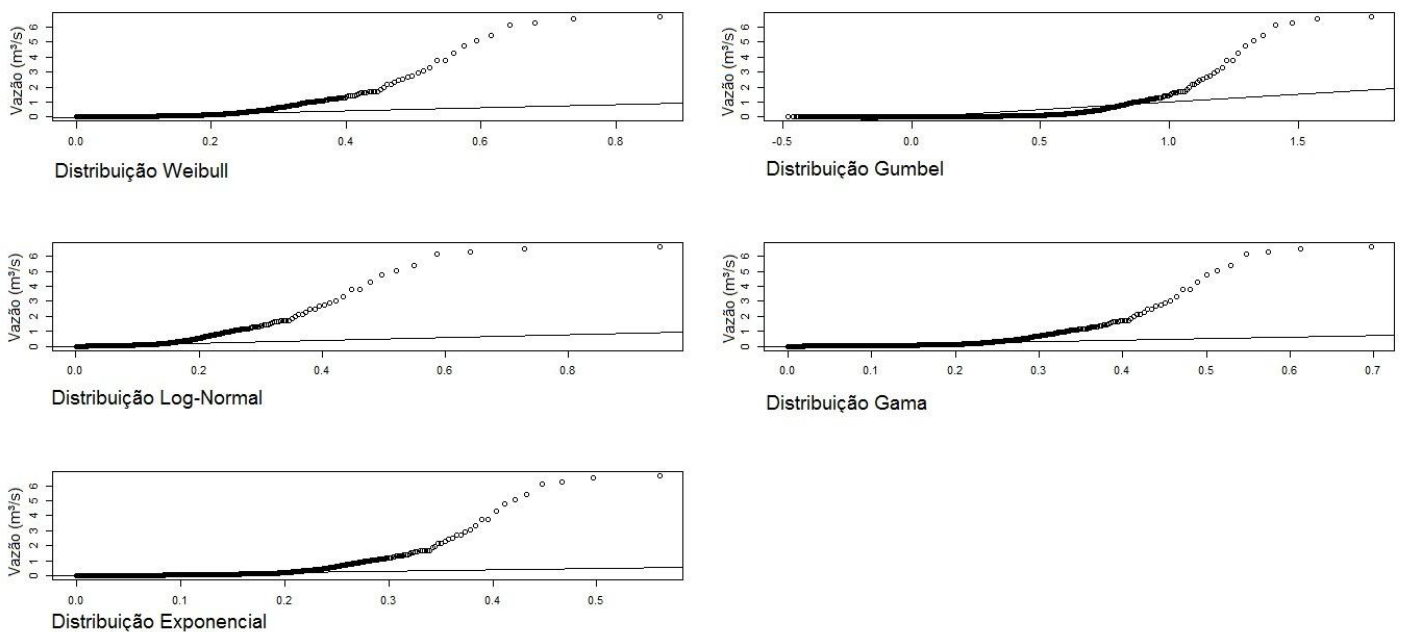


**Figura 24:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da altura mínima da lâmina de escoamento do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.

