

ERINALDO LEITE SIQUEIRA JÚNIOR

**LEIS DE POTÊNCIAS E CORRELAÇÕES EM SÉRIES
TEMPORAIS DE PREÇOS DE PRODUTOS AGRÍCOLAS**

RECIFE-PE - AGO/2009



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

LEIS DE POTÊNCIAS E CORRELAÇÕES EM SÉRIES TEMPORAIS DE PREÇOS DE PRODUTOS AGRÍCOLAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Modelagem Estatística e Computacional

Orientadora: Profa. Dra. Tatijana Stošić
Co-orientador: Prof. Dr. Lucian Bogdan Bejan

RECIFE-PE - AGO/2009

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**LEIS DE POTÊNCIAS E CORRELAÇÕES EM SÉRIES TEMPORAIS DE PREÇOS DE
PRODUTOS AGRÍCOLAS**

ERINALDO LEITE SIQUEIRA JÚNIOR

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 10/08/2009 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Profa. Dra. Tatijana Stošić
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Lucian Bogdan Bejan
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Dra. Viviane Moraes de Oliveira
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueirêdo
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Aos meus pais **Erinaldo Leite Siqueira** e **Sebastiana Nunes de Andrade**;
à minha irmã **Tatiane de Andrade Leite Siqueira**; e à minha esposa **Juliana Ferreira Leite**;
aos meus colegas do PPGBEA.

Dedico com todo carinho.

Agradecimentos

Agradeço a todos que de forma direta ou indireta, tenham contribuído para que fosse possível continuar meus estudos, e dessa forma, foram estes os verdadeiros motivadores da conclusão deste trabalho.

À meu pai, Erinaldo Leite Siqueira, que mesmo não podendo me auxiliar nas particularidades da área que escolhi, me apoiou efusivamente e me deu suporte para continuar e concluir os meus objetivos.

À minha mãe, Sebastiana Nunes de Andrade (Sandra), devo meu sucesso e de seu exemplo foi possível edificar a garra e o amor necessário para não vacilar nos momentos de maior dúvida.

À minha irmã, Tatiane de Andrade Leite Siqueira (Tati), pela ajuda e total apoio que foram realmente necessários para a concretização de mais essa etapa em minha vida.

À minha esposa, Juliana Ferreira Leite, que precisou me aturar durante essa fase de estresse da elaboração desse material e com toda paciência e compreensão me ajudou a superar mais esse obstáculo para o progresso da minha carreira.

Ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, pela oportunidade de continuar meus estudos a nível de mestrado e pela concessão título de mestre como prova de minha correspondência às exigências propostas pelo programa.

Ao professor Eufrázio de Souza Santos, pela oportunidade de tê-lo como professor e pelos conhecimentos basilares em probabilidade que foram imprescindíveis para a continuidade dos meus estudos teóricos na área estatística.

Ao professor Paulo de Paula Mendes, que me apresentou os métodos estatísticos básicos necessários para a análise de dados experimentais.

Ao professor e co-orientador Borko D. Stošić, pela paciência como co-orientador e pelos conhecimentos computacionais que me deram estrutura para avançar com meus estudos individuais e aprender novas linguagens.

Ao professor Gauss Moutinho Cordeiro, pela apresentação da área assintótica, inferencial e metodologia de pesquisa; que foram constantemente lembrados em todas as fases da elaboração desta dissertação e também dos meus momentos de estudo.

À professora Viviane Moraes de Oliveira, tive pouca oportunidade de tê-la como professora, contudo nesse pouco tempo pude constatar a seriedade e o amor por aquilo que

faz e tomarei como exemplo para minha vida acadêmica.

À professora e orientadora Tatijana Stosic, por toda a orientação, compreensão, conhecimento transmitido, além de tudo, pela seriedade e companheirismo apresentados em todos os momentos que pude estar ao seu lado.

Ao professor Lucian Bogdan Bejan, pela serenidade, incomparável ajuda, transmissão de conhecimentos, compreensão, e acompanhamento; que julgo fator essencial para a finalização deste trabalho.

Ao Secretário Marco Antônio dos Santos, pelo seu apoio administrativo e sua paciência.

Ao amigo Felipe Ricardo Santos de Gusmão, pela sua amizade e companheirismos. Por seus ensinamentos como sensei em diversas artes marciais e por sua presença que se mostrou constante durante todo esse período que nos conhecemos.

Às amigas Vanessa Kelly dos Santos e Juliana Kátia da Silva, que transformaram em felizes os meus momentos de estudo no departamento.

Aos companheiros de turma: Adilton, Alessandro, Dênis, Edleide, Eucymara, Evert, Katiane, Lenaldo, Luciano, Luiz, Magali e Marcelle; pela permuta de conhecimento, companheirismo, felicidades e aceitação.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estatística e Informática, pela convivência agradável durante esse período, pelas festividades que ficarão marcadas e já deixam saudades.

Se eu vi mais longe, foi por estar de pé
sobre ombros de gigantes.

Sir. Isaac Newton

Resumo

Mercados financeiros são caracterizados por um grande número de unidades e interações complexas, incluindo as interações internas (entre diferentes elementos de um mercado) e fatores externos (influência de outros mercados). Vários métodos de economia, estatística e recentemente econofísica foram desenvolvidos para analisar as séries temporais de variáveis financeiras (retorno de preços de ações, mercadorias e taxas de câmbio, índice de mercado, volume de negociação, etc.), com objetivo de estabelecer os modelos teóricos para processos estocásticos que estão em base desses fenômenos.

A disponibilidade de dados financeiros de vários mercados e crescente poder computacional resultaram em um grande número de estudos empíricos cujos resultados mostraram algumas propriedades universais: a função risco de retornos de preços segue uma lei de potência com o valor de expoente similar para os vários mercados; os valores absolutos de retornos possuem correlações de longo alcance.

Neste trabalho foram usados os métodos de econofísica para estudar as propriedades estatísticas do mercado financeiro brasileiro. Foram analisadas e comparadas as propriedades de escala de função risco e de correlações em séries temporais de retornos de preços de mercadorias agrícolas e preços de ações de várias empresas negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA). Foram analisados os preços diários de cinco mercadorias: açúcar, algodão, café, soja e boi, registrados em período 2000-2008.

Para ações, analisamos as características seguintes: preços de abertura, fechamento, valores máximo e mínimo, volume e montante. Todas as séries são diárias, registradas no período de 2000-2008. São estudadas 20 empresas divididas em 4 grupos: bancos, energia, telecomunicações e siderurgia (5 empresas de cada grupo).

Para todas as séries estudadas a função risco de retornos de preços segue uma lei de potência com os valores de expoente maiores para ações do que para mercadorias. As correlações são analisadas para os valores absolutos de retornos de preços (volatilidade). Foi usado o método Detrended Fluctuation Analysis (DFA), desenvolvido para quantificar as correlações de longo alcance em séries temporais não estacionárias. Todas as séries mostraram um comportamento persistente, significando que os valores grandes (pequenos) tem maior probabilidade de serem seguidos por valores grandes (pequenos).

Os valores de expoente DFA são maiores para mercadorias do que para as ações. Foi

utilizada uma generalização de DFA, Detrended Cross Correlation Analysis (DCCA) para analisar as correlações cruzadas entre duas séries. Os valores de expoente DCCA para todas as séries estudadas indicam a existência de correlações cruzadas de longo alcance significando que os valores de cada série possuem memória de longo alcance de seus valores anteriores e também de valores anteriores de outras série. Os resultados estão em acordo com os resultados obtidos para mercado americano.

Palavras-chave: Mercadorias agrícolas, Função risco, Correlações de longo alcance, Detrended fluctuation analysis, Detrended cross correlation analysis.

Abstract

Financial markets are complex systems that contain large numbers of interacting units, including interactions among various units in the same market and interactions between units in different markets. Various methods of economics, statistics and econophysics have been developed to analyze financial temporal series (such as price returns, share volume, number of transactions), and serve to establish theoretical models for underlying stochastic processes.

The availability of financial data on the internet and increasing computational power have enabled researchers to conduct a large number of empirical studies on financial markets. These studies have shown some universal properties: the risk function of price returns is scale invariant, with power-law behavior and similar value of exponent for different markets; the absolute values of returns (volatility) exhibit long-range power-law correlations.

In this work, we use methods of econophysics to study the statistical properties of Brazilian financial markets. We analyze and compare scale properties of risk functions and correlations in temporal series of price returns of agricultural commodities and stocks of various companies traded at Bovespa. We analyze the daily prices of five commodities and twenty stocks traded in the period 2000-2008.

For both commodities and stocks, the risk function of daily price returns shows power-law behavior with the exponent outside the Levy stable region. The values of exponents are higher for stocks than for commodities. We use Detrended Fluctuation Analysis (DFA) to study correlations in daily time series of absolute values of returns (volatility). This method was developed to quantify long range correlations in non-stationary temporal series.

All analyzed series show persistent behavior, meaning that large (small) values are more likely to be followed with large (small) values. The value of the DFA exponent is higher for commodities than for stocks. We also use Detrended Cross Correlation Analysis (DCCA) to study cross-correlations between two series.

The values of DCCA exponents are above 0.5 for all series, indicating the existence of long range cross-correlations. This means that each stock or commodity has long memory of its own previous values and of previous values of other stocks or commodities studied. These results are in agreement with results obtained for American financial markets.

Keywords: Agricultural commodities, Function of survival, long-range correlations, Detrended fluctuation analysis, Detrended cross correlation analysis.

Lista de Figuras

- 1.1 Gráficos log-log de retornos normalizados $g(t) = (G(t) - \langle G \rangle) / (\langle G^2 \rangle - \langle G \rangle^2)$ de (a) função risco e (b) função de probabilidade de índice de S&P500, ($\Delta t = 1$ min). A região de linearidade $3 \leq g \leq 50$ e os valores de expoentes para as caudas positivas e as caudas negativas são indicados [7]. p. 15
- 1.2 Gráfico (a) semi-log e (b) log-log de função de correlação $C(\tau)$ de retornos $g(t)$ e valores absolutos $|g(t)|$ de índice S&P500. Os gráficos mostram o decaimento exponencial de $C(\tau)$ para $g(t)$ e decaimento mais lento (seguindo uma lei de potencia) para $|g(t)|$ [8]. p. 16
- 1.3 Gráficos de (a) espectro de potências $S(t)$ e (b) Detrended Fluctuation Analysis $F(t)$ para valores absolutos de retorno $|g(t)|$ de S&P500. Os dois gráficos mostram a existência de correlações de longo alcance com decaimento seguindo uma lei de potência, com dois expoentes diferentes para duas regiões de escala [8]. p. 17
- 2.1 Função densidade de probabilidade empírica para dados de alta frequência de retornos de preços do ativo da Xerox negociados na bolsa de Nova Iorque (New York Stock Exchange - NYSE) no período de 1994 a 1995 (com frequência $\Delta t = 1$ min). A distribuição gaussiana é apresentada pela linha sólida [26]. p. 23
- 2.2 Gráfico de distribuição de probabilidade de retornos de índice de S&P500 (com frequência $\Delta t = 1$ min). A distribuição Levy, ($\alpha = 1,4, \gamma = 0,00375$) é apresentada pela linha sólida. As caudas apresentam o decaimento aproximadamente exponencial [26]. p. 24
- 2.3 Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=3$ p. 25
- 2.4 Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=10$ p. 25
- 2.5 Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=30$ p. 26
- 2.6 Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=80$ p. 26

2.7	Ilustração do procedimento do Detrended Fluctuation Analysis - DFA. (a) Retornos absolutos; (b) Série integrada dos retornos absolutos e tendência linear para uma janela de tamanho n ; (c) Série integrada dos retornos absolutos e tendência linear para uma janela de tamanho $n/2$ e (d) Gráfico $\log n$ vs $\log F(n)$ [36].	p. 29
3.1	Os valores do expoente α obtidos através do ajuste da função risco (cauda positiva) para as ações. Divididos pelos grupos: energia, telecomunicações, bancos, siderurgia e mercadorias. A média dos expoentes é $2,45 \pm 0,15$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Todos os expoentes, se apresentaram fora da região de estabilidade de Levy. . . .	p. 37
3.2	Os valores do expoente α obtidos através do ajuste da função risco (cauda negativa) para as ações. Divididos pelos grupos: energia, telecomunicações, bancos, siderurgia e mercadorias. A média dos expoentes é $2,38 \pm 0,13$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Todas as inclinações, se apresentaram fora da região de estabilidade de Levy. . . .	p. 37
3.3	Os valores expoentes α obtidos através do ajuste da função risco para as mercadorias agrícolas. A média dos expoentes é $2,04 \pm 0,08$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Os expoentes se apresentaram próximo da região de estabilidade de Levy, caracterizando a diferença entre mercadorias e ações.	p. 38
3.4	Os valores expoentes α obtidos do ajuste da função risco para as mercadorias agrícolas. A média dos expoentes é $2,05 \pm 0,09$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Os expoentes se apresentaram próximo da região de estabilidade de Levy, caracterizando a diferença entre mercadorias e ações.	p. 38
3.5	Cauda positiva do ativo da Companhia Siderúrgica Nacional do grupo Siderurgia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,50423 \pm 0,12623$	p. 39
3.6	Cauda negativa do ativo da Companhia Siderúrgica Nacional do grupo Siderurgia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,32196 \pm 0,20515$	p. 39

3.7	Cauda positiva do ativo da Telemig celulares S/A do grupo Telecomunicações, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,36063 \pm 0,15972$.	p. 39
3.8	Cauda negativa do ativo da Telemig celulares S/A do grupo Telecomunicações, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,45724 \pm 0,14694$.	p. 39
3.9	Cauda positiva do ativo da Centrais Elétrica de Santa Catarina S/A do grupo Energia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,38931 \pm 0,07958$.	p. 40
3.10	Cauda negativa do ativo da Centrais Elétrica de Santa Catarina S/A do grupo Energia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,33256 \pm 0,23106$.	p. 40
3.11	Cauda positiva do ativo da Itaúsa S/A do grupo Bancos, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -3,06389 \pm 0,18543$.	p. 40
3.12	Cauda negativa do ativo da Itaúsa S/A do grupo Bancos, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -3,13976 \pm 0,23638$.	p. 40
3.13	Cauda positiva da mercadoria Soja do grupo Agrícolas, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,22673 \pm 0,09107$.	p. 41
3.14	Cauda negativa da mercadoria Soja do grupo Agrícolas, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,15157 \pm 0,07453$.	p. 41
4.1	Retorno absoluto padronizado para a mercadoria café.	p. 44
4.2	Série integrada e divisão em janelas de tamanho n para a mercadoria café.	p. 44
4.3	Série integrada e divisão em janelas de tamanho n/2 para a mercadoria café.	p. 44
4.4	DFA para a característica fechamento da mercadoria Café do grupo agrícola.	p. 45
4.5	Retorno absoluto padronizado para o ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.	p. 45
4.6	Série integrada e divisão em janelas de tamanho n para o ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.	p. 45
4.7	Série integrada e divisão em janelas de tamanho n/2 para o ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.	p. 46

