

# OBTENÇÃO DA DENSIDADE DE POVOAMENTOS NO MÉTODO DE AMOSTRAGEM DE STRAND

Sylvio Péllico Netto<sup>1</sup>, Doádi Antônio Brena<sup>2</sup>

**RESUMO** - O Método de Amostragem de Strand foi recentemente introduzido no Brasil, como uma alternativa para amostrar florestas plantadas. Foram desenvolvidos neste trabalho os estimadores para a obtenção da densidade do povoamento, quando as abordagens na unidade amostral são feitas com seleção dos indivíduos proporcional ao diâmetro ( $di$ ) ou proporcional à altura ( $hi$ ), principalmente quando se deseja avaliar regeneração natural em florestas plantadas ou nativas.

## STAND DENSITY EVALUATION IN THE STRAND METHOD

**ABSTRACT** - The Strand Sampling Method was recently introduced in Brasil as an alternative for sampling manmade forests. Estimators are developed in this paper for stand density evaluation, when sampling is carried out in the plot with a probability proportional to diameter ( $di$ ) or with a probability proportional to height ( $hi$ ), specially when the objective is to assess natural regeneration in native or in manmade forests.

---

1. Departamento de Silvicultura e Manejo, UFPR - CP. 2959 - 80035-010, Curitiba - PR.

2. Departamento de Engenharia Florestal da UFSM - Campos de Camobi, Santa Maria - RS.

## 1 INTRODUÇÃO

Strand (1958) desenvolveu sua metodologia para a obtenção dos estimadores de área basal e volume por hectare, usando-se uma unidade amostral em linha com comprimento ( $L$ ), ao longo da qual se enumera todas as árvores ou indivíduos situados em seu lado esquerdo e que se qualificam para a amostragem.

No caso da obtenção do estimador de área basal, as árvores são incluídas na unidade amostral proporcionais a seu diâmetro ( $di$ ), valendo-se da metodologia de Bitterlich para a sua inclusão.

No caso de volumetria, as árvores são selecionadas proporcionais à sua altura, valendo-se da mesma unidade amostral para o estimador de área basal.

A derivação dos estimadores acima referidos estão apresentados em Péllico Netto e Brena (1993), não tendo Strand, entretanto, desenvolvido o estimador para avaliação de densidade dos povoamentos. Os autores deste trabalho, preocupados principalmente com a disponibilidade de uma metodologia alternativa para avaliação de regeneração natural, desenvolveram a formulação teórica para a obtenção de tal estimativa, conforme vem a seguir apresentada.

## 2 DESENVOLVIMENTO DO ESTIMADOR DE DENSIDADE

A partir do método de amostragem por Bitterlich (1948), cujo princípio é mostrado na Figura 1, usando-se o ângulo de visada ( $\theta$ ), obtém-se a seguinte relação trigonométrica:

**FIGURA 1:** Princípio básico do Método de Bitterlich

$$2\text{sen } \frac{\theta}{2} = \frac{d_1}{R_1} = \frac{d_2}{R_2} = \frac{d_3}{R_3} = \dots = \frac{d_i}{R_i} = K_1 \quad (1)$$

onde se pode isolar ( $R_i$ ), obtendo-se

$$R_i = \frac{d_i}{K_1} \quad (2)$$

onde:

$R_i$  = raio marginal do centro da árvore tomado perpendicular à linha (L);

$K_1$  = fator de proporcionalidade entre o diâmetro da árvore e sua distância à linha (L), constante para cada ângulo ( $\theta$ ) especificado.

Igualmente, se a abordagem for proporcional à altura das árvores, conforme elucidada a Figura 2, usando-se um ângulo ( $\beta$ ) de visada, tem-se

**FIGURA 2:** Seleção de árvores com probabilidade proporcional à altura

$$\tan\beta = \frac{h_i}{R_i} = K_2 \quad (3)$$

onde:

$h_i$  = altura das árvores;

$R_i$  = distância do centro das árvores amostradas à linha (L) tomada perpendicular a esta;

$K_2$  = fator de proporcionalidade entre a altura das árvores e a distância à linha (L), constante para cada ângulo ( $\beta$ ) especificado.

Isolando-se ( $R_i$ ) em (3) tem-se

$$R_i = \frac{h_i}{K_2} \quad (4)$$

Percorrendo-se ao longo da linha (L) e selecionando-se as árvores ou regenerações, tem-se que a probabilidade de sua inclusão na unidade amostral é dada por

$$P_{ij} = \frac{R_i L}{A} \quad (5)$$

onde:

A = área do povoamento;

$i = 1, 2, \dots, m$  - número de árvores;

$j = 1, 2$  - metodologia usada.