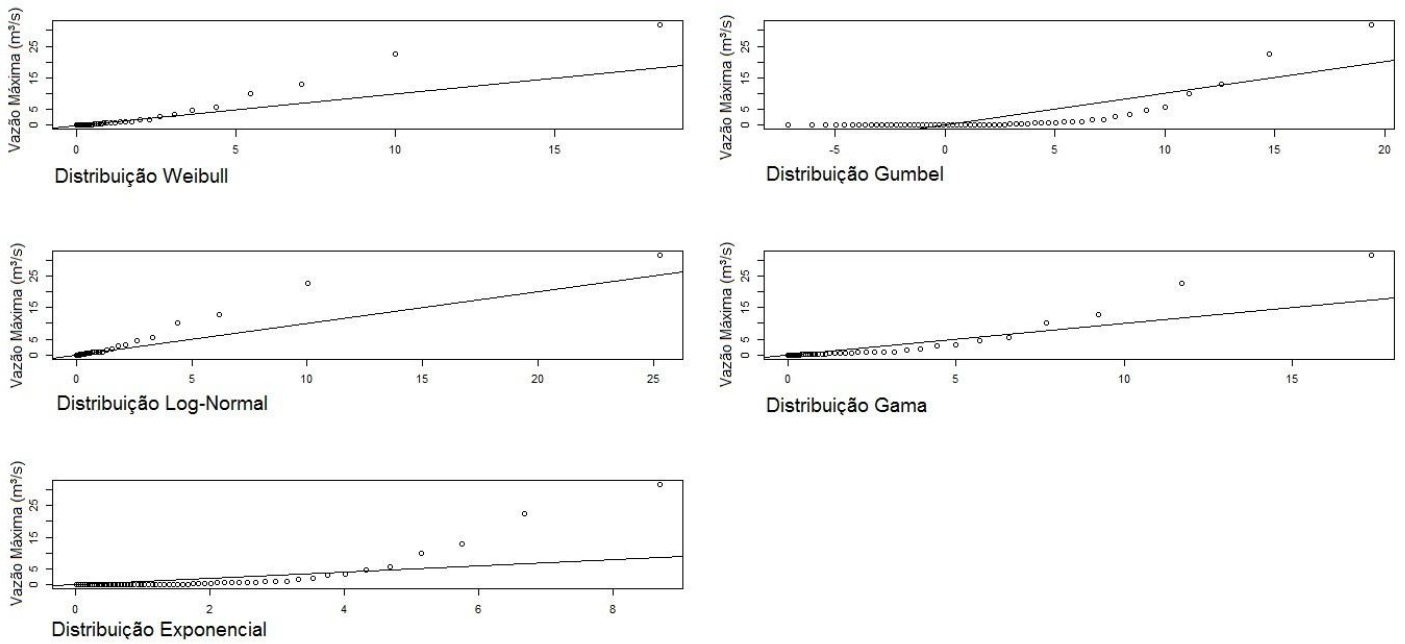




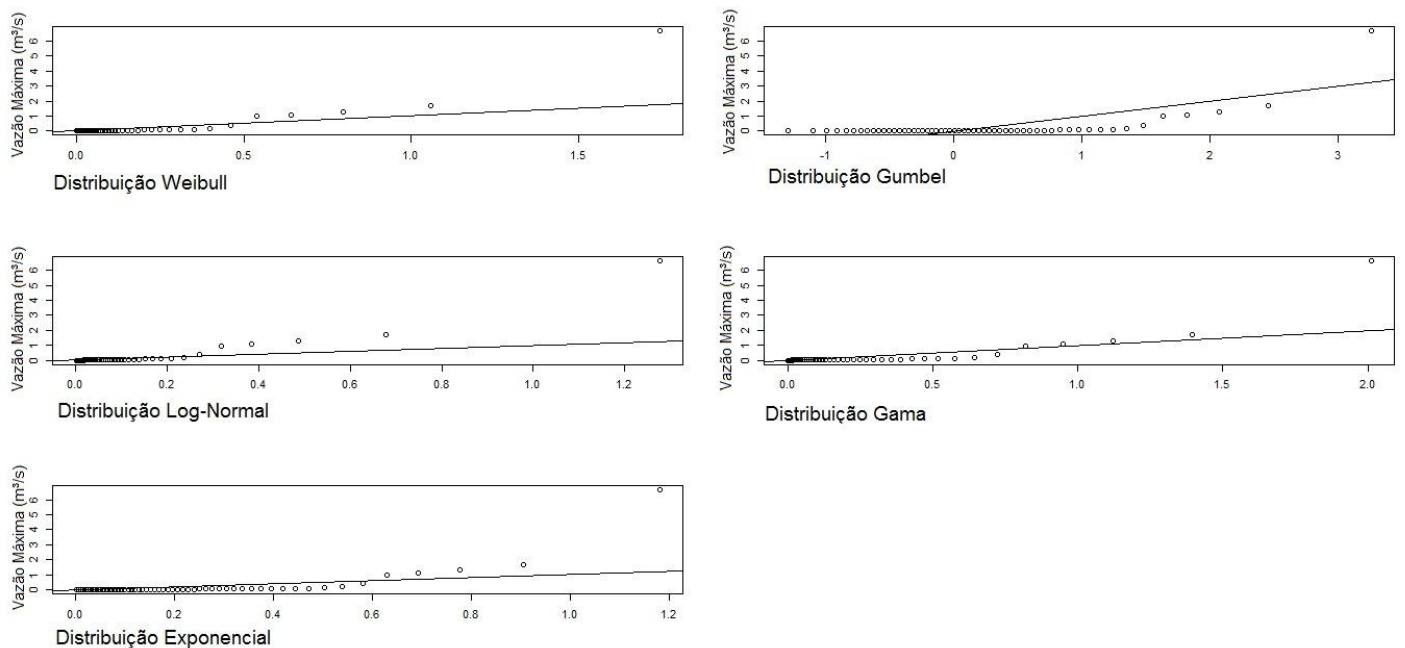
**Figura 25:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas dos dados originais da vazão do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.



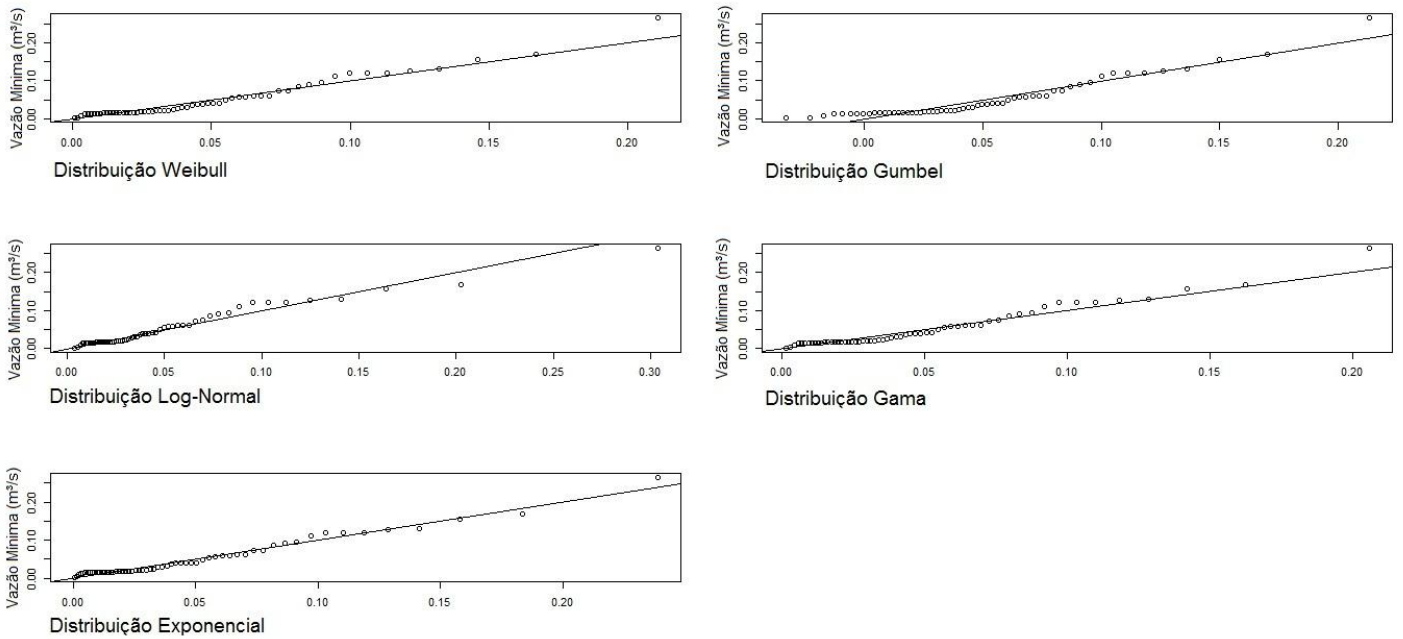
**Figura 26:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas dos dados originais da vazão do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.



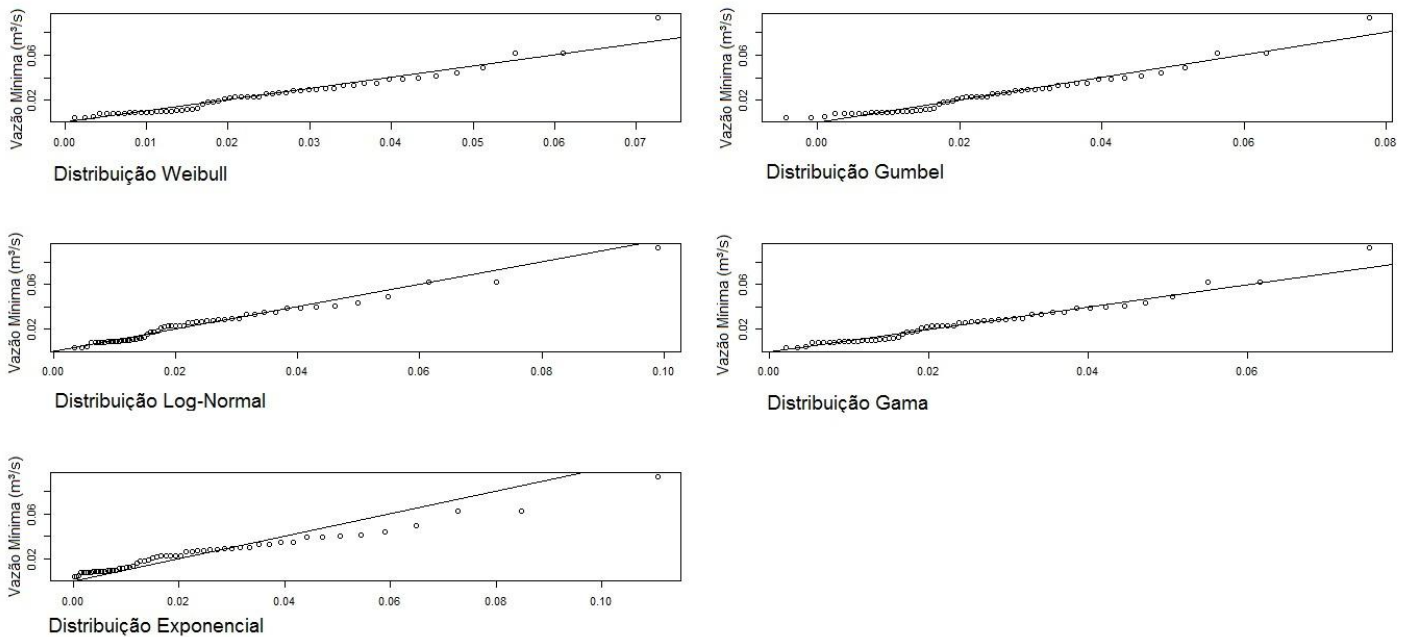
**Figura 27:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da vazão máxima do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.