4.8	DFA para a característica fechamento do ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.	p. 46
4.9	DFA para a característica fechamento do ativo Light - Serviços e Eletricidade S/A do grupo Energia.	p. 46
4.10	DFA para a característica fechamento do ativo Cia. Vale do Rio Doce do grupo Siderurgia.	p. 46
4.11	DFA para a característica fechamento do ativo Telemig Celular Participações S/A do grupo Telecomunicações.	p. 47
5.1	Os gráficos do DCCA e DFA para as série brto4 do grupo telecomunicações e usim5 do grupo siderurgia.	p. 50
5.2	Os gráficos do DCCA e DFA para as séries do grupo agrícola Açúcar e Algodão.	p. 51

Lista de Tabelas

2.1	Mercadorias negociadas na BM&F utilizadas para análise.	p. 33
2.2	Ações do grupo bancos negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.	p. 33
2.3	Ações do grupo energia negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.	p. 33
2.4	Ações do grupo telecomunicações negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.	p. 33
2.5	Ações do grupo siderurgia negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.	p. 33
3.1	Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de energia.	p. 36
3.2	Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de telecomunicações.	p. 36
3.3	Os valores dos expoentes α obtidos para as séries bancárias.	p. 36
3.4	Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de siderurgia.	p. 36
3.5	Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de mercadorias	p. 36
4.1	Os valores do expoente DFA para as ações bancárias.	p. 44
4.2	Os valores do expoente DFA para as ações energéticas.	p. 47
4.3	Os valores do expoente DFA para as ações siderúrgicas.	p. 47
4.4	Os valores do expoente DFA para as ações de telecomunicações.	p. 47
4.5	Os valores do expoente DFA para as mercadorias agrícolas.	p. 48
5.1	Expoente para correlação cruzada para um representante de mercadorias e ações.	p. 50
5.2	Expoente para correlação cruzada para as mercadorias agrícolas.	p. 50

Sumário

1	Introdução	p. 13
2	Metodologia e Dados	p. 18
2.1	Distribuição de retornos de preços	p. 18
2.1.1	Modelo de Black-Scholes	p. 18
2.1.2	Caudas robustas (Fat tails)	p. 21
2.1.3	Ajuste para a Lei de potência (Power-Law Fit)	p. 23
2.2	Análise de correlação	p. 27
2.2.1	Análise de flutuações sem tendências (Detrended Fluctuation Analysis - DFA)	p. 27
2.2.2	Análise de correlações cruzadas sem tendência (Detrended Cross-Correlation Analysis - DCCA)	p. 30
2.3	Dados	p. 31
3	Resultados (Distribuição de retornos)	p. 34
4	Análise das autocorrelações obtidas pelo DFA	p. 42
5	Análise das correlações cruzadas obtidas pelo DCCA	p. 49
6	Conclusão	p. 52
	Referências	p. 54

1 Introdução

Quando se junta um grande número de sistemas, as propriedades macroscópicas ou coletivas do sistema composto não estão, em geral, relacionadas com as propriedades dos seus constituintes individuais. Neste caso, o sistema composto é um sistema complexo.

As ciências como a física, a biologia, a química, a economia, a história e a medicina estudam sistemas complexos: têm que lidar com as catástrofes, com a turbulência, com as doenças, com as revoluções, com a evolução natural, com a extinção dos dinossauros, com a evolução da bolsa e do universo.

Com o desenvolvimento de computadores poderosos que chegam a realizar 10^{11} operações de ponto flutuante por segundo, é possível calcular estes sistemas.

A grande dificuldade no estudo das propriedades dos sistemas complexos é de que, em geral, os modelos matemáticos associados conduzem à determinação de soluções de equações não-lineares, sendo difícil a aferição de soluções numéricas com os resultados experimentais e com as soluções analíticas (quando existem). Como a experiência tem mostrado, aparecem dificuldades relativas à fraca previsibilidade que muitos algoritmos fornecem, tendo-se criado a necessidade de desenvolver técnicas específicas para a análise de sistemas não-lineares.

Mercados financeiros são sistemas extremamente complexos com grande número de unidades interagindo. A natureza dessas interações e especificamente o mecanismo da influência de fatores externos pode variar de mercado para mercado, mas algumas variáveis geradas por correspondentes processos estocásticos, como valores de índice de mercado, retorno de ações, volume de negociação e número de negociações, mostram comportamento universal [1-3].

A disponibilidade de um grande número de dados de mercados mundiais facilita a aplicação de vários métodos de estatística, economia, e econofísica em análise de séries temporais financeiras. Em econofísica, os métodos de física estatística (incluindo processos estocásticos e dinâmico não-linear) são aplicados para o estudo de vários fenômenos em economia. A maioria dos resultados dessas pesquisas são resultados empíricos que servem como a base para o desenvolvimento de modelos teóricos [4-6].

A hipótese de mercados eficientes é um dos assuntos mais importantes dentro da teoria de finanças. De acordo com esta hipótese, o mercado seria considerado eficiente se refletisse rapidamente qualquer informação disponível nos preços dos ativos, impossibilitando ganhos anormais. Isto significaria que a posse de informações sobre este mercado não alteraria o retorno esperado. A conclusão a que se chegava era que o mercado se mostrava eficiente.

A base da hipótese da eficiência de mercado está na afirmativa de que o preço de um ativo reflete as informações disponíveis sobre a instituição emissora, impossibilitando aos investidores qualquer ganho anormal (retornos superiores ao retorno ajustado ao risco de determinado ativo). O preço deste ativo seria afetado mais lenta ou rapidamente pelo conteúdo informacional.

Foram propostas três formas de eficiência de mercado. A primeira delas mostra que os preços refletem toda a informação contida no registro dos preços passados. É a chamada forma fraca de eficiência. Os testes da forma fraca procuram mensurar quão bem os retornos passados predizem retornos futuros. Pela segunda forma, os preços refletem não só o seu comportamento passado, como também o restante da informação publicada, tais como notícias específicas e anúncios sobre distribuição de lucros e dividendos. A essa forma foi dado o nome de eficiência semiforte. Os testes da forma semiforte procuram especificar quão rápido os preços dos ativos refletem as informações públicas.

Por fim, há a eficiência na forma forte, na qual os preços refletem não só a informação pública, mas toda a informação que pode ser obtida, inclusive as chamadas informações privilegiadas. Os testes desta forma de eficiência procuram detectar se algum investidor possui alguma informação privilegiada, que não está totalmente refletida nos preços.

A hipótese de mercado eficiente assume que o mercado segue um passeio aleatório, isto é, que as informações anteriores não contribuem em nada para os valores futuros (não há memória baseada em cotações anteriores). Como no mercado eficiente os preços de mercado refletem toda a informação disponível e os preços futuros dos ativos estão relacionados a fatos futuros, ainda desconhecidos, daí admite-se o passeio aleatório como modelo representativo do seu comportamento.

Os resultados mais importantes em econofísica podem ser resumidos nos seguintes aspectos:

- i) A distribuição de probabilidade de variáveis financeiras (retornos de preços, volumes, número de transações) seguem uma lei de potência (invariância de escala)[7].
- ii) Séries temporais financeiras (volatilidade de preços, número de transações, volume) possuem as correlações de longo alcance [8].

A Figura 1.1 apresenta os gráficos log-log de (a) função risco que é dado por $P(g > t)$

e (b) função de probabilidade de retornos, de índice $z(t) = X_i(t + \Delta t)/X_i(t)$ de S&P500. A linearidade dos gráficos indica a existência de uma lei de potência [7]. As Figuras 1.2 e 1.3 apresentam a análise de correlações em séries temporais de retornos de índice de S&P500 usando três métodos: função de correlação, espectro de potências, e Detrended Fluctuation Analysis [8]. O gráfico de correlação de retornos mostra o decaimento exponencial dentro de meia hora. Os valores absolutos de retorno tem o decaimento mais lento indicando a existência de correlações (Figura 1.2). Ambos, o espectro de potência e Detrended Fluctuation Analysis, mostraram que os valores absolutos de retornos possuem as correlações de longo alcance com um decaimento seguindo uma lei de potência (Figura 1.3).

A maioria dos resultados obtidos são baseados em análises de séries temporais de

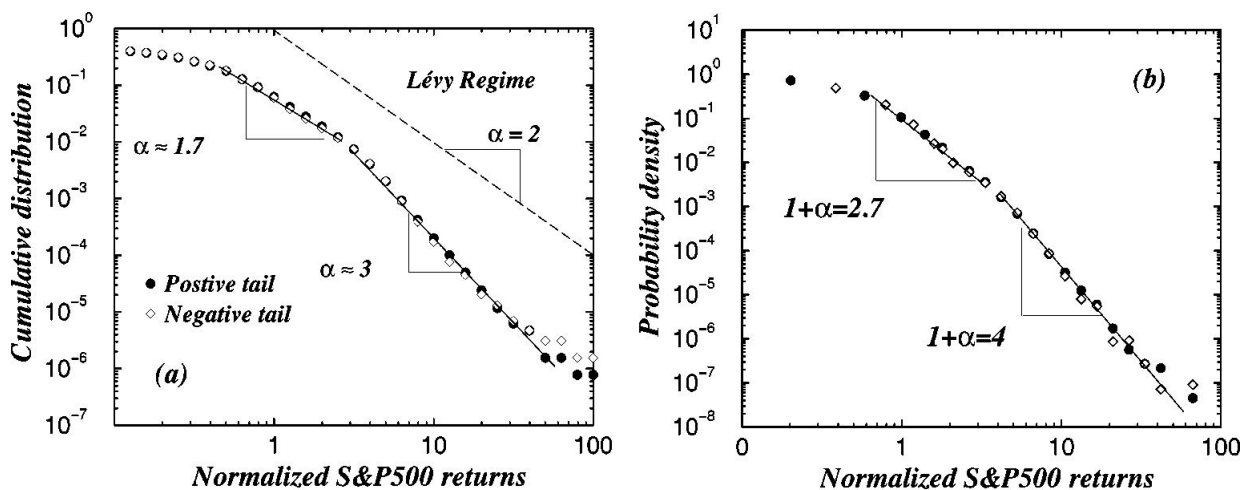


Figura 1.1: Gráficos log-log de retornos normalizados $g(t) = (G(t) - \langle G \rangle) / (\langle G^2 \rangle - \langle G \rangle^2)$ de (a) função risco e (b) função de probabilidade de índice de S&P500, ($\Delta t = 1$ min). A região de linearidade $3 \leq g \leq 50$ e os valores de expoentes para as caudas positivas e as caudas negativas são indicados [7].

preços, de ações e cotações de câmbio. Os preços das mercadorias (commodities) até agora atraíram muito menos atenção, principalmente porque os dados não são facilmente acessíveis [9-13]. Recentemente, Matia e al. conclui que embora haja uma diferença significativa entre ações e mercadorias (contrário às ações que têm características abstratas, a maior parte das mercadorias são produtos físicos, que exigem armazenamento e transporte, e podem apresentar uma resposta lenta a mudança na procura), esses mercados compartilham algumas características comuns [14, 15].

Eles analisaram os preços atuais e futuros de mercadorias e encontraram que, semelhante às ações, a função risco dos retornos segue uma lei de potência com expoente fora do domínio de estabilidade de Levy. Os valores para o expoente de cauda para preços

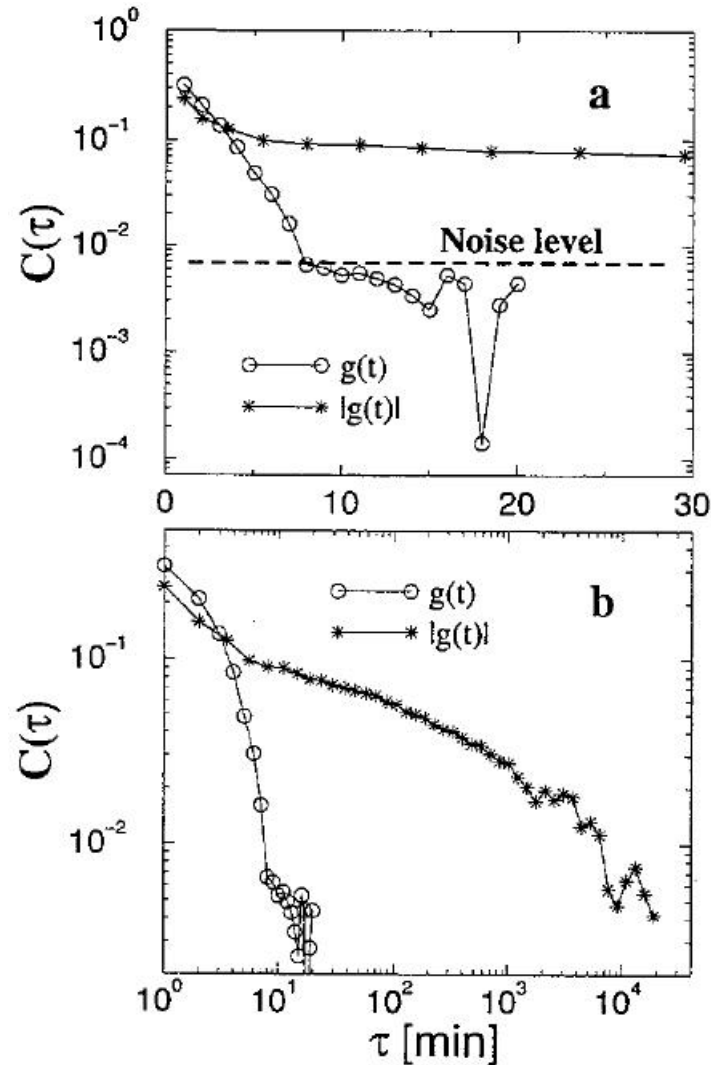


Figura 1.2: Gráfico (a) semi-log e (b) log-log de função de correlação $C(\tau)$ de retornos $g(t)$ e valores absolutos $|g(t)|$ de índice S&P500. Os gráficos mostram o decaimento exponencial de $C(\tau)$ para $g(t)$ e decaimento mais lento (seguindo uma lei de potencia) para $|g(t)|$ [8].

futuros das mercadorias são similares aos das ações, enquanto que o expoente de cauda para os preços atuais das mercadorias são menores [14]. Eles também analisaram as correlações temporais dos retornos e concluíram que a dinâmica do valor absoluto dos retornos (volatilidade) possui correlações de longo alcance seguindo uma lei de potência com expoente de escala menor para mercadorias do que para ações [14].

Ambos os retornos, de ações e mercadorias exibem comportamento multifractal, mas o espectro multifractal é significativamente mais amplo para mercadorias do que para ações [15].

O objetivo desse trabalho é comparar as propriedades estatísticas dos preços de mercadorias agrícolas com preços de ações no mercado brasileiro. Estudam-se:

- i) A função risco dos retornos logarítmicos;
- ii) Correlações de longo-alcance, em séries temporais de volatilidade, usando o método de análise de flutuações sem tendências (Detrended fluctuation analysis *DFA*) [16];
- iii) Correlações cruzadas entre duas séries de volatilidade (usando o método de análise de correlação cruzada sem tendências (Detrended cross-correlation analysis *DCCA*) [17].