Se a unidade amostral for efetivada com seleção das árvores proporcional ao diâmetro ( $d_i$ ), então substituindo-se (2) em (5) tem-se

$$d_i L$$

$$(6) \quad P_{i1} = \frac{h_i L}{A K_1}$$

Se a unidade amostral for efetivada com seleção das árvores proporcional à altura ( $h_i$ ), então substituindo-se (4) em (5) tem-se

$$(7) \quad P_{i2} = \frac{h_i L}{A K_2}$$

O interesse se coloca na obtenção do estimador de densidade, expresso pelo número de árvores por hectare (N/ha). Considere que na amostragem serão tomadas ( $m$ ) árvores, que se qualificarão entre as ( $M$ ) existentes no povoamento, na unidade de tamanho ( $L$ ) e, portanto, a expectativa matemática da ocorrência de qualquer árvore, ou regeneração é dada pela distribuição de Bernoulli, onde a variável discreta ( $X$  - ocorrência de qualquer árvore ou regeneração) pode ser classificada como:

- $X_i = 0$ , quando a árvore ou regeneração não é amostrada;
- $X_i = 1$ , quando a árvore ou regeneração é incluída na unidade amostral.

Então

$$E(X_i) = (X_i = 0)p_{ij} + (X_i = 1)p_{ij}$$

$$(8) \quad E(X_i) = \frac{d_i L}{A K_1} = p_{i1}$$

quando a amostragem é efetuada através do método de Bitterlich e

$$(9) \quad E(X_i) = \frac{h_i L}{A K_2} = p_{i2}$$

quando a amostragem é efetuada através da seleção probabilística proporcional à altura.

Como pode ser observado,  $(P_i)$  é uma razão entre a área de ocupação de cada árvore, dada pelos retângulos  $(R_i \cdot L)$  e a área de 1 hectare  $(A)$ . O inverso de  $(P_i)$ , ou seja  $(1/P_i)$ , nada mais é do que o conversor de número de árvores por hectare, de cada árvore que se qualifica para a unidade amostral.

$$(10) \quad \frac{\sum_{i=1}^M \frac{1}{P_{ij}}}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{P_{ij}}} = \frac{m}{N / \text{ha}} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{A}{R_i L}}{\sum_{i=1}^m \frac{A}{R_i L}}$$

Se a amostragem for feita com seleção proporcional ao diâmetro  $(d_i)$ , substitui-se (2) em (10) e tem-se

$$(11) \quad \frac{N / \text{ha}}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{d_i}} = \frac{m}{N / \text{ha}} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{AK_1}{d_i \cdot L}}{\sum_{i=1}^m \frac{AK_1}{d_i \cdot L}}$$

Se a amostragem for feita com seleção proporcional à altura, então substitui-se (4) em (10) e tem-se

$$(12) \quad \frac{N / \text{ha}}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{h_i}} = \frac{m}{N / \text{ha}} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{AK_2}{h_i \cdot L}}{\sum_{i=1}^m \frac{AK_2}{h_i \cdot L}}$$

Considerando-se  $(A = 10.000 \text{ m}^2)$  obtém-se os estimadores da densidade por hectare, como segue:

**a) Quando a seleção das árvores é proporcional ao diâmetro ( $d_i$ )**

$$(13) \quad N / \text{ha} = \frac{\sum_{i=1}^m 10.000 K_1}{\sum_{i=1}^m d_i L} = \frac{10.000 K_1}{L} = \frac{\sum_{i=1}^m 1}{\sum_{i=1}^m d_i} \quad (\rightarrow)$$

Considere adicionalmente que na amostragem de Bitterlich, o valor de ( $K_1$ ) é melhor usado em função do Fator de Área Basal - FAB, onde

$$(14) \quad K_1 = \frac{\sqrt{\text{FAB}}}{50}$$

Substituindo-se (14) em (13) tem-se

$$(15) \quad N / \text{ha} = \frac{10.000 \sqrt{\text{FAB}}}{L (50)} = \frac{\sum_{i=1}^m 1}{\sum_{i=1}^m d_i} \quad (\rightarrow)$$

ou

$$(16) \quad N / \text{ha} = \frac{200 \sqrt{\text{FAB}}}{L} = \frac{\sum_{i=1}^m 1}{\sum_{i=1}^m d_i} \quad (\rightarrow)$$

Neste caso, os diâmetros ( $d_i$ ) devem ser tomados em metros.