**Figura 28:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da vazão máxima do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.



**Figura 29:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da vazão mínima do riacho Jacu no período entre 18 de março a 15 de maio de 2008.



**Figura 30:** *Quantil-Quantil Plot* das distribuições estatísticas da vazão mínima do riacho Jacu no período entre 06 de maio a 30 de junho de 2009.

É notório, para as séries dos dados originais da altura da lâmina de 2008 e 2009, respectivamente, figuras 19 e 20, que as distribuições Log-Normal e Gumbel apresentam um bom ajustamento aos dados, pois a maioria dos pontos do *Q-Q plot* pertencem à reta. Segundo Tate e Freeman (2000) os dados hidrológicos semiáridos ajustam-se adequadamente ao modelo Exponencial, no entanto a análise das figuras 19 e 20 essa distribuição não expressou bem o comportamento hidrológico das alturas de lâmina do riacho Jacu no período avaliado.

Em relação às alturas máximas da lâmina de 2008 e 2009, correspondentes às figuras 21 e 22, percebemos os ajustes dos dados de maneira homogênea aos modelos Weibull, Gumbel, Log-Normal e Gama, com destaque para as duas últimas, e o exponencial, novamente não apresentou-se um modelo adequado para representação da série temporal de altura máxima do Jacu. Para as alturas mínimas da lâmina de 2008, figura 23, e 2009, figura 24, constatamos que as distribuições Gama, Weibull, Log-Normal e Gumbel apresentaram um bom ajuste para os dados, com ênfase nas duas primeiras, diferentemente do que ocorre para a distribuição Exponencial.

Os dados originais das vazões de 2008 e 2009, figuras 25 e 26 apresentam um comportamento não linear bastante acentuada, o que implica que os modelos testados não expressam um ajuste adequado aos dados. Em relação às vazões máximas dos dois anos, figuras 27 e 28, percebemos que a distribuição Gama apresentou um comportamento mais satisfatório, em comparação com os outros modelos. As vazões mínimas de 2008 e 2009, figuras 29 e 30, mostram que a maioria dos pontos estão mais concentrados ao longo da reta, em comparação com os outros, o que sugere que o ajustamento das distribuições testadas aos dados são apropriadas. Martins et al. (2011) obteve um ajuste apropriado das distribuições Gumbel e Gama para dados de vazões máximas e mínimas para bacias hidrográficas da região alto Rio Grande em Minas Gerais.

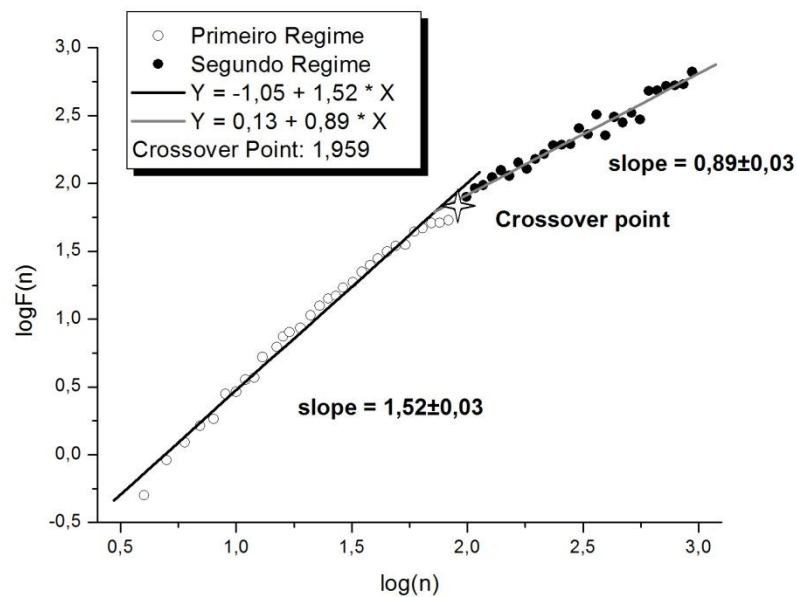
Em conformidade com Chambers et al. (1983), as séries originais de 2008 e 2009 para a altura da lâmina e vazão exibem numerosos pontos fora da reta, isso ocorre devido a grande quantidade de *outliers* nos dados, ou seja, devido a variabilidade intensa das variáveis hidrológicas.

Portanto, identificamos que os eventos extremos, ou seja, os dados máximos e mínimos das variáveis exploradas apresentaram um melhor ajuste em relação às distribuições Weibull, Gumbel, Log-Normal e Gama. Além disso, percebemos que o

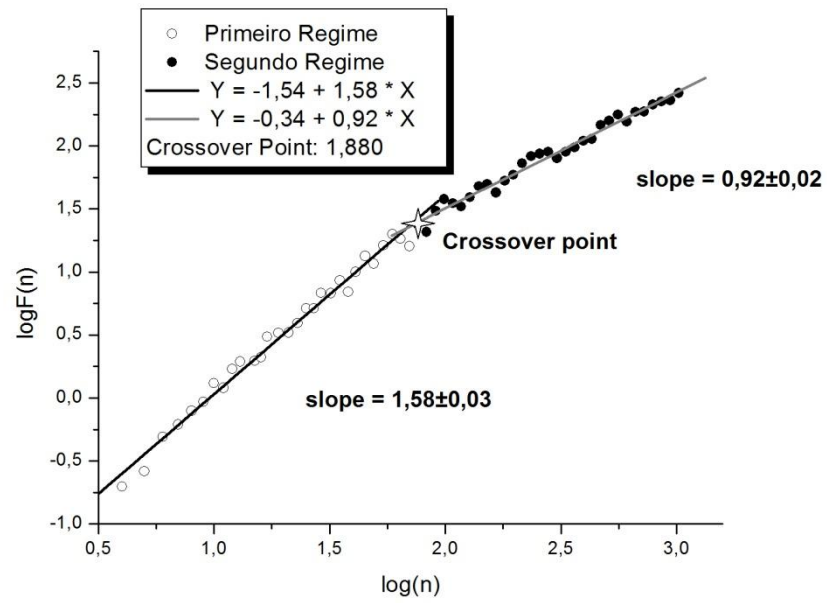
ajustamento da distribuição Exponencial às séries estudadas não foi apropriada para as variáveis hidrológicas do semiárido de Pernambuco, contrariamente as observações de Tate e Freeman (2000).