Os resultados são comparados com os resultados para outros mercados publicados na literatura.

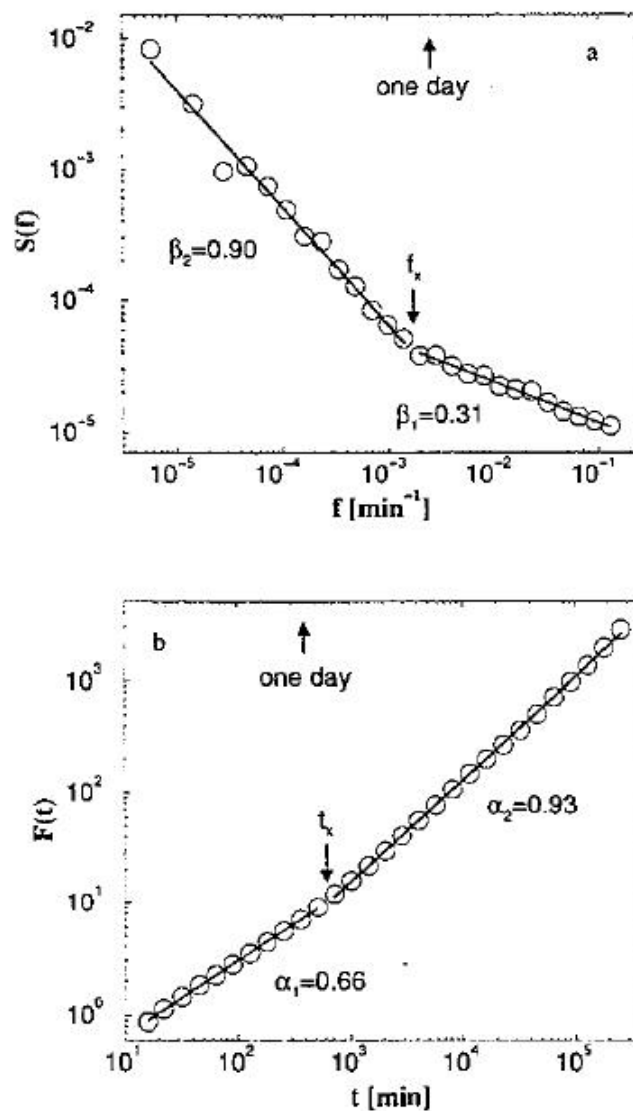


Figura 1.3: Gráficos de (a) espectro de potências $S(t)$ e (b) Detrended Fluctuation Analysis $F(t)$ para valores absolutos de retorno $|g(t)|$ de S&P500. Os dois gráficos mostram a existência de correlações de longo alcance com decaimento seguindo uma lei de potência, com dois expoentes diferentes para duas regiões de escala [8].

2 Metodologia e Dados

2.1 Distribuição de retornos de preços

2.1.1 Modelo de Black-Scholes

Robert Merton, Myron Scholes e Fischer Black desenvolveram, em colaboração, uma solução para o problema de apreamento de uma opção. Em 1973, Black e Scholes o que então seria chamado de fórmula de Black-Scholes. Inúmeros negociantes e investidores usam essa fórmula para avaliar opções disponíveis no mercado.

A proposta de Black-Scholes é determinar o preço de uma opção de compra somente em função do preço do ativo e de outras variáveis conhecidas. Para isso, são estabelecidas as seguintes hipóteses:

- a taxa de juros livre de risco é constante ao longo do tempo;
- o preço do ativo segue um caminho aleatório (denominado "random walk"), com distribuição lognormal e volatilidade (característica associada à variação de valores) constante dos retornos diários;
- o ativo não paga benefícios;
- a opção é do tipo européia, isto é, somente pode ser exercida na data limite de exercício;
- não há custos de transação na compra ou venda do ativo ou da opção;
- é possível negociar qualquer quantidade fracionária do ativo;
- é possível ficar em posição "vendida" em opções, ou seja, é possível realizar operação de venda sem ter o derivativo.

Dentre os bens disponíveis para negociação estão os denominados "ativos financeiros": direitos decorrentes de obrigações assumidas por agentes econômicos.

Um exemplo de ativo financeiro é a "ação" de uma empresa: documento que indica ser seu possuidor o proprietário de certa fração de determinada empresa.

Os derivativos compreendem documentos cujo valor de negociação deriva (daí o nome 'derivativos') de outros ativos, denominados ativos-objeto.

Uma opção é um tipo de derivativo, e é um contrato que dá a seu titular o direito de comprar ou vender um ativo, sob certas condições, num determinado período de tempo.

Uma opção se caracteriza pelos seguintes elementos: o prêmio, ou valor da opção (valor pago para se ter o direito de comprar ou vender), o preço de exercício, ou strike (valor pelo qual o titular da opção poderá comprar ou vender o ativo), e o exercício (data limite para que o titular da opção exerça seu direito).

Estabelecidas essas condições, é preciso examinar um tipo de operação conhecida como delta hedge.

Hedge pode ser entendido como uma operação de proteção no mercado financeiro. Isso traz dois importantes significados: é uma operação não especulativa, ou seja, não visa ao lucro proporcionado pelas oscilações das variáveis de mercado (ao contrário, visa à proteção a essas oscilações) e é uma operação que diminui significativamente o risco de uma carteira.

Definindo $w(x, t)$ para o valor do prêmio da opção como uma função do preço do ativo (x) e do tempo (t), o número de opções que devem ser vendidas para proteger uma posição unitária comprada do ativo é:

$$\left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right)^{-1} \quad (2.1)$$

Black-Scholes exprime esse valor genericamente:

$$x - \frac{w(x, t)}{\partial w(x, t) / \partial x} \quad (2.2)$$

Considerando as alterações nas variáveis, tem-se que o valor da carteira pode ser denotado por:

$$\Delta x - \frac{\Delta w}{\partial w(x, t) / \partial x} \quad (2.3)$$

O modelo se desenvolve a partir da adoção de resultados matemáticos acerca dos processos estocásticos.

Entende-se por processo estocástico o comportamento seguido por qualquer variável cujo valor varie aleatoriamente com o tempo, seja em tempo discreto ou tempo contínuo.

O modelo de Wiener corresponde à modelagem do Modelo Browniano Geométrico. Se uma variável x segue o processo generalizado de Wiener, o comportamento dela pode ser

denotado por:

$$dx = a dt + b dz \quad (2.4)$$

Na qual:

- a e b são constantes;
- t é o tempo;
- z é uma variável tal que $dz = \epsilon \sqrt{\Delta t}$, em que ϵ é uma variável aleatória de distribuição normal padronizada (média zero e desvio padrão 1).

Entretanto, se considerarmos que as variáveis a e b não são constantes mas dependentes do próprio valor de x e do tempo, tem-se o denominado *processo de Itô*:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (2.5)$$

A esse processo assemelha-se o preço da ação. Preservando a notação de Black-Scholes, tem-se o modelo de comportamento dos preços das ações mais amplamente utilizado:

$$dx = \mu x dt + \sigma x dz \quad (2.6)$$

Nessa expressão, o parâmetro μ representa o retorno médio esperado da ação num curto período de tempo, e σ a volatilidade futura da ação também em um curto período de tempo. Ambas as variáveis são expressas em termos percentuais, daí a necessidade de elas estarem multiplicadas pelo preço atual da ação, x .

O lema de Itô afirma que se uma expressão G é função de x e t , ela segue o processo:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz \quad (2.7)$$

Considerando G como a variável w , que é o preço da opção (que é função de x e t) e utilizando a versão discreta da equação (2.6), tem-se:

$$\Delta w = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \sigma^2 x^2 \Delta t + \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \Delta t \quad (2.8)$$

Retornando à expressão (2.3), que denota a variação no valor de uma carteira hedgeada

(protegida) formada por 1 quantidade da ação e $\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right)^{-1}$ quantidades da opção em análise:

$$\Delta x - \frac{\Delta w(x,t)}{\partial w(x,t)/\partial x} \quad (2.9)$$

Substituindo (2.8) em (2.3), tem-se:

$$\Delta x - \frac{\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} \sigma^2 x^2 \Delta t + \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Delta t}{\partial w(x,t)/\partial x} = \frac{-\left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} \sigma^2 x^2 + \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right)}{\partial w(x,t)/\partial x} \quad (2.10)$$

Uma vez que é possível montar a carteira hedgeada em análise, pode-se tê-la comprada ou vendida. Ou seja, no mercado de ações e opções é possível tanto comprar quanto vender quantidades, e ter como resultado uma posição comprada ou vendida.

Dessa forma, o mercado iria "zerar as expectativas", fazendo com que a variação da carteira seja equivalente à variação de taxa de juros livre de risco durante o período.

Com a notação Π para denotar o valor da carteira, tem-se:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Pi} = r \Delta t \Rightarrow \Delta \Pi = \Pi r \Delta t \quad (2.11)$$

Substituindo (2.3) e (2.10) em (2.11) tem-se:

$$\frac{-\left(\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 + \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right)}{\partial w(x,t)/\partial x} = \left(x - \frac{w(x,t)}{\partial w(x,t)/\partial x}\right) r \Delta t \quad (2.12)$$

Daí segue:

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = r w(x,t) - r x \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} - \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} \quad (2.13)$$

que é a Equação Diferencial de Black-Scholes.

2.1.2 Caudas robustas (Fat tails)

Séries financeiras apresentam distribuição dos dados com caudas mais robustas do que uma distribuição gaussiana. Inicialmente se interpretava a distribuição dos retornos

de preços seguindo uma distribuição log-gaussiana, isto é, os retornos logarítmicos se distribuem com uma distribuição gaussiana. Essa interpretação apresenta subestimação dos retornos.

Vários resultados empíricos mostraram a existência de caudas pesadas [19-21] e outros modelos foram propostos, entre eles: distribuição Lévy [19]; Lévy-truncada [22]; distribuições leptocúrticas [23] e modelos autoregressivos (ARCH e GARCH) [24, 25]. Para obter os resultados conclusivos sobre a distribuição dos retornos precisa-se analisar os eventos raros que contribuem as caudas e isso exige um grande número de dados. A disponibilidade de dados de alta freqüência e crescente poder computacional facilitam estudos empíricos cujos resultados servem como a base para os métodos teóricos. A figura 2.1 mostra a densidade de probabilidade de dados de alta-freqüência, de preços de ativo da Xerox no período 1994-1995. O gráfico semi-logaritmico mostra o quanto os retornos são leptocurticos comparados com uma distribuição gaussiana [26].

Cada uma das distribuições propostas apresentam limitações no seu uso. A distribuição de Levy é estável e tem a característica de poder modelar distribuições leptocúrticas, porém apresenta segundo momento divergente, e dessa forma, variância infinita, isso causa sobre estimacão nas caudas, ou seja, a distribuição de Levy apresenta caudas mais robustas do que os dados empíricos [19] e do que a distribuição gaussiana. A distribuição de Levy truncada, tem a distribuição de Lévy na parte central e a distribuição exponencial nas caudas [22] e tem momentos finitos observados em dados empíricos [19].

A distribuição de Lévy truncada é definida por:

$$P(x) \equiv \begin{cases} 0, & \text{se } x < -l; \\ cP_L(x), & \text{se } -l \leq x \leq l; \\ 0, & \text{se } x > l. \end{cases} \quad (2.14)$$

em que c é uma constante normalizadora e $P_L(x)$ é a distribuição simétrica de Lévy dada pela expressão:

$$P_L(x) \equiv \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\gamma|q|^\alpha} \cos(qx) dq \quad (2.15)$$

com parâmetro α ($0 < \alpha \leq 2$), fator da escala γ ($\gamma > 0$), e l é 'cutoff length' [22]. A figura 2.2 apresenta a distribuição de probabilidade de retornos de indice de S&P500. Observa-se

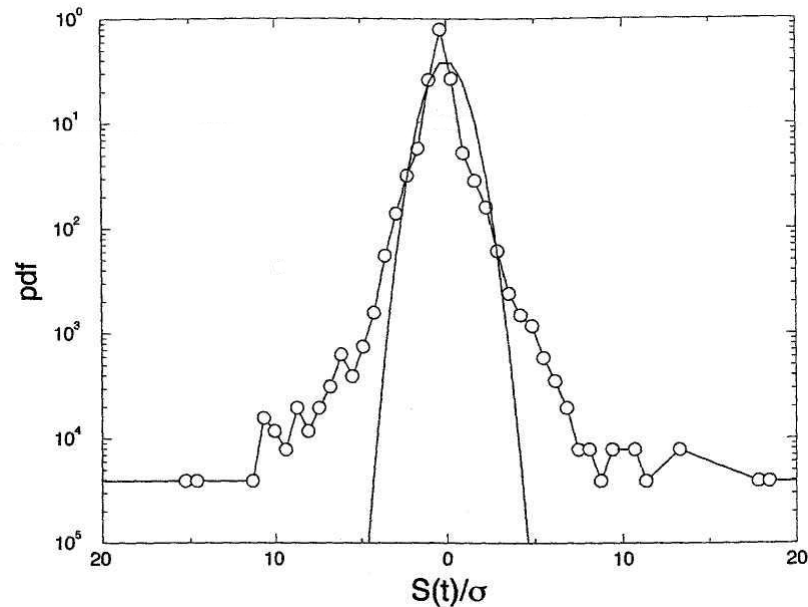


Figura 2.1: Função densidade de probabilidade empírica para dados de alta frequência de retornos de preços do ativo da Xerox negociados na bolsa de Nova Iorque (New York Stock Exchange - NYSE) no período de 1994 a 1995 (com frequência $\Delta t = 1$ min). A distribuição gaussiana é apresentada pela linha sólida [26].

que a parte central está de acordo com a distribuição Levi, e as caudas tem um decaimento exponencial [22].

Recentemente as análises de dados de alta frequência mostraram que a distribuição de retornos segue uma lei de potência:

$$P(x) \sim \frac{1}{x^{\alpha+1}} \quad (2.16)$$

com o valor de expoente $\alpha \approx 3$ (fora da região Lévy $0 < \alpha \leq 2$) com invariância de escala para escalas de até aproximadamente 4 dias e para escalas de tempo maiores convergência para um processo Gaussiano [26].

2.1.3 Ajuste para a Lei de potência (Power-Law Fit)

Quando estamos estudando distribuições com decaimento assintótico seguindo uma lei de potências, há um grande problema quanto à precisão da estimativa do expoente que caracteriza esse comportamento. Para contornar esse problema, quantificaremos a inclinação da cauda da função risco.