**b) Quando a seleção das árvores é proporcional à altura ( $h_i$ )**

$$(17) \quad N / \text{ha} = \frac{\sum_{i=1}^m 10.000 K_2}{\sum_{i=1}^m h_i L} = \frac{10.000 K_2}{L} = \frac{\sum_{i=1}^m 1}{\sum_{i=1}^m h_i} \quad (\rightarrow)$$

## OBTENÇÃO DA DENSIDADE DE POVOAMENTOS

$$\sum_{i=1}^L h_i L \quad \sum_{i=1}^L h_i$$

Se a distância ( $R_i$ ) for tomada igual a altura ( $h_i$ ), então

$$K_2 = \frac{h_i}{R_i} = 1$$

e

$$(18) \quad N / \text{ha} = \frac{10.000 \text{ m}}{L} = \frac{1}{\sum_{i=1}^L h_i} \quad \Sigma \quad ( \quad )$$

Se a distância ( $R_i$ ) for tomada como metade da altura ( $h_i$ ), então

$$K_2 = \frac{h_i}{R_i} = \frac{h_i}{0,5 h_i} = 2$$

e

$$(19) \quad N / \text{ha} = \frac{20.000 \text{ m}}{L} = \frac{1}{\sum_{i=1}^L h_i} \quad \Sigma \quad ( \quad )$$

### 3 EXEMPLO APLICATIVO

Em um povoamento de *Pinus* sp., aplicou-se o método de Strand através do levantamento das árvores selecionadas ao longo de uma linha com  $L = 15,7 \text{ m}$  ( $5\pi$ ). Nesta unidade

amostral, usando-se o  $FAB = 2$ , foram selecionados indivíduos com proporcionalidade ao diâmetro ( $d_i$ ) e à altura ( $h_i$ ), para se obter a densidade do povoamento, conforme está no Quadro 1.

**QUADRO 1:** Aplicação do método de Strand em um povoamento de *Pinus* sp., para o cálculo da densidade

<b>Seleção Proporcional</b>	<b>Árvore Selecionada (m)</b>	<b><math>d_i</math> (cm)</b>	<b>h (m)</b>	<b><math>g_i</math> (m<sup>2</sup>)</b>	<b><math>1/g_i</math></b>	<b><math>d_i^2</math> (cm)</b>
<b>Diâmetro</b>	1	33,10	-	0,0860	11,63	
	2	32,79	-	0,0844	11,85	
	3	41,70	-	0,1366	7,32	
	4	38,83	-	0,1184	8,45	
	5	34,06	-	0,0911	10,98	
	6	29,60	-	0,0688	14,53	
$\Sigma$	6	210,08	-	0,5854	64,76	
<b>Altura</b>	1	33,10	-			1.095,61
	2	34,06	-			1.160,08
	3	28,97	-			839,26
	4	25,15	-			632,52
	5	30,56	-			933,91
	6	36,61	24			1.340,29

	7	32,79	-			1.075,18
$\Sigma$	7					7.076,85

### 3.1 Uso do estimador com seleção proporcional ao diâmetro ( $d_i$ )

$$N / \text{ha} = \frac{200\sqrt{FAB}}{L} \sum_{i=1}^m \left( \frac{1}{d_i} \right) = \frac{200\sqrt{2}}{15,7} (17,35864) = 312,7209$$

$$N / \text{ha} \cong 313 \text{ árvores}$$

### 3.2 Uso do estimador com seleção proporcional à altura ( $h_i$ ) e ( $K_2 = 2$ )

$$N / \text{ha} = \frac{10.000 K_2}{L} \sum_{i=1}^m \left( \frac{1}{h_i} \right) = \frac{10.000 (2)}{15,7} (0,2437043) = 310,45133$$

$$N / \text{ha} \cong 311 \text{ árvores}$$

## 4 CONCLUSÕES

- Foram desenvolvidos dois estimadores para a obtenção da densidade (número de árvores por hectare), usando-se o Método de Amostragem de Strand. No primeiro, os indivíduos são selecionados ao longo de uma linha de comprimento (L), com probabilidade de seleção proporcional ao diâmetro ( $d_i$ ). No segundo, a probabilidade de seleção é proporcional à altura da árvore ( $h_i$ ).
- Quando a amostragem é feita em florestas adultas, o estimador obtido em função do diâmetro ( $d_i$ ) é o mais apropriado, uma vez que estes terão que ser medidos para o cálculo de área basal.
- O estimador desenvolvido em função da altura é mais adequado para o caso de se trabalhar com regeneração, onde o diâmetro não é medido e a altura dos indivíduos que se qualificam para a amostragem constitui o único meio de se obter o estimador de densidade.
- Na aplicação apresentada, houve uma discrepância entre os estimadores, com uma estimativa menor para a seleção proporcional à altura, atribuída ao uso do Blume-Leiss na medição das alturas, cuja variação resultou uma pequena diferença no estimador, comparado com o obtido

através dos diâmetros. No caso de regeneração, esta diferença deve diminuir, dado a possibilidade de se medir as alturas com maior precisão.

## 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BITTERLICH, W. Die Winkelzählprobe. **Allg. Forst-u. Holzwirtschaft. Ztg.**, v.59, n.1/2, p.4-5. 1948.
- PÉLLICO NETTO, S. e BRENA, D.A. **Inventário Florestal**. Curitiba, 1993. 245p. (Apostila).
- STRAND, L. Sampling for volume along a line. **Meddelelser fra Det Norske Skogforsoksvesen**, v.51, p.327-331, 1958.