### 4.3 “Detrended Fluctuation Analysis” das Variáveis Hidrológicas

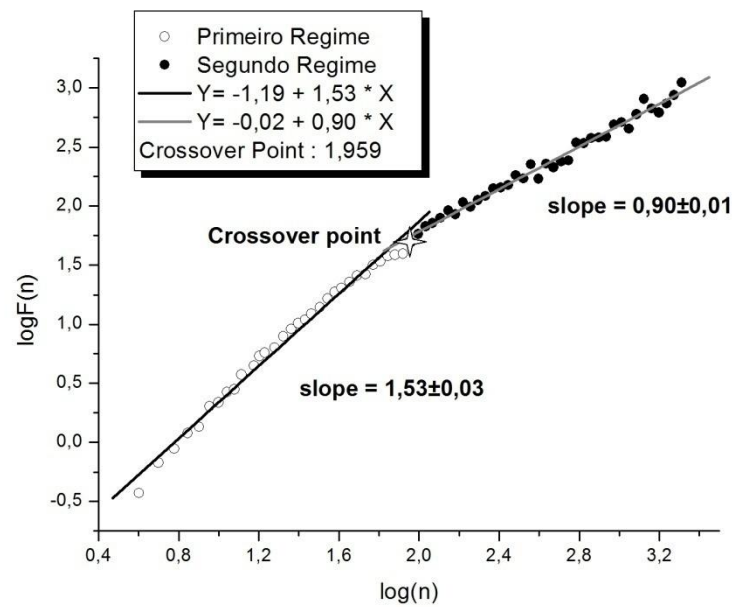
O método de DFA foi aplicado nas séries originais das variáveis hidrológicas exploradas, ou seja, altura da lâmina e vazão. As figuras 31 a 40 apresentam os gráficos obtidos por esse método, o Detrended Fluctuation Analysis, aos períodos de ocorrência contínua das variáveis em questão.



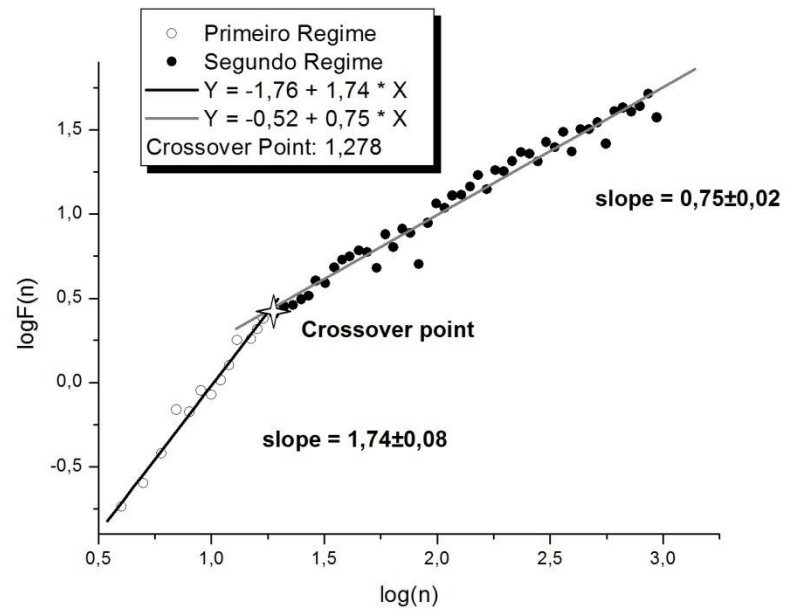
**Figura 31:** Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 18 de março a 14 de abril de 2008.



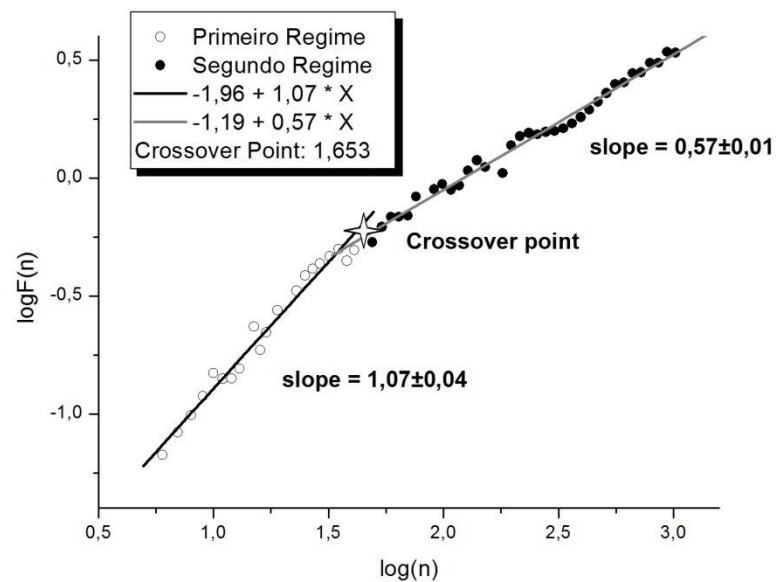
**Figura 32:** Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 15 de abril a 15 de maio de 2008.



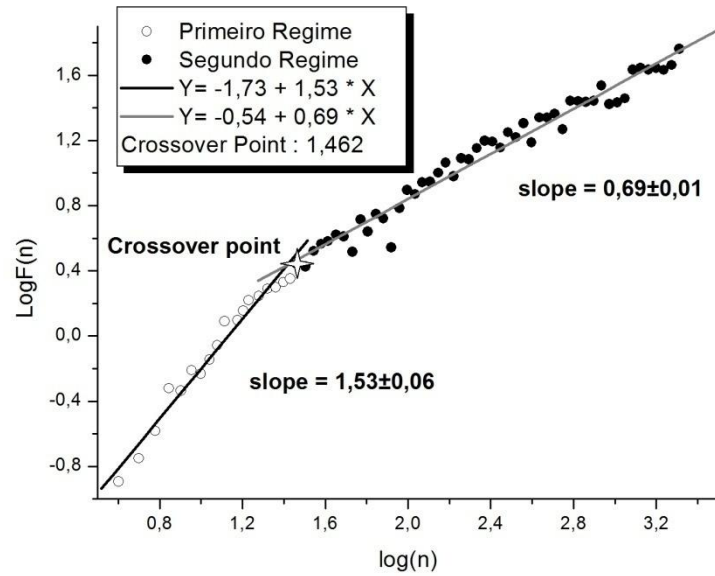
**Figura 33:** Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 18 de março a 15 de maio de 2008.