Obteremos essa inclinação através do ajuste de duas retas obtidas pela expressão:

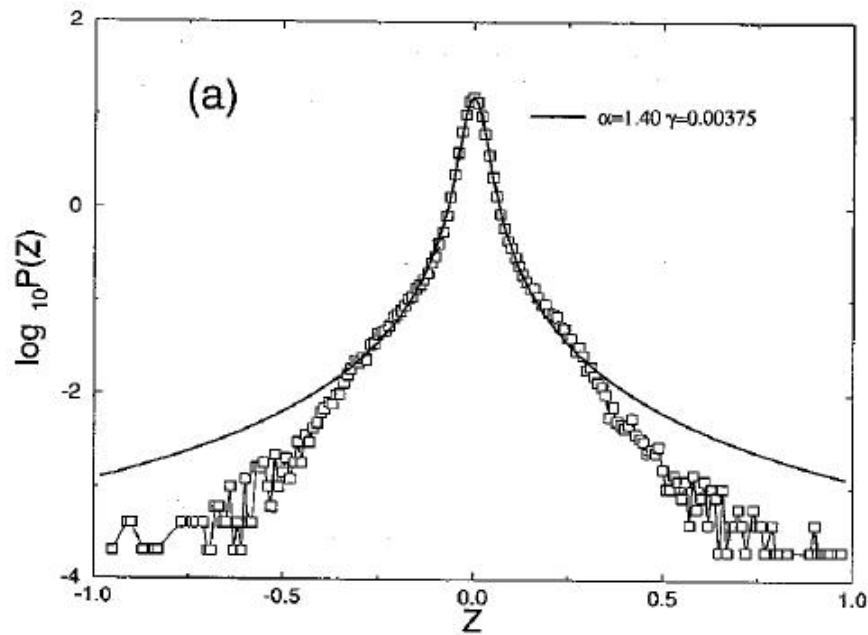


Figura 2.2: Gráfico de distribuição de probabilidade de retornos de índice de S&P500 (com frequência $\Delta t = 1$ min). A distribuição Levy, ($\alpha = 1,4$, $\gamma = 0,00375$) é apresentada pela linha sólida. As caudas apresentam o decaimento aproximadamente exponencial [26].

$$f(x|a_1, a_2, b_1, b_2, p, x_0) \equiv \frac{a_1 x + b_1}{1 + e^{p(x-x_0)}} + \frac{a_2 x + b_2}{1 + e^{-p(x-x_0)}} \quad (2.17)$$

em que f é uma função com seis parâmetros sendo a_1 e a_2 as inclinações das retas ajustadas, b_1 e b_2 os pontos de intercepto com o eixo dependente para as duas retas, x_0 o ponto de corte em que divide os pontos para as duas retas e p que é o parâmetro de suavidade, isto é, o parâmetro que controla o quanto será brusca a passagem de uma reta para outra. Convencionamos para nosso trabalho que $p = 10$ para que tenhamos boa visibilidade da mudança de uma reta para outra. As figuras 2.3 a 2.6 apresentam os valores $p = 3, 10, 30, e 80$ para ilustrar como a curva modifica sua suavidade. Sendo mais suave quando o parâmetro é próximo de zero e mais brusca a passagem quando esse valor aumenta.

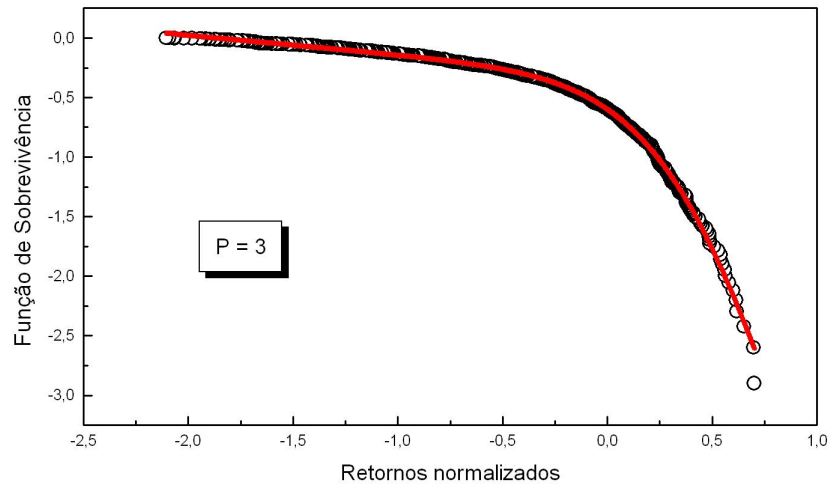


Figura 2.3: Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=3$.

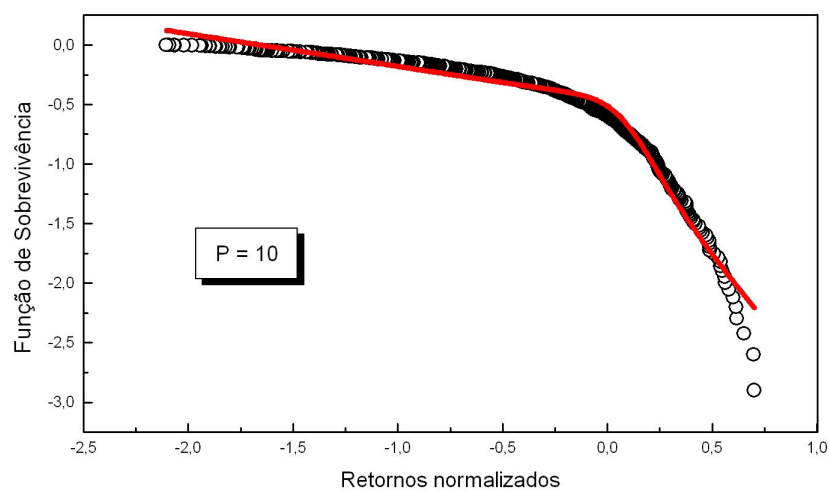


Figura 2.4: Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=10$.

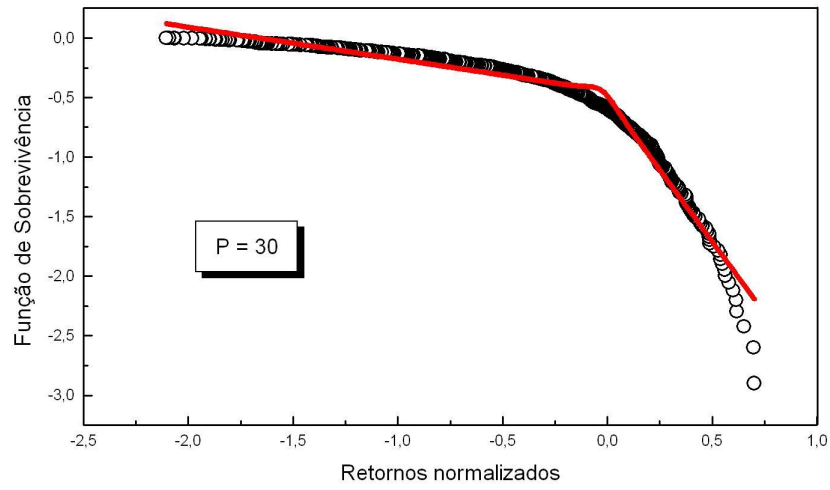


Figura 2.5: Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=30$.

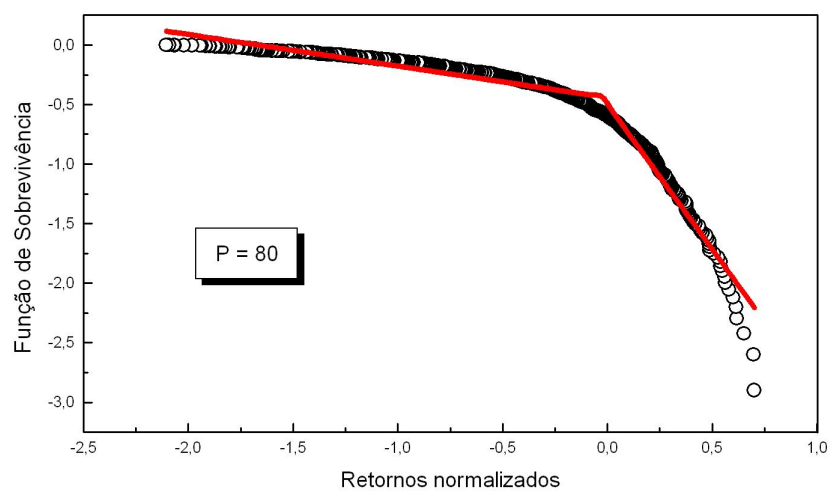


Figura 2.6: Ilustração do ajuste da lei de potência com parâmetro $P=80$.

2.2 Análise de correlação

2.2.1 Análise de flutuações sem tendências (Detrended Fluctuation Analysis - DFA)

O método de análise de flutuações sem tendências (Detrended Fluctuation Analysis - DFA) é um método para quantificar as correlações de longo alcance em séries temporais que não apresentam estacionaridade. Definamos inicialmente o que é um processo estacionário.

Uma série temporal X é dita estritamente estacionária se a distribuição conjunta de $X(t_1), \dots, X(t_n)$ é a mesma da distribuição conjunta que $X(t_1 + \tau), \dots, X(t_n + \tau)$ para todo t_1, \dots, t_n, τ , em que $X(t)$ denota a série temporal no tempo t . Essa definição se verifica para qualquer valor de n e significa que um deslocamento τ não afeta a distribuição conjunta. Reescrevendo essa definição em um sentido menos restritivo teremos:

Uma série temporal X é dita estacionária de segunda ordem, se sua média for constante e sua função de covariância depende somente das distâncias entre os tempos estudados. Isto é:

$$E[X(t)] = \mu \quad \text{e} \quad Cov[X(t), X(t + \tau)] = \gamma(\tau) \quad (2.18)$$

se $\tau = 0$ a estacionaridade de segunda ordem implica que a média e a variância são constantes [27].

O DFA foi introduzido por Peng para análise de seqüências gênicas de DNA [16] e vem sendo amplamente aplicado em diversos fenômenos tais como: variabilidade cardíaca [28, 29]; flutuações em canais iônicos [30]; climatologia [31, 32]; intervalo entre passos sucessivos, como forma de avaliar uma doença através do modo que o paciente caminha [33] e séries temporais financeiras [34, 35].

O procedimento é o seguinte:

Seja X_1, X_2, \dots, X_N uma amostra de retornos de tamanho N , da série temporal X , obteremos primeiro a série integrada pela expressão:

$$y(k) = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}) \quad (2.19)$$

em que \bar{X} é a média dos valores de X_i , para $i, k \in \{1, 2, \dots, N\}$. Essa integração torna a série X em um processo auto-similar.

Divide-se $y(k)$ em intervalos de mesmo tamanho n e retiramos a tendência, através da subtração da série integrada em cada intervalo pelo ajuste de uma curva que representa essa tendência. A classificação do método DFA é dada pelo tipo de curva que venha a se adotar: Ajustando um polinômio de primeiro grau, chama-se o processo de DFA-1; ajustando um polinômio de segundo grau (quadrática), chama-se o processo de DFA-2; para uma ajuste polinomial de grau m , chama-se de DFA- m . O ajuste para a tendência através de uma reta (DFA-1) para o intervalo n , é denotado por $y_n(k)$.

Para quantificar as flutuações para um intervalo de tamanho n calcula-se a função de flutuação:

$$F_{DFA}(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_k(n)]^2} \quad (2.20)$$

Por um processo iterativo repete-se esse cálculo para diversos tamanhos de intervalo n para que possa aferir a relação entre $F(n)$ e o tamanho do intervalo n . Para um processo fractal (auto-similar), $F(n)$ aumenta com n através de uma lei de potências.

$$F_{DFA}(n) \sim n^\alpha \quad (2.21)$$

Na prática, obtém-se o expoente de auto-similaridade α como o coeficiente angular da reta $\log F(n)$ vs $\log(n)$. A Fig. 2.3 representa uma ilustração de procedimento de DFA aplicado em séries temporais de volatilidade de índice de S&P 500 de Bolsa de Valores de Nova Iorque (NYSE) [36].

A interpretação dos valores do expoente α é a seguinte [36]:

- Para ruído branco (séries não correlacionadas) o método DFA apresentará $\alpha = 0,5$, e a função de auto-correlação da série original terá decaimento exponencial;
- O valor $0,5 < \alpha \leq 1$, indica que a série original apresenta auto-correlações de longo alcance persistentes: Os valores grandes (pequenos), têm maior probabilidade de serem seguidos por valores grandes (pequenos), a função de correlação segue uma lei de potências $C(\tau) \sim \tau^{-\gamma}$ e a relação entre α e γ é $\gamma = 2 - 2\alpha$;
- O valor $\alpha = 1$ representa um ruído do tipo $1/f$ (o espectro de potência também segue uma lei de potência $S(f) = 1/f^\beta$ com relação $\beta = 1 - \gamma = 2\alpha - 1$;
- Para parâmetro de auto-similaridade no intervalo $0 < \alpha < 0,5$, as auto-correlações são anti-persistentes, significando que os valores grandes (pequeno) têm maior probabilidade de serem seguidos por valores pequenos (grandes);
- Por fim, para um parâmetro $\alpha > 1$ as correlações existem, contudo não apresentam lei de potência. O caso especial $\alpha = 1,5$ indica um ruído marrom que é a integração do

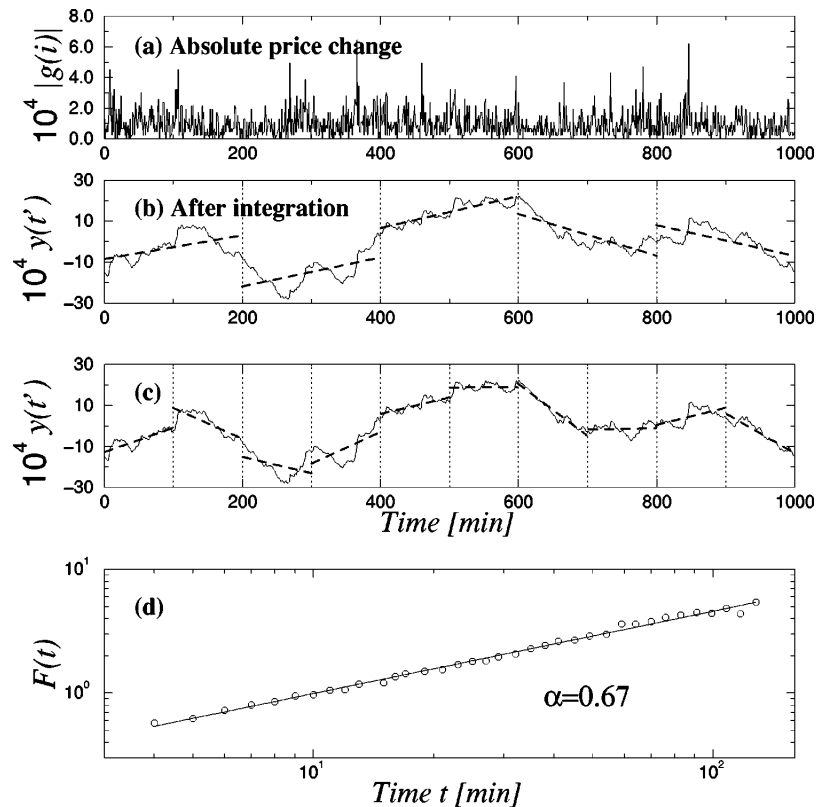


Figura 2.7: Ilustração do procedimento do Detrended Fluctuation Analysis - DFA. (a) Retornos absolutos; (b) Série integrada dos retornos absolutos e tendência linear para uma janela de tamanho n ; (c) Série integrada dos retornos absolutos e tendência linear para uma janela de tamanho $n/2$ e (d) Gráfico $\log n$ vs $\log F(n)$ [36].

ruído branco.