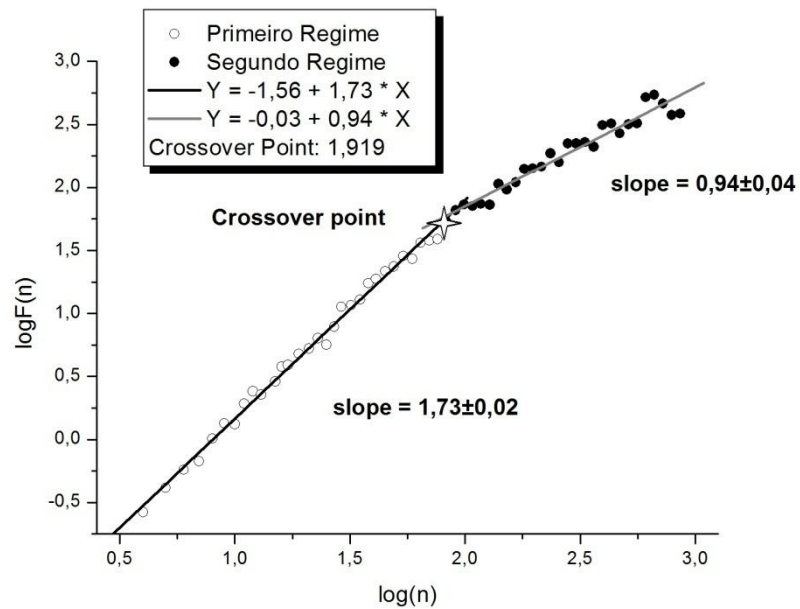
**Figura 34:** Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 18 de março a 14 de abril de 2008.



**Figura 35:** Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 15 de abril a 15 de maio de 2008.

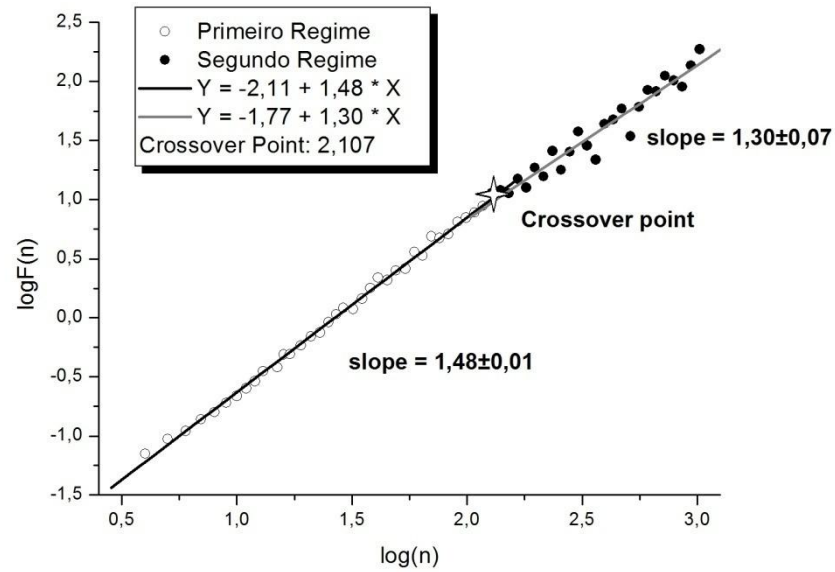


**Figura 36:** Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 18 de março a 15 de maio de 2008.

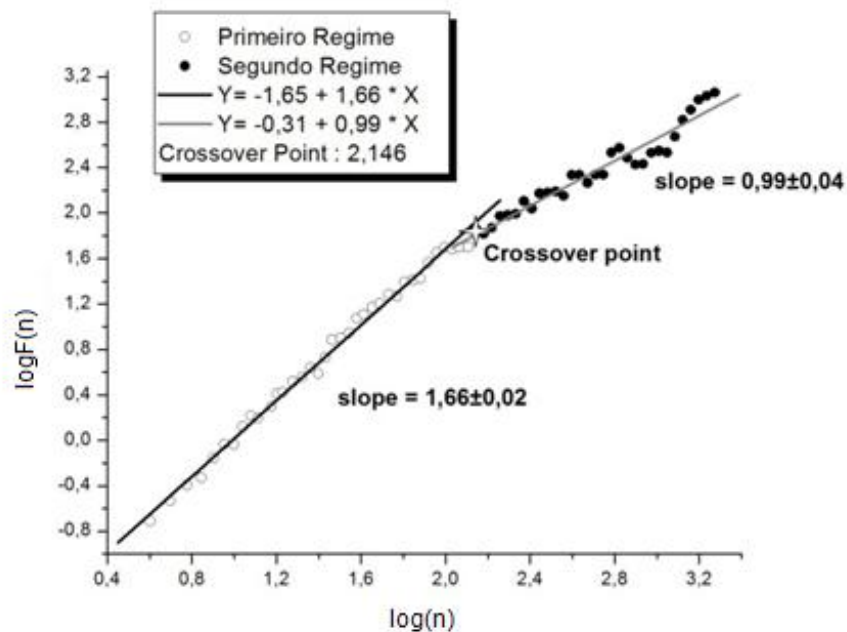


**Figura 37:** Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 06 a 30 de Maio de 2009.

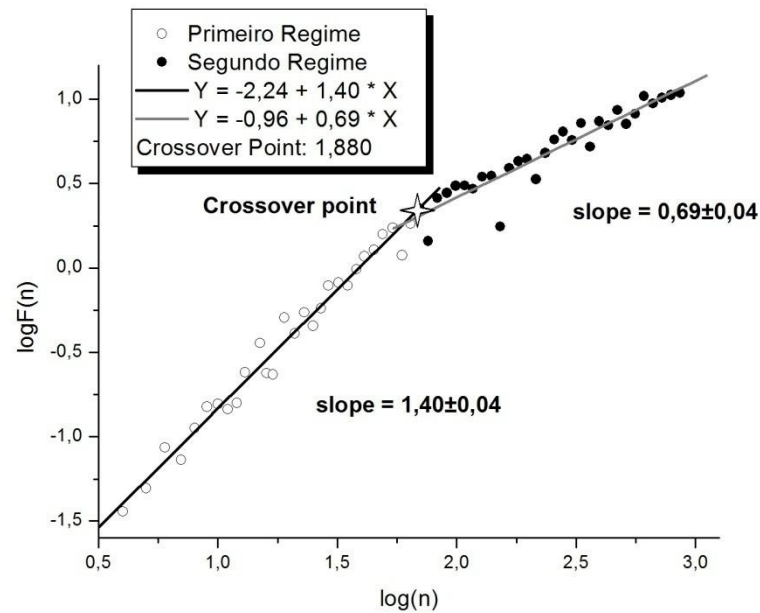




**Figura 38:** Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 01 a 30 de Junho de 2009.



**Figura 39:** Gráfico de DFA da altura da lâmina do riacho Jacu de 06 de Maio a 30 de Junho de 2009.



**Figura 40:** Gráfico de DFA da vazão do riacho Jacu de 06 a 30 de Maio de 2009.

Todos os gráficos acima mostram duas regiões lineares, ocasionando dois expoentes de escala:  $\alpha_1$ , para  $n < x$  e  $\alpha_2$ , para  $n > x$ , no qual  $x$  corresponde o ponto de quebra, ou seja, o “crossover point”. Para a elaboração desse procedimento, utilizou-se do seguinte método: adotou-se uma função de flutuação  $f(n)$  que tem a forma funcional representada por:

$$f(y) = (a_1y + b_1)H(y_0 - y) + (a_2y + b_2)H(y - y_0)$$

em que  $H(y)$  é a função de Heaviside (função degrau):

$$H(y) = \begin{cases} 1, & \text{se } y > 0 \\ 0, & \text{se } y \leq 0, \end{cases}$$

sendo  $(a_1, b_1)$  e  $(a_2, b_2)$  os parâmetros das retas:

$$f_1(y) = (a_1y + b_1); f_2(y) = (a_2y + b_2),$$

com  $y_0$  o ponto de interseção das retas (Silva, 2009).