O parâmetro α pode ser interpretado como o parâmetro que indica a suavidade da série original. Quanto maior o valor de α , maior será a suavidade da série [37]. Uma generalização do método DFA para análise multifractal de correlações em séries temporais não estacionárias também foi proposta [38].

Nesse trabalho será utilizada DFA1 (retirando a tendência linear) e a aplicação será feita usando um software disponível na Physionet (<http://www.physionet.org/>), um fórum on-line que reúne uma grande coleção de registros de sinais biomédicos e softwares para analisar tais sinais. O recurso PhysioNet tem como objetivo estimular pesquisas correntes e novas investigações no estudo de sinais complexos na biomedicina e na fisiologia [37]. Já para obter os parâmetros de cada série, foi escrita uma rotina em linguagem R (R Development Core Team, 2006). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Áustria. ISBN 3-900051-07-0, URL (<http://www.R-project.org>).

2.2.2 Análise de correlações cruzadas sem tendência (Detrended Cross-Correlation Analysis - DCCA)

O método Análise de correlações cruzadas sem tendências (Detrended cross-correlation analysis *DCCA*) foi introduzido em 2008 pelo Podobnik e Stanley [17] e representa uma generalização do método de Detrended fluctuation analysis (DFA). Esse método é designado para analisar as correlações de longo alcance entre duas séries simultâneas não estacionárias. Uma generalização de DCCA para análise multi-fractal de correlações cruzadas de longo alcance também foi proposta [39]:

Sejam X_1, X_2, \dots, X_N , e Y_1, Y_2, \dots, Y_N duas séries temporais simultaneamente recordadas que possuem as correlações de longo alcance. Similarmente ao DFA, primeiro calcula-se as séries integradas:

$$R_{k,Z} \equiv \sum_{i=1}^k Z_i \quad (2.22)$$

em que $Z \in \{X, Y\}$ e $i, k = \{1, 2, \dots, N\}$.

Dividem-se as séries em intervalos $N - n$ sobrepostos, contendo $n + 1$ valores. Denotamos os elementos em cada intervalo iniciados em i e terminados em $i + n$, calcula-se a "tendência local", $\widetilde{R}_{k,Z,i}$ e $\widetilde{R}_{k,Z,i+n}$, em cada intervalo através de um ajuste por mínimos quadrados. Note que o ajuste é uma função polinomial e poderá ter qualquer grau, isto é, o ajuste pode ser: uma função retilínea, uma função quadrática, uma função cúbica e etc. A diferença entre a série integrada no intervalo $[R_{k,Z,i}, R_{k,Z,i+n}]$ e a tendência local nesse intervalo é denominado de "passeio sem tendência". Uma vez retirada à tendência em cada intervalo, calcula-se a covariância dos resíduos pela expressão:

$$f_{DCCA}^2(n, i) \equiv \frac{1}{n} \sum_{k=i}^{i+n} \left(R_{k,X,i} - \widetilde{R}_{k,X,i} \right) \left(R_{k,Y,i} - \widetilde{R}_{k,Y,i} \right) \quad (2.23)$$

e calculamos a covariância sem tendência somando todos os $N - n$ intervalos sobrepostos de tamanho $n + 1$ pela expressão:

$$F_{DCCA}^2(n) \equiv \frac{\sum_{i=1}^{N-n} f_{DCCA}^2(n, i)}{N - n} \quad (2.24)$$

se tivermos $X \equiv Y$, isto é, as séries forem iguais e conseqüentemente $R_{k,X} \equiv R_{k,Y}$, teremos que a covariância sem tendência dada por $F_{DCA}^2(n)$ se reduz a variância sem tendência dada por $F_{DFA}^2(n)$ usada no método DFA [17].

Por um processo iterativo repete-se esse cálculo para diversos tamanhos de intervalo n para que possa aferir a relação entre as flutuações $F_{DCCA}^2(n)$ e o tamanho do intervalo n . No caso da existência das correlações cruzadas de longo alcance, teremos que $F_{DCCA}(n)$ aumenta com n através de uma lei de potências.

$$F_{DCCA}(n) \sim n^\beta \quad (2.25)$$

Na prática, obtém-se o expoente de auto-similaridade β como o coeficiente angular de reta $\log F(n)$ vs $\log(n)$. A interpretação de valores de expoente β de DCCA é similar a interpretação de expoente β de DFA. As correlações de longo alcance entre duas séries significam que os valores de cada série possuem a memória de longo alcance de seus valores anteriores e também a memória de longo alcance de valores anteriores de outra série [17].

2.3 Dados

Para esse trabalho serão usados dados de preços de mercadorias agrícolas negociadas na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) e dados de preços de ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA). Serão analisadas 5 mercadorias agrícolas (commodities), e 20 ações (stocks) sendo divididas em 5 ações para cada grupo: Bancos, Energia, Telecomunicações e Siderurgia.

Foram escolhidas as séries simultâneas, isto é, data de início e término compreendem o mesmo período para todas as séries. Os retornos padronizados são dados pela expressão:

$$g_i \equiv \frac{\ln[X_i(t + \Delta t)] - \ln[X_i(t)]}{\sigma_i} \quad (2.26)$$

em que $i \in \{1, 2, 3, \dots, 25\}$, σ_i é o desvio padrão para o ativo i , $X_i(t)$ é a cotação do ativo i no momento t e $\Delta t \equiv 1$, pois estamos trabalhando com cotações diárias para todos os ativos.

As tabelas 2.1 – 2.5 apresentam as mercadorias e ações que serão analisadas, bem

como a quantidade de observações para cada série e período estudado. Para as ações serão analisadas as características: abertura diária, fechamento diário, máximo diário, mínimo diário, montante diário e volume diário. Já para as mercadorias será analisado apenas o preço de fechamento.

Definimos as características como:

Abertura diária: É o valor apresentado pelas cotas negociadas no início do período de negociação na Bolsa.

Fechamento diário: É o valor atingido pelas cotas negociadas no final do período de negociação na Bolsa.

Máximo diário: É o maior valor atingido pelas cotas no período de negociação na bolsa.

Mínimo diário: É o menor valor atingido pelas cotas no período de negociação na bolsa.

Montante diário: É a quantidade de cotas negociadas no período de atividade da bolsa.

Volume diário: É a quantidade de dinheiro movimentado no período de negociação na bolsa.

Tabela 2.1: Mercadorias negociadas na BM&F utilizadas para análise.

Mercadoria	Abreviação	Número de observações	Período
Açúcar	Açu	1908	10/08/00 a 30/04/08
Algodão	Alg	1908	10/08/00 a 30/04/08
Boi	Boi	1908	10/08/00 a 30/04/08
Café	Caf	1908	10/08/00 a 30/04/08
Soja	Soj	1908	10/08/00 a 30/04/08

Tabela 2.2: Ações do grupo bancos negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.

Empresa	Ativo	Número de observações	Período
Banco do Brasil S.A.	bbas3	1908	10/08/00 a 30/04/08
Itausa Investimentos S.A.	itsa4	1908	10/08/00 a 30/04/08
Bradesco S.A.	bbdc4	1908	10/08/00 a 30/04/08
Unibanco S.A.	ubbr11	1908	10/08/00 a 30/04/08
Bradespar S.A.	brap4	1908	10/08/00 a 30/04/08

Tabela 2.3: Ações do grupo energia negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.

Empresa	Ativo	Número de observações	Período
Cia. Energ. Minas Gerais	cmig4	1908	10/08/00 a 30/04/08
Centrais Elet. Santa Catarina	clsc6	1908	10/08/00 a 30/04/08
Cia. Gás de São Paulo	cgas5	1908	10/08/00 a 30/04/08
Centrais Elet. Bras. S.A.	elet3	1908	10/08/00 a 30/04/08
Light S.A.	ligt3	1908	10/08/00 a 30/04/08

Tabela 2.4: Ações do grupo telecomunicações negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.

Empresa	Ativo	Número de observações	Período
Brasil TELECOM S.A.	brto4	1908	10/08/00 a 30/04/08
TIM part. S.A.	tcls3	1908	10/08/00 a 30/04/08
Telemig Celular Part. S.A.	tmcp4	1908	10/08/00 a 30/04/08
Telecom. de São Paulo S.A.	tlpp4	1908	10/08/00 a 30/04/08
NET serv. de comun. S.A.	netc4	1908	10/08/00 a 30/04/08

Tabela 2.5: Ações do grupo siderurgia negociadas na BOVESPA utilizadas para análise.

Empresa	Ativo	Número de observações	Período
Acesita S.A.	aces4	1908	10/08/00 a 30/04/08
Usinas Sid. de MG S.A.	usim5	1908	10/08/00 a 30/04/08
Cia. Vale do Rio Doce	vale3	1908	10/08/00 a 30/04/08
Gerdau S.A.	ggbr4	1908	10/08/00 a 30/04/08
Cia. Siderúrgica Nacional	csna3	1908	10/08/00 a 30/04/08

3 Resultados (Distribuição de retornos)

A função risco $P(g > x)$ apresenta o descalamento que segue uma lei de potência dada por $P(g > x) \approx x^{-\alpha}$ (para cauda positiva e cauda negativa) para todas as séries analisadas. Os expoentes são estimados usando o método apresentado em 2.1.2. As tabelas 3.1 a 3.4 apresentam os valores dos expoentes para as caudas positivas e negativas para as ações em estudo. As médias por grupo de ações são:

$$\bar{\alpha}_{Energia} \equiv \begin{cases} 2,36 \pm 0,12, & \text{Cauda positiva;} \\ 2,28 \pm 0,16 & \text{Cauda negativa.} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\bar{\alpha}_{Telecom.} \equiv \begin{cases} 2,33 \pm 0,16; & \text{Cauda positiva;} \\ 2,31 \pm 0,16 & \text{Cauda negativa.} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\bar{\alpha}_{Bancos} \equiv \begin{cases} 2,70 \pm 0,12, & \text{Cauda positiva;} \\ 2,60 \pm 0,18 & \text{Cauda negativa.} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\bar{\alpha}_{Siderurgia} \equiv \begin{cases} 2,41 \pm 0,31, & \text{Cauda positiva;} \\ 2,32 \pm 0,14 & \text{Cauda negativa.} \end{cases} \quad (3.4)$$

Todas as ações apresentaram médias próximas, exceto o grupo bancário que apresentou média mais elevada, e todas estão fora da região de estabilidade de Levy ($0 < \alpha < 2$). A tabela 3.5 apresenta os valores do expoente para caudas positivas e negativas para as mercadorias agrícolas, a média do grupo é:

$$\bar{\alpha}_{Mercadorias} \equiv \begin{cases} 2,04 \pm 0,43, & \text{Cauda positiva;} \\ 2,05 \pm 0,29 & \text{Cauda negativa.} \end{cases} \quad (3.5)$$

Os valores dos expoentes das mercadorias se apresentam bem próximos da região de estabilidade de Levy. Um resultado similar foi obtido para o mercado americano [14]. Todos os resultados são apresentados graficamente em figuras 3.1 – 3.4. As figuras 3.5 – 3.14, apresentam gráficos de função risco para a cauda positiva e cauda negativa dos retornos de ações e mercadorias (um representante de cada grupo).

Tabela 3.1: Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de energia.

Empresa	Ativo	Cauda positiva	Cauda negativa
Cia. Elétrica de Minas Gerais	cmig4	2,40 ± 0,13	2,27 ± 0,26
Cia. Eletrica Santa Catarina S/A	clsc6	2,39 ± 0,08	2,33 ± 0,23
Cia. Gás de São Paulo S/A	cgas5	2,43 ± 0,11	2,14 ± 0,08
Eletrobrás	elet3	2,36 ± 0,22	2,43 ± 0,15
Light S/A	ligt3	2,20 ± 0,06	2,25 ± 0,06

Tabela 3.2: Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de telecomunicações.

Empresa	Ativo	Cauda positiva	Cauda negativa
Brasil Telecom	brto4	2,40 ± 0,09	2,16 ± 0,36
Tim Participações	tcls3	2,51 ± 0,16	2,16 ± 0,09
Telesp	tlpp4	2,14 ± 0,35	2,57 ± 0,13
NET serviços S/A	netc4	2,22 ± 0,06	2,18 ± 0,05
Telemig Celular	tmcp4	2,36 ± 0,16	2,46 ± 0,15

Tabela 3.3: Os valores dos expoentes α obtidos para as séries bancárias.

Empresa	Ativo	Cauda positiva	Cauda negativa
Banco do Brasil	bbas3	2,44 ± 0,09	2,09 ± 0,37
Bradesco	bbdc4	2,89 ± 0,12	2,43 ± 0,15
Bradespar	brap4	2,57 ± 0,12	2,74 ± 0,05
Investimentos Itaú	itsa4	3,06 ± 0,19	3,14 ± 0,24
Unibanco	ubbr11	2,53 ± 0,10	2,60 ± 0,09

Tabela 3.4: Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de siderurgia.

Empresa	Ativo	Cauda positiva	Cauda negativa
Acesita S.A.	aces4	2,22 ± 0,13	2,31 ± 0,10
Cia. Siderúrgica Nacional	csna3	2,50 ± 0,13	2,32 ± 0,21
Gerdau S.A.	ggbr4	2,55 ± 0,19	2,23 ± 0,19
Usiminas	usim5	2,25 ± 0,29	2,32 ± 0,18
Vale do Rio Doce	vale3	2,52 ± 0,15	2,42 ± 0,13

Tabela 3.5: Os valores dos expoentes α obtidos para as séries de mercadorias

Mercadoria	Cauda Positiva	Cauda Negativa
Açúcar	1,69 ± 0,04	1,83 ± 0,05
Algodão	1,93 ± 0,05	2,15 ± 0,12
Boi	2,15 ± 0,19	1,95 ± 0,07
Café	2,18 ± 0,12	2,18 ± 0,14
Soja	2,23 ± 0,09	2,15 ± 0,07

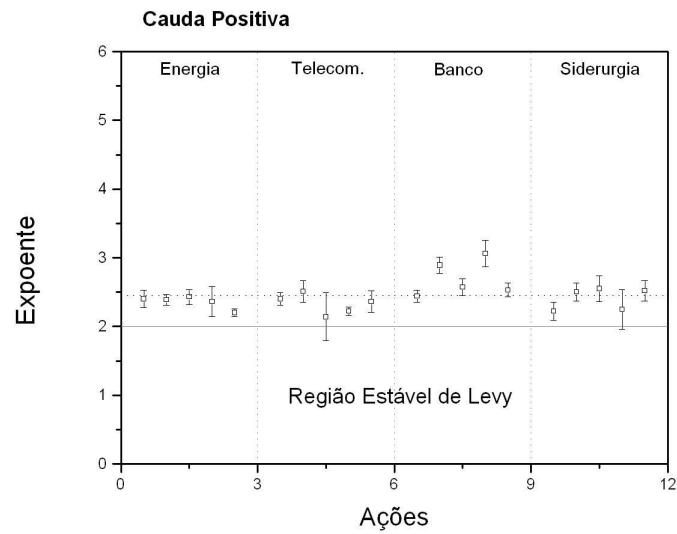


Figura 3.1: Os valores do expoente α obtidos através do ajuste da função risco (cauda positiva) para as ações. Divididos pelos grupos: energia, telecomunicações, bancos, siderurgia e mercadorias. A média dos expoentes é $2,45 \pm 0,15$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Todos os expoentes, se apresentaram fora da região de estabilidade de Levy.

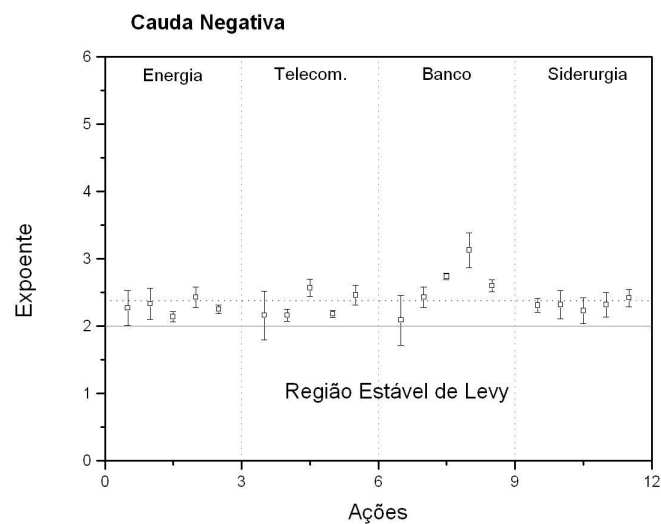


Figura 3.2: Os valores do expoente α obtidos através do ajuste da função risco (cauda negativa) para as ações. Divididos pelos grupos: energia, telecomunicações, bancos, siderurgia e mercadorias. A média dos expoentes é $2,38 \pm 0,13$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Todas as inclinações, se apresentaram fora da região de estabilidade de Levy.

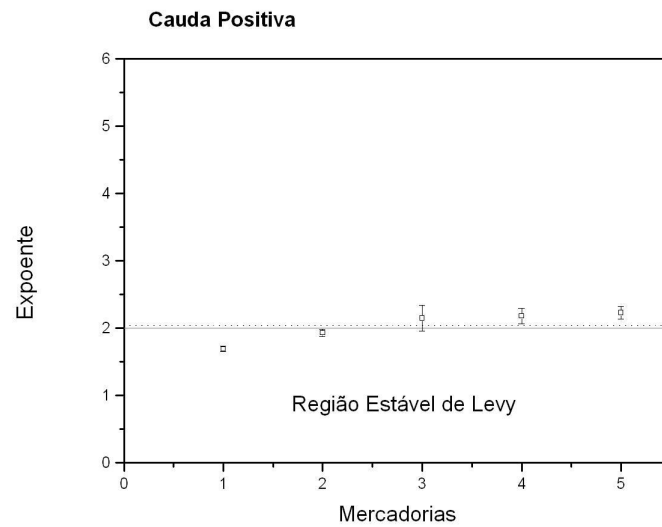


Figura 3.3: Os valores expoentes α obtidos através do ajuste da função risco para as mercadorias agrícolas. A média dos expoentes é $2,04 \pm 0,08$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Os expoentes se apresentaram próximo da região de estabilidade de Levy, caracterizando a diferença entre mercadorias e ações.

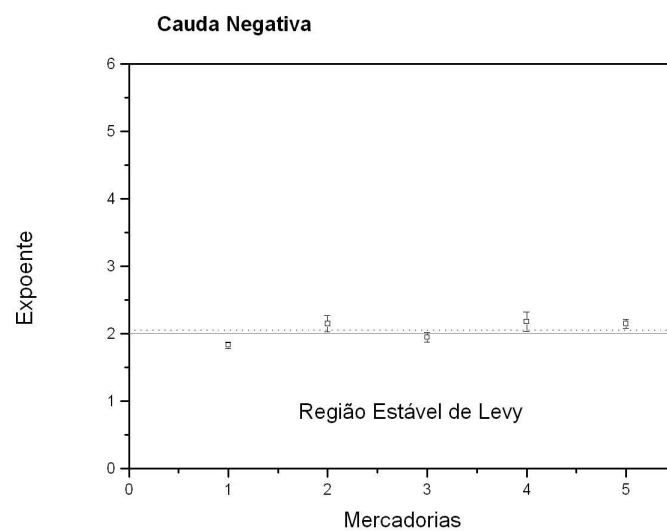


Figura 3.4: Os valores expoentes α obtidos do ajuste da função risco para as mercadorias agrícolas. A média dos expoentes é $2,05 \pm 0,09$, e está representada na figura pela linha pontilhada. Os expoentes se apresentaram próximo da região de estabilidade de Levy, caracterizando a diferença entre mercadorias e ações.

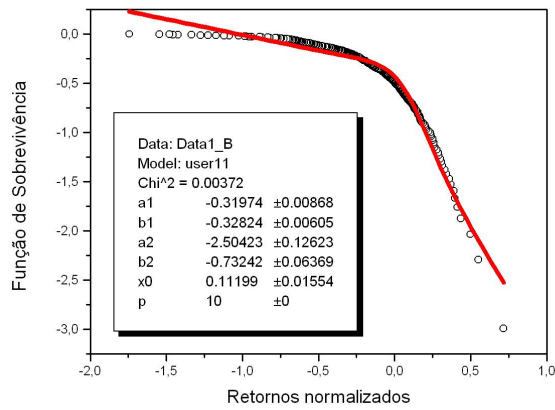


Figura 3.5: Cauda positiva do ativo da Companhia Siderúrgica Nacional do grupo Siderurgia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,50423 \pm 0,12623$.

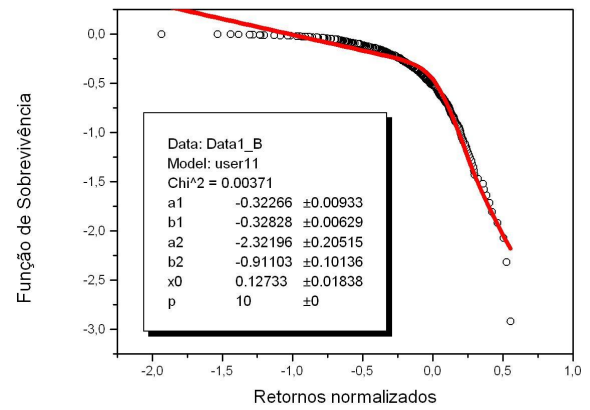


Figura 3.6: Cauda negativa do ativo da Companhia Siderúrgica Nacional do grupo Siderurgia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,32196 \pm 0,20515$.

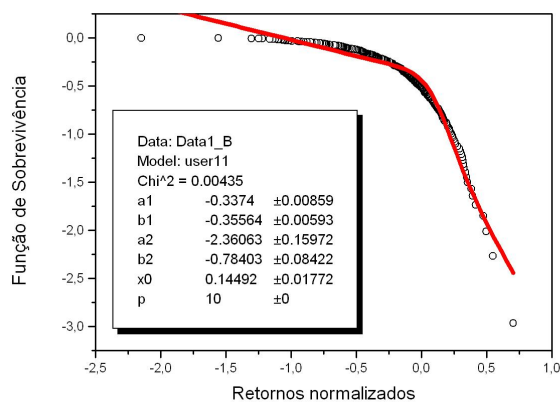


Figura 3.7: Cauda positiva do ativo da Telemig celulares S/A do grupo Telecomunicações, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,36063 \pm 0,15972$.

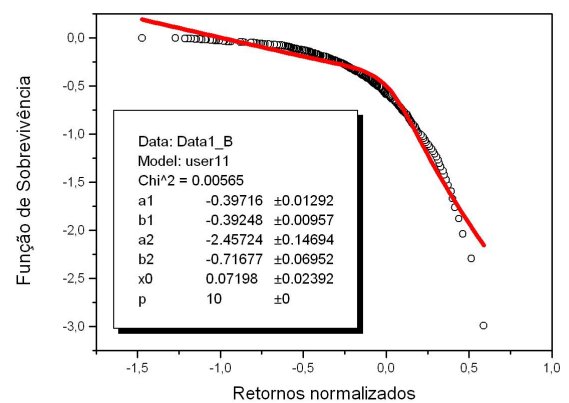


Figura 3.8: Cauda negativa do ativo da Telemig celulares S/A do grupo Telecomunicações, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,45724 \pm 0,14694$.

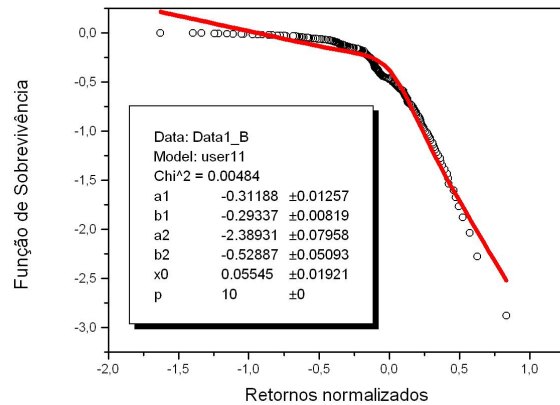


Figura 3.9: Cauda positiva do ativo da Centrais Elétrica de Santa Catarina S/A do grupo Energia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a2 = -2,38931 \pm 0,07958$.

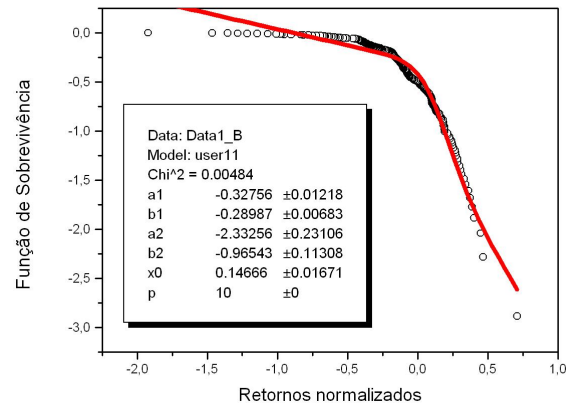


Figura 3.10: Cauda negativa do ativo da Centrais Elétrica de Santa Catarina S/A do grupo Energia, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a2 = -2,33256 \pm 0,23106$.

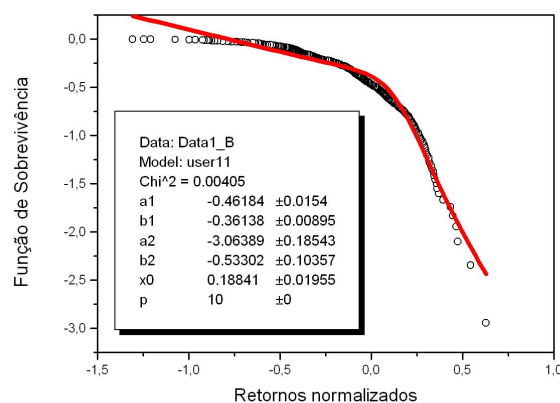


Figura 3.11: Cauda positiva do ativo da Itaúsa S/A do grupo Bancos, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a2 = -3,06389 \pm 0,18543$.

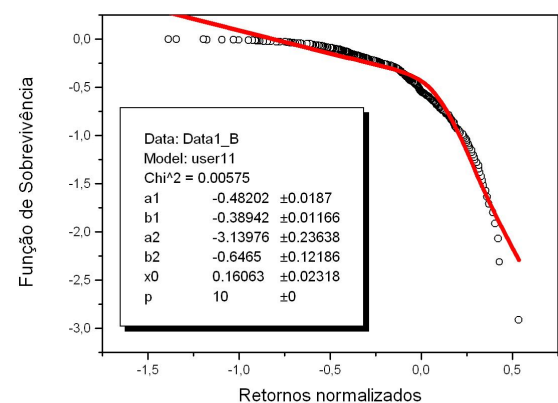


Figura 3.12: Cauda negativa do ativo da Itaúsa S/A do grupo Bancos, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a2 = -3,13976 \pm 0,23638$.

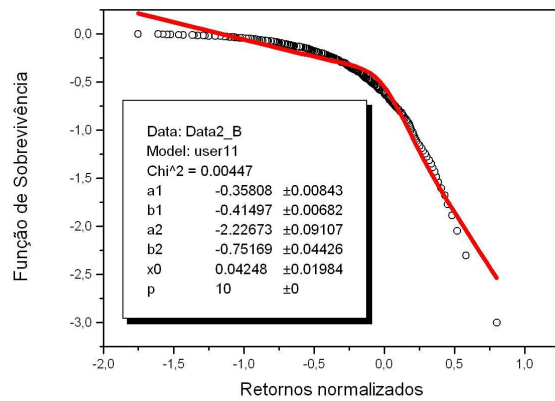


Figura 3.13: Cauda positiva da mercadoria Soja do grupo Agrícolas, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,22673 \pm 0,09107$.

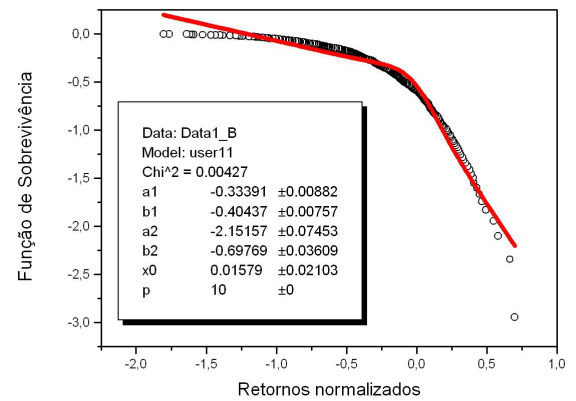


Figura 3.14: Cauda negativa da mercadoria Soja do grupo Agrícolas, a curva vermelha é o ajuste e a inclinação obtida foi $a_2 = -2,15157 \pm 0,07453$.

4 Análise das autocorrelações obtidas pelo DFA

Utilizamos o método DFA, apresentado em 2.2.1 para analisar as correlações de longo alcance em séries temporais de volatilidades (valores absolutos de retornos padronizados 2.13) de preços de ações e mercadorias agrícolas, para obter a autocorrelação em séries estudadas. Os gráficos, 4.1 a 4.11, apresentam a aplicação do método DFA nas séries temporais de volatilidade de preços de ações e mercadorias agrícolas (um representante de cada grupo). As tabelas, 4.1 a 4.5, apresentam os valores do expoente DFA para todas as séries analisadas.

Todos os valores são entre 0,5 e 1, significando a existência de memória persistente em escalas de dias à meses. Os valores do expoente são maiores para mercadorias do que para ações, ao contrario no caso do mercado americano, onde as ações apresentam maior persistência do que as mercadorias [14]. Isso pode ser resultado de estratégias de mercado diferentes, enquanto países como o Brasil apresentam característica de países com agricultura forte e voltada para exportação, e países como Estados Unidos apresentam a característica de países com maior tradição de importação.