Dessa forma, as variáveis hidrológicas analisadas encontram-se em uma faixa de dois meses, na qual avaliou-se os meses separados e em seguida juntos, com o método DFA, de 2008 e 2009. As séries, como exhibe a Tabela 2, abaixo,

apresentam expoente  $\alpha_1 > 1$ , o que indica que são correlacionadas, porém não diminuem seguindo uma lei de potência.

Em relação ao segundo parâmetro, com exceção da altura da lâmina em junho de 2009, a qual apresentou um só regime em sua análise, foi encontrado para o parâmetro  $\alpha_2$  o seguinte intervalo de variação  $0,5 < \alpha_2 < 1$ , que refletem correlações de longo alcance persistentes, significando que os valores grandes (pequenos) tem probabilidade maior de serem seguidos por valores grandes (pequenos).

**Tabela 2:** Expoentes DFA para as variáveis hidrológicas.  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  representa o expoente para o primeiro e segundo regime, respectivamente; e  $x$  o *crossover point*.

<b>2008</b>	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$x$
<b>Altura da Lâmina (cm)</b>			
18/03 - 14/04	1,52	0,89	1,959
15/04 - 15/05	1,58	0,92	1,880
18/03 - 15/05	1,53	0,90	1,959
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>			
18/03 - 14/04	1,74	0,75	1,278
15/04 - 15/05	1,07	0,57	1,653
18/03 - 15/05	1,53	0,69	1,462
<b>2009</b>			
<b>Altura da Lâmina (cm)</b>			
06/05 – 30/05	1,73	0,94	1,919
01/06 – 30/06	1,48	1,30	2,107
06/05 – 30/06	1,66	0,99	2,146
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>			
06/05 – 30/05	1,40	0,69	1,88
01/06 – 30/06	-	-	-

Estudos de Labat et al. (2011) revelam este comportamento de quebra dos regimes para a metodologia DFA em relação às variáveis hidrológicas. A existência de dois expoentes de escala indica uma possível hierarquia de expoentes ou comportamento multifractal das séries hidrológicas, porém as análises multifractais ainda não estão amplamente utilizadas em hidrologia, principalmente, porque a interpretação dos seus resultados são bastante difíceis (Tessier et al., 1996; Labat et al., 2002; Labat et al., 2011).

É notório, em comparação das tabelas 2 e 3 abaixo, para a altura da lâmina no ano de 2008, nos segundos regimes em que as séries são persistentes, as mesmas apresentaram uma diminuição no  $\alpha_2$  e no valor mínimo, e um aumento da média e no máximo da série, de um mês para o outro, o que é um comportamento

padrão. A não ocorrência do mesmo comportamento para a mesma variável no ano de 2009 deve-se ao fato que o segundo mês analisado foi atípico, como já foi mencionado. Já para a vazão, não se repetiu o mesmo padrão, que pode ser explicado por sua variação em 2008. Para a vazão no segundo mês de 2009 é perceptível que essa variável não apresenta uma análise do DFA, o que justifica-se pelos muito baixos valores ocorridos.

**Tabela 3:** Estatística descritiva das variáveis hidrológicas do riacho Jacu nos períodos indicados.

<b>2008</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>Altura da Lâmina (cm)</b>				
<b>18/03 - 14/04</b>	29,702	9,99	1,937	89,836
<b>15/04 - 15/05</b>	14,562	4,59	3,631	69,074
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>				
<b>18/03 - 14/04</b>	0,358	1,519	0,002	31,695
<b>15/04 - 15/05</b>	0,035	0,168	0,004	5,579
<b>2009</b>				
<b>Altura da Lâmina (cm)</b>				
<b>06/05 – 30/05</b>	19,953	9,312	3,874	71,138
<b>01/06 – 30/06</b>	12,213	3,754	3,631	21,6
<b>Vazão (m<sup>3</sup>/s)</b>				
<b>06/05 – 30/05</b>	0,104	0,354	0,004	6,663
<b>01/06 – 30/06</b>	0,019	0,009	0,004	0,055

Portanto, os resultados com a aplicação do método, *Detrended Fluctuation Analysis*, mostram que as séries apresentam dois regimes, divididas pelo *crossover point*, com valor médio de 1,995 (17 horas) para as alturas da lâmina e de 1,568 (7 horas) para as vazões. Nas escalas menores as flutuações são mais suaves, representadas pelos expoentes  $\alpha_1$ , aproximando-se do regime de ruído Browniano, que é a integração do ruído branco, já para escalas maiores as séries apresentaram flutuações persistentes, representadas pelos expoentes  $\alpha_2$ , significando que os incrementos (decrementos) têm maior probabilidade de serem seguidos por novos incrementos (decrementos), representadas pelos expoentes  $\alpha_2$ . E por fim, notamos que as séries das alturas da lâmina apresentaram persistência mais forte do que as séries da vazão.

## 5. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos nesse trabalho permitem as seguintes conclusões:

- Constatou-se que para as variáveis da altura da lâmina e vazão em valores máximos e mínimos da bacia semiárida do Jacu, houve um melhor ajuste das distribuições Weibull, Gumbel, Log-Normal e Gama;
- O modelo Exponencial não mostrou-se adequado a distribuição dos dados hidrológicos do riacho Jacu, do semiárido de Pernambuco;
- O método Detrended Fluctuation Analysis indicou a existência de correlações de longo alcance persistentes, que representa uma propriedade importante dos processos estocásticos geradores desse fenômeno. As séries das alturas da lâmina apresentaram persistência mais forte do que as séries da vazão. Nas escalas menores apresentam flutuações mais suaves, representadas pelos expoentes  $\alpha_1$ , aproximando-se do regime de ruído Browniano, já para escalas maiores apresentaram flutuações persistentes, representadas pelos expoentes  $\alpha_2$ .