As séries de fechamento dos grupos: Bancos, Energia, Telecomunicações e Siderurgia; apresentaram expoente DFA menor do que as mercadorias significando uma menor dependência de cotações anteriores. Esse comportamento reflete o fato que ao contrario de mercadorias (que são produtos físicos, exigem transporte e estoque) a dinâmica de ações ser fortemente influenciada por informações externas e não exclusivamente ou predominantemente pelas cotações anteriores.

As características Montante e Volume apresentam pouca memória e um comportamento próximo a de um movimento Browniano, isto pode ser justificado pelo fato de tanto o Montante quanto o Volume não se restringirem apenas a operações de compra ou venda, ou seja, em momentos de cotas com valores baixos a operação que comanda é a compra de cotas. E em momentos de cotas com valores altos a operação que predomina é a de venda das cotas, contudo, se enumerarmos apenas as operações de compra e venda em

um dado período ou apenas os valores negociados teremos que esses valores flutuarão pouco.

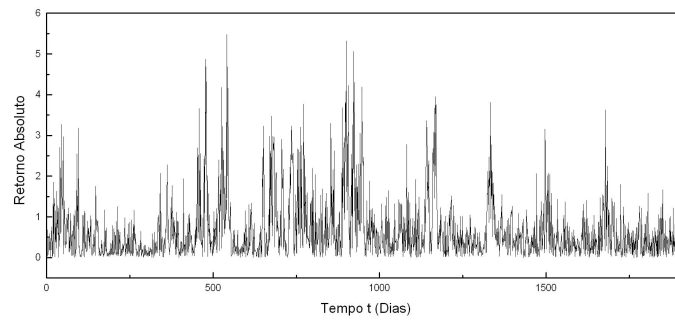


Figura 4.1: Retorno absoluto padronizado para a mercadoria café.

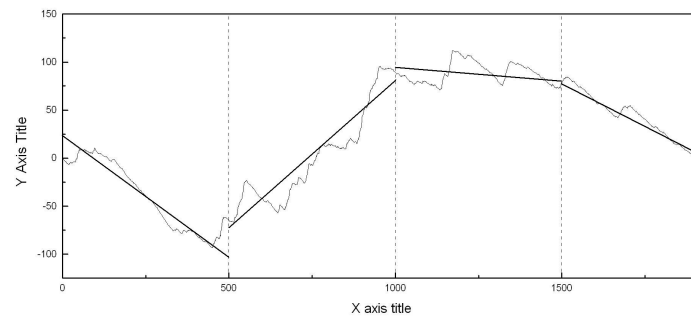


Figura 4.2: Série integrada e divisão em janelas de tamanho n para a mercadoria café.

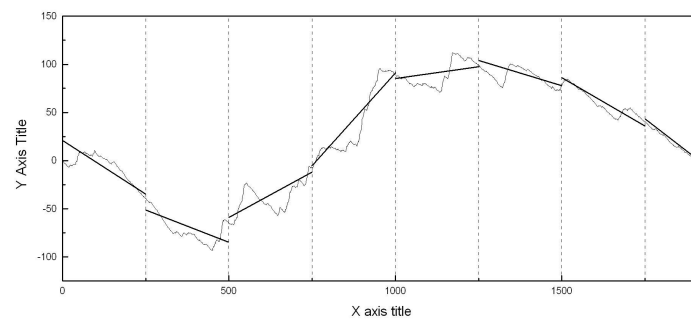


Figura 4.3: Série integrada e divisão em janelas de tamanho $n/2$ para a mercadoria café.

Tabela 4.1: Os valores do expoente DFA para as ações bancárias.

Empresa	Abertura	Fechamento	Máximo	Mínimo	Montante	Volume
Banco do Brasil	0,67	0,69	0,71	0,70	0,55	0,55
Itausa Inv.	0,66	0,71	0,66	0,72	0,54	0,53
Bradesco	0,67	0,69	0,72	0,76	0,53	0,54
Unibanco	0,71	0,73	0,69	0,69	0,65	0,65
Bradespar	0,62	0,68	0,63	0,65	0,57	0,57

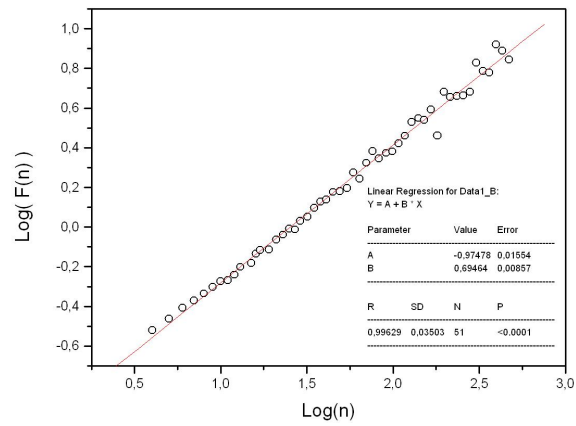


Figura 4.4: DFA para a característica fechamento da mercadoria Café do grupo agrícola.

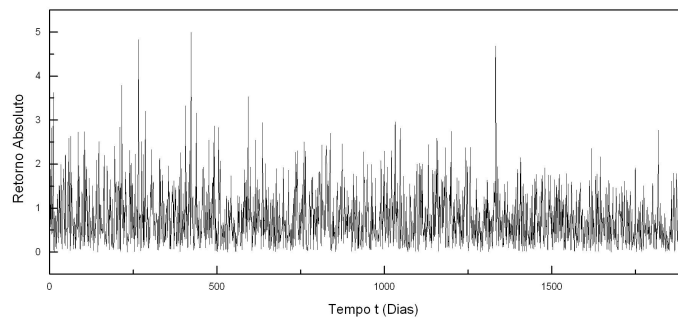


Figura 4.5: Retorno absoluto padronizado para o ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.

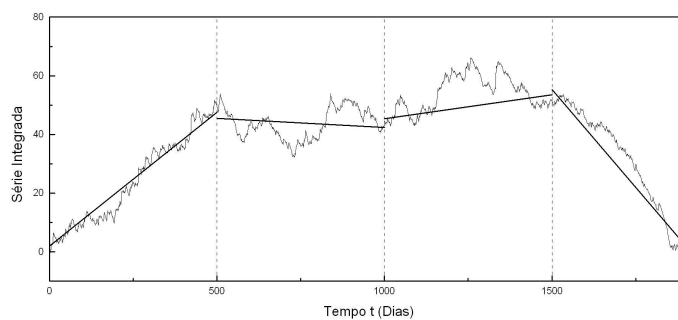


Figura 4.6: Série integrada e divisão em janelas de tamanho n para o ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.

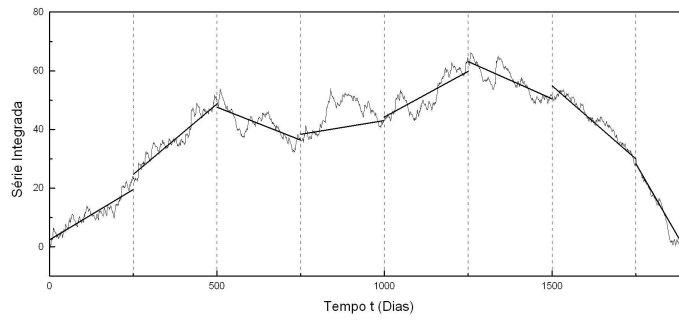


Figura 4.7: Série integrada e divisão em janelas de tamanho n/2 para o ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.

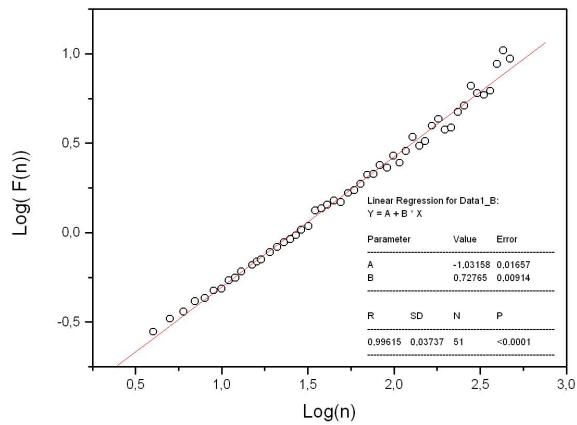


Figura 4.8: DFA para a característica fechamento do ativo Unibanco S/A do grupo Bancos.

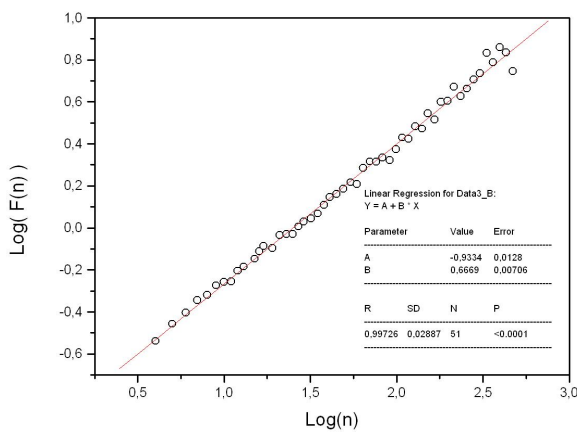


Figura 4.9: DFA para a característica fechamento do ativo Light - Serviços e Eletricidade S/A do grupo Energia.

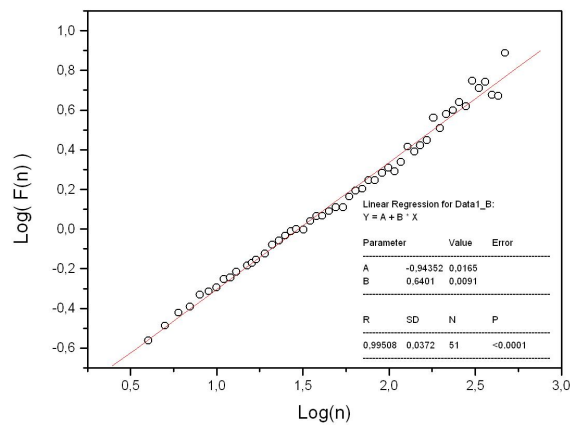


Figura 4.10: DFA para a característica fechamento do ativo Cia. Vale do Rio Doce do grupo Siderurgia.

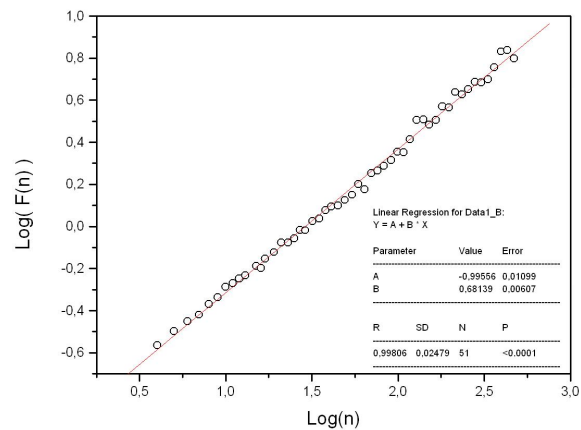


Figura 4.11: DFA para a característica fechamento do ativo Telemig Celular Participações S/A do grupo Telecomunicações.

Tabela 4.2: Os valores do expoente DFA para as ações energéticas.

Empresa	Abertura	Fechamento	Máximo	Mínimo	Montante	Volume
Cia. Energ. MG	0,62	0,67	0,64	0,67	0,53	0,52
Cent. Elet. SC	0,67	0,65	0,65	0,64	0,58	0,58
Cia. Gás de SP	0,66	0,62	0,64	0,65	0,59	0,59
Cent. Elet. B. S.A.	0,67	0,69	0,66	0,67	0,59	0,58
Light S.A.	0,64	0,67	0,71	0,68	0,62	0,63

Tabela 4.3: Os valores do expoente DFA para as ações siderúrgicas.

Empresa	Abertura	Fechamento	Máximo	Mínimo	Montante	Volume
Acesita S.A.	0,67	0,68	0,68	0,71	0,55	0,54
Usinas Sid. MG S.A.	0,68	0,68	0,68	0,70	0,53	0,53
Cia. Vale	0,59	0,64	0,63	0,64	0,65	0,65
Gerdau S.A.	0,61	0,61	0,60	0,65	0,55	0,55
Cia. Sid. Nac.	0,69	0,72	0,67	0,71	0,55	0,55

Tabela 4.4: Os valores do expoente DFA para as ações de telecomunicações.

Empresa	Abertura	Fechamento	Máximo	Mínimo	Montante	Volume
TELECOM S.A.	0,65	0,63	0,63	0,67	0,65	0,67
TIM S.A.	0,68	0,64	0,65	0,67	0,57	0,57
Telemig S.A.	0,67	0,68	0,66	0,69	0,59	0,59
Telec. de SP S.A.	0,63	0,67	0,58	0,69	0,58	0,57
NET serv. S.A.	0,77	0,76	0,76	0,75	0,58	0,57

Tabela 4.5: Os valores do expoente DFA para as mercadorias agrícolas.

Mercadoria	Abreviação	Fechamento
Açúcar	Açu	0,87
Algodão	Alg	0,77
Boi	Boi	0,86
Café	Caf	0,69
Soja	Soj	0,84

5 Análise das correlações cruzadas obtidas pelo DCCA

Para quantificar as correlações cruzadas entre duas séries simultâneas de volatilidade de preços de ações e mercadorias foi usado o método Detrended Cross Correlation Analysis (DCCA) apresentado em 2.2.2.

A tabela 5.1 apresenta o expoente de correlação entre os representantes de cada um dos grupos em estudo, e todas as correlações apresentaram comportamento persistente. Os expoentes das correlações cruzadas entre mercadorias e ações tem valores entre os expoentes das autocorrelações das séries que estão sendo analisadas. Um comportamento similar foi obtido para séries temporais de volatilidade de índices de Nasdaq e Dow Jones [17].

Os expoentes das correlações cruzadas entre ações apresentaram valores superiores aos expoentes das autocorrelações das séries individuais, mostrando que há fortes correlações entre estas ações.

A tabela 5.2 apresenta os valores de expoente de correlação cruzada entre todas as mercadorias analisadas e podemos observar que todas apresentam um comportamento persistente. As figuras, 5.1 e 5.2, apresentam os gráficos de DFA e DCCA para representantes do grupo de ações e do grupo das mercadorias agrícolas.

Tabela 5.1: Expoente para correlação cruzada para um representante de mercadorias e ações.

		Açu	brto4	usim5	cgas5	itsa4
Açúcar	Açu	0,87	0,79	0,82	0,78	0,82
Brasil TELECOM S.A.	brto4	0,79	0,63	0,70	0,67	0,74
Usinas Sid. Minas Gerais S.A.	usim5	0,82	0,70	0,68	0,68	0,74
Cia. Gás de São Paulo	cgas5	0,78	0,67	0,68	0,62	0,73
Itaúsa Investimentos S.A.	itsa4	0,82	0,74	0,74	0,73	0,71

Tabela 5.2: Expoente para correlação cruzada para as mercadorias agrícolas.

	Açúcar	Algodão	Boi	Café	Soja
Açúcar	0,87	0,85	0,85	0,79	0,89
Algodão	0,85	0,77	0,85	0,73	0,85
Boi	0,85	0,85	0,86	0,79	0,89
Café	0,79	0,73	0,79	0,69	0,79
Soja	0,89	0,85	0,89	0,79	0,84

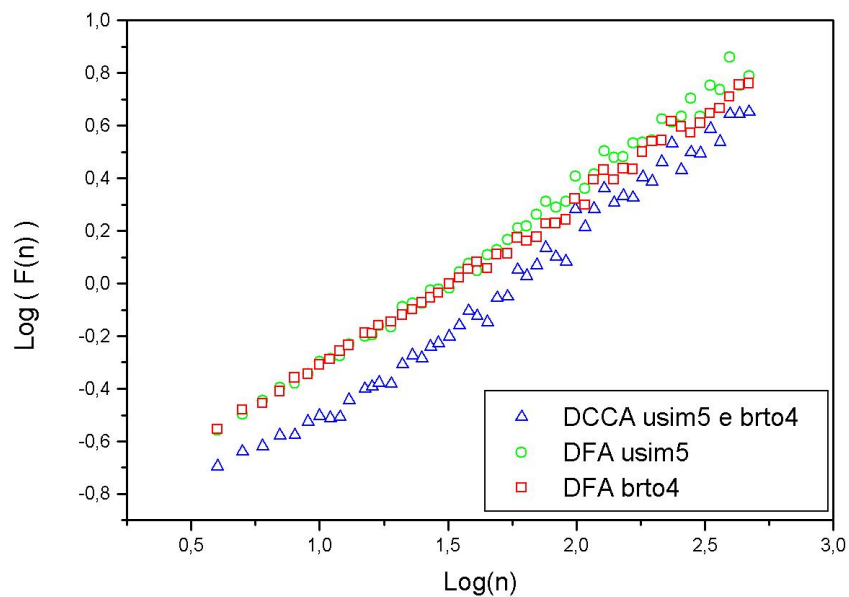


Figura 5.1: Os gráficos do DCCA e DFA para as série brto4 do grupo telecomunicações e usim5 do grupo siderurgia.

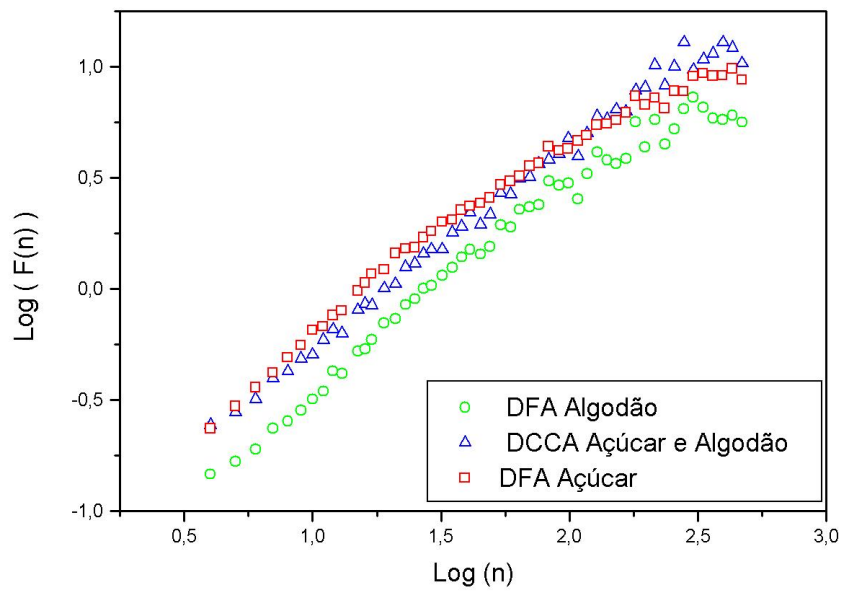


Figura 5.2: Os gráficos do DCCA e DFA para as séries do grupo agrícola Açúcar e Algodão.

6 Conclusão

A complexidade de sistemas financeiros exige o permanente desenvolvimento e avaliação de novos métodos de análise empírica de dados. Tradicionalmente esses métodos foram desenvolvidos em economia e estatística. Recentemente, em econofísica, os métodos de física estatística (incluindo processos estocásticos e dinâmica não-linear) começaram a ser aplicados em estudos de séries temporais financeiras.

Os resultados dessas pesquisas mostram alguns novos aspectos de fenômenos em economia e assim contribuem ao desenvolvimento e avaliação de modelos teóricos. Nesse trabalho aplicamos os métodos de econofísica em séries temporais de retornos de preços de ações e preços de mercadorias agrícolas.

Estudamos a função risco, auto correlações, e correlações cruzadas entre duas séries simultâneas. Usamos o método Detrended fluctuation analysis (DFA) para estudar as correlações de longo alcance em séries temporais de volatilidade (valor absoluta de retornos). Para todas as séries estudadas os valores de expoente DFA são entre 0,5 e 1 indicando o comportamento persistente: os valores grandes (pequenos) tem maior probabilidade de serem seguidos por valores grandes (pequenos). Os valores de expoente DFA são maiores para mercadorias do que para ações. Esse resultado reflete o fato que ao contrario de mercadorias (que são produtos físicos e exigem o transporte e estoque), a dinâmica de ações ser mais influenciada pelo fatores externos. Para o mercado americano a volatilidade de preços de ações possui uma persistência maior do que a volatilidade de preços de mercadorias [14]. As características montante e volume apresentam auto correlação fraca próxima a um ruído branco, devido a particularidades dessas características que não diferenciam valores de compra e venda, apenas quantificam o número das operações.

Uma generalização do método DFA, Detrended cross correlation analysis (DCCA) possibilita a análise de correlações cruzadas entre duas séries simultâneas. Aplicamos esse método em todas as séries de volatilidade. Os expoentes DCCA entre mercadorias e ações têm valores entre os valores de expoentes DFA das séries analisadas. Um resultado similar foi obtido para séries temporais de volatilidade de índices da Nasdaq e Dow Jones [17].

Os expoentes de correlações cruzadas entre as ações apresentam os valores superi-

ores aos expoentes de auto correlações de séries individuais.

Para as mercadorias os resultados variam. A função risco para as caudas positivas e as caudas negativas para todas as séries de retornos de preços apresentam o decaimento seguindo uma lei de potência com o valor do expoente fora de região de estabilidade de Levy. A média de expoentes é maior para grupo bancário do que para os outros grupos. Os valores de expoentes para mercadorias são próximos à região de estabilidade de Levy. Um resultado similar foi obtido para o mercado americano [14].

Como pesquisas futuras podemos citar:

- Comparar o resultado para diferentes mercados e detectar possíveis diferenças entre seus índices. Com isso tentar montar um perfil de investimento diferenciado para cada mercado.
- Fazer análise similar para dados brasileiros de alta frequência e verificar se as características se preservam nessa escala de tempo.
- Montar um comparativo entre os mercados emergentes e apresentar os índices para países que se apresentam em processo de globalização. E dessa forma, obter o índice médio que será característico a tais mercados.
- Criar uma avaliação mais detalhada através do DCCA baseada em *lags* de tempo de forma a avaliar não só a correlação entre mercadorias e ações em tempo real, como também com os devidos *lags*.

Referências

- [1] STANLEY, H. E., PLEROU, V., GABAIX, X., **A statistical physics view of financial fluctuations: Evidence of scaling and universality.** Physica A, v. 387, n. 15, p. 3967-3981, 2008.
- [2] PLEROU, V., STANLEY, H. E., **Stock return distributions: Tests of scaling and universality from three distinct stock markets.** Physical Review E, v. 77, n. 3, 037101, 2008.
- [3] PLEROU, V., STANLEY H.E., **Tests of scaling and universality of the distributions of trade size and share volume: Evidence from three distinct makets.,** Physical Review E, v. 76, n. 4, 046109, 2007.
- [4] GABAIX, X., GOPIKRISHNAN, P., PLEROU, V., STANLEY, H.E., **A Theory of power-law distributions in financial amrket fluctuations,** Nature, v. 423, n. , p. 267 - 270, 2003.
- [5] STANLEY, H.E., PLEROU, V., **Scaling and universality in economics: Exmpirical results and theoretical implications,** Quantitative finance v.1, p. 563 - 567, 2001.
- [6] GABAIX, X., GOPIKRISHNAN, P., STANLEY, H.E., **Institutional investors and stock market volatility,** Quaterly Journal of Economics, v. 121, p. 461 - 504, 2006.
- [7] GOPIKRISHNAN, P. et al., **Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices.** Physical Review E, v. 60, n. 5, p. 5305-5316, 1999.
- [8] LIU, Y., CIZEAU, P., GOPIKRISHNAN, P., MEYER, M., PENG, C.-K., STANLEY, H.E., **Volatility studies of the S&P500 index, in Econophysics: An Emerging Science** (Proc. 1997 Budapest Conference), edited by Y. Kertesz and I. Kondor, Kluwer, Dordrecht, 2000.
- [9] GRIBBIN, D. W., RANDY, W. H., LAU, H.-S., **Futures Prices Are Not Stable-Paretian Distributed.,** Journal of Futures Markets, v. 12, n. 4, p. 475-488, 1992.
- [10] CORAZZA, M., MALLIARIS, A. G., NARDELLI, C., **Searching for fractal structure in agricultural futures markets.,** Journal of Futures Markets, v. 17, n. 4, p. 433-473, 1997.
- [11] BARKOULAS, J., LABYS, W. C., ONOCHIE, J., **Fractional dynamics in international commodity prices.,** Journal of Futures Markets, v. 17, n. 2, p. 161-189, 1997.
- [12] ROEHNER, B.M., **The correlation length of commodity markets 1. Empirical evidence.,** The European Physical Journal B, v. 13, n. 1, p. 175-187, 2000.

- [13] TURVEY, C. G., **A note on scaled variance ratio estimation of the Hurst exponent with application to agricultural commodities prices**, Physica A, v.377, n. 1, p. 155-165, 2007.
- [14] MATIA, K. et al., **Different scaling behaviors of commodity spot and future prices**. Physical Review E, v. 66, 045103, 2002.
- [15] MATIA, K., ASHKENAZY, Y., STANLEY, H.E., **Multifractal properties of price fluctuations of stocks and commodities.**, Europhysics Letters, v. 61, n. 3, p. 422-428, 2003.
- [16] PENG, C-K. et al. **Mosaic organization of DNA nucleotides**. Physical Review E, United States, v. 49, n. 2, p. 1685-1989, 1994.
- [17] PODOBNIK, B., STANLEY, H. E., **Detrended Cross-Correlation Analysis: A New Method for Analyzing Two Non-stationary Time Series**. Physical Review Letters, v.100, n. 8, 084102, 2008.
- [18] BACHELIER, L.J.B., **Theorie de la Speculation** (Gauthier-Villars, Paris, 1900)
- [19] MANDELBROT, B.B., **The variation of certain speculative prices**, J. of Business, v. 36, n. 4, p. 394, 1963.
- [20] LUX, T., **The stable Paretian hypothesis and frequency of large returns: an examination of majors German stocks**, Appl. Financial Economics, v. 6, n. 6, p. 463-475, 1996.
- [21] MANTEGNA, R.N., STANLEY, H.E., **Scaling behavior in the dynamics of an economic index**, Nature, v. 376, p. 46 - 49, 1995.
- [22] MANTEGNA, R.N., STANLEY, H.E., **Stochastic process with ultra-slow convergence to Gaussian: the truncated Levy flight**, Phys. Rev. Lett, v. 73, n. 22, p. 2946 - 2949, 1994.
- [23] CLARK, P.K., **A subordinate stochastic process model with finite variance for speculative prices** *Econometrica*, v. 41, n. 1, p. 135 - 155, 1917.
- [24] ENGLE, R.F., **Autoregressive conditional heteroscedacity with estimates of the variance of United Kingdom inflation**, *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987 - 1007, 1982.
- [25] BOLLERSLEV, T., **Generalized autoregressive conditional heteroscedacity**, J. of Econometrics, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.
- [26] MANTEGNA, R. N., Stanley, H. E., **An introduction to econophysics: correlations and complexity in finances**. Cambridge University Press. New York, 2000. 147p.
- [27] YANG K., SHAHABI, C. **On the Stationarity of Multivariate Time Series for Correlation-Based Data Analysis**. IEEE Computer Society, Washington, p. 805-808, 2005.
- [28] PENG, C-K. et. al., **Quantification of scaling expoents and crossover heartbeat time series**. Chaos, United States, v. 5, n. 1, p. 82-87, 1995.

- [29] IVANOV, P. Ch. **Scaling behaviors of Heartbeat Intervals obtained by Wavelet-Based Time-Series Analysis.** Nature, England, v.383, p.323-327, 1996.
- [30] SIWY, Z.; AUSLOOS, M.; IVANOVA, K. **Correlation studies of open and closed state fluctuations in an ion channel: Analysis of ion current through a large-conductance locust potassium channel.** Physical Review E, United States, v. 65, n. 1, p. 031907-1-031907-6, 2002.
- [31] PATTANTYÚS-ÁBRAHÁM, M.; KIRÁLY, A.; JÁNOSI, I. M. **Nonuniversal atmospheric persistence: Different scaling of daily minimum and maximum temperatures.** Physical Review E, United States, v. 69, n. 2, p. 021110-1-021110-7, 2004.
- [32] IVANOVA, K.; AUSLOOS, M. **Application of the detrended fluctuation analysis (DFA) method for describing cloud breaking.** Physica A, Netherlands, v. 274, n. 1, p. 349-354, 1999.
- [33] HAUSDORFF, J. M. et al. **Fractal dynamics of human gait: stability of long-range correlations in stride interval fluctuations.** Journal of Applied Physiology, United States, v. 80, n. 5, p. 1448-1457, 1996.
- [34] LIU Y. et al. **Quantification of correlations in economic time series.** Physica A, Netherlands, v.245, p.437-440, 1997.
- [35] COSTA, R. L.; VASCONCELOS, G. L. **Long-range correlations and nonstationarity in Brazilian stock market.** Physica A. Netherlands, v.329, n. 1-2, p. 231-248, 2003.
- [36] LIU, Y. et al., **Statistical properties of the volatility of price fluctuations.** Physical Review E, v. 60, n. 2, p. 1390-1400, 1999.
- [37] GOLDBERGER, A. L.; PENG, C. K.; LIPSITZ, A. L., **What is physiologic complexity and how does it change with aging and disease?** Neurobiology of Aging, United States, v.23, p. 23-26, 2002.
- [38] KANTELHARDT, J. et al., **Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Nonstationary Time Series.** Physica A, v. 316 n. 1-4, p. 87-114, 2002.
- [39] ZHOU, W., **Multifractal detrended cross-correlation analysis for two nonstationary signals.** Phys. Rev. E, v. 77, n. 6, 066211, 2008.