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASA, 2011. **Caracterização do Semiárido Brasileiro**. Disponível em: <[http://www.asabrasil.org.br/Portal/Informacoes.asp?COD\\_MENU=105](http://www.asabrasil.org.br/Portal/Informacoes.asp?COD_MENU=105)>. Acesso em: 20 set. 2012.
- BAUMHARDT, R. L.; ROMKENS, M. J. M ; WHISLER, F. D.; PARLANGE, J. Y. Modeling infiltration into sealing soil. **Water Resources Research**, v. 26, n. 10, p. 2497-2505, 1990.
- BERAN, J. Statistics for Long-memory Processes. Chapman Hall, New York, 1994.
- BEZERRA, Sandro Augusto; CANTALICE, José R. B.; ARAÚJO, Alex M.; VIEIRA, Harlan S. E.; SOUZA, Wagner L. da Silva; NETO, Helio F. da Cruz. Performance de Equações de Transporte de Sedimentos em Sulcos de Erosão no Semi-árido Pernambucano. VII Encontro Nacional de Engenharia de Sedimentos, 2006.
- Bobee, B. B.; Robitaille, R. The use of Pearson Type 3 and log Pearson type 3 distributions revisited. **Water Resour. Res.** v. 13, p. 427-443, 1977.
- BOTTI, F. Hurst. Das chuvas ao mercado financeiro. 2007.
- BUNDE, A. et al. Correlated and uncorrelated regions in heart-rate fluctuations during sleep. **Phys. Rev. Lett.**, v.85, p. 3736-3739, 2000.
- CAMPOS, André. Dono da maior reserva hídrica do planeta, Brasil sofre com mau uso, poluição e descontrole. **SESC**, São Paulo, 2012. Disponível em: <[http://www.sescsp.org.br/sesc/revistas\\_sesc/pb/artigo.cfm?Edicao\\_Id=421&breadcrumb=1&Artigo\\_ID=6422&IDCategoria=7420&reftype=1](http://www.sescsp.org.br/sesc/revistas_sesc/pb/artigo.cfm?Edicao_Id=421&breadcrumb=1&Artigo_ID=6422&IDCategoria=7420&reftype=1)>. Acesso em: 20 set. 2012.
- CARVALHAL, Fernanda. A MATEMÁTICA ANDA POR AI, 2008. Disponível em: <<http://amatematicaandaporai.blogspot.com.br/2008/08/fractais-3d.html>> Acesso em: 03 Out. 2012.
- CHAMBERS, J. M.; CLEVELAND, W. S.; KLEINER, B.; TUKEY, P. A. (1983), **Graphical Methods for Data Analysis**, Belmont, CA: Wadsworth International Group.
- CHOW, V. T.; MAIDMENT, D. R.; MAYS, L. W. **Applied hydrology**. Mcgraw-hill Series in Water Resources and Environmental Engineering. Texas, p 381-410, 1987.

COSTA, R. L.; VASCONCELOS, G. L. Long-range correlations and nonstationarity in Brazilian stock market. **Physical A**. Netherlands, v. 329, p. 231-249, 2003.

DAMÁZIO, J. M.; COSTA, F. S. Regionalização da curva de frequência de precipitação máximas anuais na bacia do rio Madeira. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 9. , SIMPÓSIO LUSO- BRASILEIRO DE HÍDRAULICA E RECURSOS HÍDRICOS, 5. , 1991, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: ABRH / APRH, v. 4, p. 153-161, 1991.

EVANS, M.; HASTINGS, N.; PEACOCK, B. **Statistical distributions**, 2nd. ed. New York: John Wiley, 1993.

GLEICK, James. **Caos: a criação de uma nova ciência**. Rio de Janeiro, Campus, 1991, p. 94

GUANDALINI, Gustavo Soares. **Morfometria e Geometria Fractal: imageamento fractal como descritor de agressividade nas displasias epiteliais orais**. Curitiba, PR, 2006.

GRAF, W.L. **Fluvial Processes in Dryland Rivers**. Springer-Verlag, Berlin, 1988.

GUERREIRO, A.; SMITH, L. A. A maximum likelihood estimator for long-range persistence. **Physica. A**, v.335, p.619-632, 2005.

HARTMANN, Marcelo; MOALA, Fernando A.; MENDONÇA, Marco Aurélio. Estudos das precipitações máximas anuais em Presidente Prudente. **Revista Brasileira de Meteorologia**. v 26, nº 4, 2011.

IVANOV, P. Ch. et al. Levels of complexity in scale-in variant neuronal signals. **Physical Review E**, v. 79, 041920, 2009.

JACOMINE, P. K. T. **Solos sob caatinga: características e uso agrícola**. Viçosa, MG: SBCS, 1996.

KANTELHARDT et al. Detecting Long-range Correlations with Detrended Fluctuation Analysis. Artigo científico, 10f., 2001.

KAVASSERI, R. G.;NAGARAJAN, R. A Multifractal description of Wind speed records. **Chaos, Solitons and Fractals**, v.24, p. 165-173, 2004.

LABAT, D.; MANGIN, A.; ABABOU, R. Rainfall-runoff relations for karstic springs: multifractal analysis. **J. Hydrol.** v. 256, p. 176-195, 2002.

LABAT, D.; MASBOU, J.; BEAULIEU, E.; MANGIN, A. Scaling behavior of the fluctuations in stream flow at the outlet of karstic watersheds, France. **Journal of Hydrology**. v. 410, p. 162-168, 2011.

LIMA, M.I.P. de; LIMA, J.L.M.P. de. Investigating the multifractality of point precipitation in the Madeira archipelago. **Nonlinear Processes in Geophysics**. Vol. 16, p. 299-311, 2009.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento. **Probabilidade e Variáveis Aleatórias**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2006.

MANDELBROT, B.B. **Les objets fractals: forme, hasard et dimension**. Paris: Flammarion, 1975.

MANDELBROT, B.B. **The fractal geometry of nature**. New York: W. H. Freeman and Company, 1983.

MARTIS, Camila Aparecida da Silva; ULIANA, Eduardo Morgan; REIS, Edvaldo Fialho dos. Estimativa da vazão e da precipitação máxima utilizando modelos probabilísticos na Bacia Hidrográfica do Rio Benevente. **Enciclopédia Biosfera**. Alegre, Espírito Santos, 2011.

MELO, Gabriel Rivas de; SOUZA, Carlos A. M. de; SOUZA, Dennis M. O. R. de; STOSIC, Tatijana; STOSIC, Borko. Análise de índice de seca para Nordeste do Brasil, 2010.

MELO, Rogério Oliveira de. **Caracterização da Produção de Sedimentos de uma Microbacia no Semi-árido Pernambucano**. 2008. 94 f. Dissertação - Programa De Pós-Graduação em Ciência do Solo, Recife, 2008.

MENDES, B. V. **Biodiversidade e desenvolvimento sustentável do Semiárido**. Fortaleza: SEMACE, 1997.

NAGHETTINI, Mauro; PINTO, Éber José de Andrade. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007.

NOBRE, P.; MELO, A. B. C. **Variabilidade climática intrasazonal sobre o Nordeste do Brasil**. Revista Climanálise, Cachoeira Paulista, 2001.

NORDESTE sertanejo: a região semi-árida mais povoada do mundo. **Estudos Avançados**, São Paulo, v.13, n. 35, p. 60-68, 1999.

OLIVEIRA, Fernanda Abreu. **Procedimentos para aprimorar a regionalização de vazões: estudo de caso da Bacia do Rio Grande**. 2008. 187 f. Dissertação



(Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2008. Disponível em:

<[http://www.tede.ufv.br/tedesimplificado/tde\\_arquivos/12/TDE-2008-11-13T081113Z-1462/Publico/01%20-%20capa\\_pag%2093.pdf](http://www.tede.ufv.br/tedesimplificado/tde_arquivos/12/TDE-2008-11-13T081113Z-1462/Publico/01%20-%20capa_pag%2093.pdf)>

Acesso em: 03 Out. 2012.

PEDRON, I. T. Correlação em séries temporais de temperatura na região de Cascavel, Estado do Paraná. **Acta Scientiarum: Technology**. v. 29, p. 205-208, 2007.

PENG, C-K. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. **Physical Review E**. United States, v.49, n.2, p. 1685, 1994.

PIANA, Clause Fátima de Brum. Métodos Estatísticos Aplicados a Recursos Hídricos. Rio Grande do Sul, 2012.

PYSCOYA, V. C. **Manejo em Bacia Hidrográfica do Riacho Jacu: Produção de Sedimentos, Dimensionamento de Faixa de Vegetação Ciliar e Salinidade da Água em Barragem Subterrânea**. 2012. 141f. Tese - Programa De Pós-Graduação em Ciência do Solo, Recife, 2012.

PONCE, V. M. **Engineering Hidrology: Principlis and practices..** San Diego University, California, p. 205-229, 1989.

RANGARAJAN, G., DING, M. Integrated approach to the assessment of long-range correlations in time series data. **Physical Review E**, v. 61, p.4991-5001, 2000.

RENNÓ, Camilo Daleles; BORMA, Laura de Simone. Processos Hidrológicos. São Paulo, 2012.

SÁ, Iêdo Bezerra; SILVA, Pedro Carlos Gama da. **Semiárido brasileiro: pesquisa desenvolvimento e inovação**. Petrolina, PE: Embrapa Semiárido, 2010.

SANCHEZ , J. **Fundamentos de hidrologia**. Porto Alegre: Institutos de pesquisas hidráulicas, UFRGS, 1987.

SECCO, Fernando R.; ROCHA, Tatiane T. **Fractais**. Santa Catarina: Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, 2004.

SILVA, Luciano Rodrigues da. Correlações de Longo Alcance em Séries Temporais de Foco de Calor no Brasil. 2009. 57f. Dissertação (Mestrado em Biometria e Estatística Aplicada) - Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2009. Disponível em:

<[http://www.pgbiom.ufrpe.br/dissertacoes/2009/dissertacao\\_final\\_luciano\\_rodrigues\\_da\\_silva.pdf](http://www.pgbiom.ufrpe.br/dissertacoes/2009/dissertacao_final_luciano_rodrigues_da_silva.pdf)>

Acesso em: 29 out. 2012.

SILVA, F. A. M.; ASSAD, E. D. Análise espaço-temporal do potencial hídrico climático do estado de Goiás. In: SISTEMA DE INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS – Aplicações na Agricultura / editado por ASSAD, E. D.; SANO, E. E. 2.ed. - Brasília: Embrapa-SPI / Embrapa-CPAC, 1998. p. 273- 309.

SUBYANI., A. M. Hydrologic behavior and flood probability for selected arid basins in Makkah area, western Saudi Arabia. **Saudi Society for Geosciences**, 2009.

TATE, Emma L.; FREEMAN, Stephen N. Three modelling approaches for seasonal streamflow droughts in southern Africa: the use of censored data. **Hydrological Sciences Journal**, p. 27-42, 2000.

TESSIER, Y.; LOVEJOY, S.; HUBET, P.; SCHERTZER, D.; PECKNOLD, S. Multifractal analysis and modeling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. **J. Geophys. Res.** D31, p. 26427-26440, 1996.

TOOTH, S. Process, form and change in dryland rivers: a review of recent research. **Earth-Science Reviews** v.51. p. 67–107, 2000.

## APÊNDICE

### DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Conhecida também como a distribuição gaussiana, a distribuição Normal é considerada a mais importante distribuição estatística tanto em situações teóricas quanto na prática.

Uma variável contínua  $X$  segue o modelo Normal se sua função densidade for dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} I_{(-\infty, \infty)}(x),$$

com  $\mu, \sigma \in \mathbb{R}, \sigma > 0$ . Frequentemente expressada pela notação  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  (Magalhães, 2006). Os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma^2$  são, respectivamente, a média e a variância da variável (a quantidade  $\sigma$  será denominada desvio-padrão). O gráfico da densidade  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  é exposto na Figura 6.1.

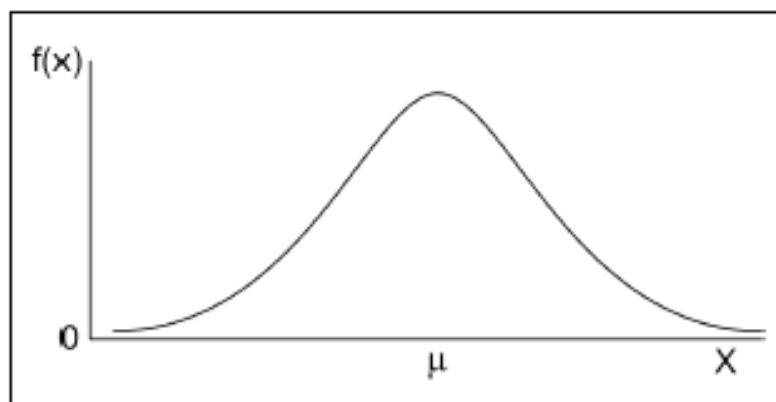


Figura 6.1: Densidade Normal  $(\mu, \sigma^2)$ .

Quando  $\mu$  e  $\sigma^2$  são desconhecidos, então eles são estimados por  $\bar{X}$  e  $s$ , valores adquiridos de uma amostra  $X_1, X_2, \dots, X_n$  e obtido da seguinte forma:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}.$$

Para cada valor de  $\mu$  e/ou  $\sigma$  produz uma curva de distribuição de probabilidade. Podemos utilizar muitas vezes a distribuição normal padronizada ou reduzida, que nada mais é do que a distribuição Normal com  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ . Para

adquirir tal distribuição, ou seja, quando se tem uma variável  $X$  com distribuição normal apresentando  $\mu \neq 0$  e/ou  $\sigma^2 \neq 1$ , precisamos reduzi-la a uma variável  $Z$ , desenvolvendo o seguinte cálculo:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma},$$

tornando a distribuição a apresentar  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ .

## TEOREMA CENTRAL DO LIMITE

Um critério que torna a distribuição Normal tão importante é porque qualquer que seja a distribuição da variável considerada para grandes amostras, a distribuição das médias amostrais serão aproximadamente normalmente distribuídas, e tenderão a uma distribuição Normal conforme aumentem o tamanho da amostra. Em essência, trata-se da convergência em distribuição para o modelo Normal de uma soma de variáveis aleatórias independentes, após uma adequada padronização.

### Teorema Central do Limite para variáveis i.i.d.

De acordo com Magalhães (2006), sejam  $\{X_n: n \geq 1\}$  variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas (i.i.d.) e com esperança  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , com  $0 < \sigma^2 < \infty$ . Então, para  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ , temos,

$$\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1).$$

Um exemplo para o Teorema Central do Limite está exposto no seguinte teorema:

*Teorema Central do Limite de De Moivre-Laplace:* Sejam  $X_n, n \geq 1$ , variáveis independentes seguindo o modelo Bernoulli com parâmetro  $p$ . Assim,  $\mu = E(X_n) = p$  e  $\sigma^2 = \text{Var}(X_n) = p(1 - p)$ . Para  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ , temos, pelo teorema anterior,

$$\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1 - p)}} \xrightarrow{d} N(0,1).$$