SCIENTIA FORESTALIS
n. 65, p. 162-175, jun. 2004

Equações de volume para árvores de caxeta (*Tabebuia cassinoides*) no Estado de São Paulo e sul do Estado do Rio de Janeiro

Volume equations for caxeta trees (*Tabebuia cassinoides*) of São Paulo State and south of Rio de Janeiro State

João Luiz Ferreira Batista
Marcelo Marquesini
Virgílio Maurício Viana

RESUMO: Equações de volume são a base para a execução de inventários florestais, que por sua vez são essenciais à elaboração dos planos de manejo sustentado de florestas. Os modelos de equação de volume são tradicionalmente aplicados a espécies arbóreas monopodiais, embora existam várias aplicações a espécies simpodiais. Este trabalho analisa modelos de equação de volume para árvores de caxeta (*Tabebuia cassinoides*) no Estado de São Paulo e sul do Estado do Rio de Janeiro, sendo testados modelos de dupla entrada e modelos de equações locais para estimar o volume comercial para diâmetro comercial mínimo de 7cm e 12cm. Dentre os modelos de dupla entrada, o modelo Schumacher-Hall mostrou-se superior aos demais para os dois diâmetros comerciais, mas no caso de 7cm a forma logarítmica ajustada por regressão linear foi a melhor, enquanto que no caso de diâmetro comercial de 12cm a forma geral ajustada por regressão não-linear teve o melhor ajuste. Dentre as equações locais de volume, o modelo de potência ajustado por regressão não-linear mostrou-se superior, apresentando ajuste muito próximo aos modelos de dupla entrada quando foi incluída no modelo a variável região, que subdivide os dados em tipos florestais mais homogêneos.

PALAVRAS-CHAVE: Caxeta, *Tabebuia cassinoides*, Equação de volume, Equação de dupla entrada, Equação local

ABSTRACT: Volume equations are essential tools for forest inventory, which are necessary for sustainable forest management plans. Traditionally, volume equations are used to predict the volume of tree where most of the timber volume is the main stem, but there are applications to other types of species. In this work, volume equations are developed for caxeta trees (*Tabebuia cassinoides*) in São Paulo State and south of Rio de Janeiro State, and multiple-entry and single-entry models are tested for minimum merchantable diameter at 7cm and 12cm. Among multiple-entry models, Schumacher-Hall model showed the best fit to the data for both merchantable diameters, but its log-form fitted by linear regression was best for 7cm merchantable diameter data, while the general form fitted by non-linear regression showed the best fit to the data of 12cm merchantable diameter. The power model showed the best performance among the single-entry volume equations and when the region, a variable that subdivide the data in more homogeneous type of caxeta's forests, was included in the model its performance was close to multiple-entry models.

KEYWORDS: Caxeta, *Tabebuia cassinoides*, Volume equation, Multiple-entry volume equation, Single-entry volume equation

INTRODUÇÃO

Equações de volume são a base para o planejamento e execução de inventários florestais, que por sua vez são essenciais ao manejo sustentado de recursos florestais (Clutter et al., 1983). No Brasil, já foram desenvolvidas muitas equações de volume para florestas plantadas com espécie de rápido crescimento do gênero *Eucalyptus* (Veiga, 1972; Couto, 1977; Silva, 1977; McTague et al., 1989; Guimarães e Leite, 1996) e do gênero *Pinus* (Campos, 1970; Instituto Florestal, 1974; Couto e Vettorazzo, 1999).

Vários modelos de equação de volume foram propostos na literatura (para uma lista bastante extensa veja Finger, 1992), entretanto, apenas dois modelos são de uso generalizado (Avery e Burkhart,1983), que são o modelo da variável combinada (Spurr, 1952) e o modelo logarítmico (Schumacher e Hall, 1933) .

Os modelos de equação de volume são tradicionalmente aplicados a árvores monopodiais onde a maior parte do volume de madeira é constituída pelo tronco da árvore (Avery e Burkhart, 1983). Algumas exceções são a sua aplicação em florestas tropicais nativas (Fernandes et al., 1983; Souza e Jesus, 1991), no cerrado (Pinheiro et al., 1985) e para espécies do semi-árido nordestino (Zakia et al., 1990).

A caxeta (*Tabebuia cassinoides* (LAM) DC.) é uma árvore com copa simpodial que ocorre na Mata Atlântica de Pernambuco a Santa Catarina (Ziller, 1992). Ela pode atingir grande dominância, chegado a constituir até 80% das árvores com DAP acima de 5cm em certas áreas alagadas periódica ou permanentemente nas planícies litorâneas. Tais áreas são chamadas de "caxetais".

Tradicionalmente, os caxetais eram explorados para produção de madeira para lápis e, no caso de algumas populações tradicionais, para tamancos e artesanato. Atualmente, a utilização por populações tradicionais persiste, mas a legislação exige que a colheita seja realizada sob regime de manejo sustentado, segundo plano de manejo aprovado pelo órgão fiscalizador apropriado. As normas legais para elaboração dos planos de manejo têm como uma das exigências o inventário florestal com as estimativas apropriadas do volume de madeira na floresta a ser manejada.

O objetivo desse trabalho é apresentar modelos de equação de volume para a caxeta desenvolvidos com dados de árvores cubadas em 22 localidades no Estado de São Paulo e Rio de Janeiro. São analisados modelos de dupla entrada, isto é, que utilizam medidas do DAP e da altura total das árvores, e modelos de simples entrada (utilizam apenas o DAP) para três regiões do Estado.

MATERIAL E MÉTODOS

Os caxetais

Os caxetais são considerados vegetação pioneira sob influência fluvial (IBGE, 1992) que ocorrem predominantemente em áreas de alagamento temporário ou permanente nas planícies litorâneas de Pernambuco a Santa Catarina (Ziller, 1992). Ocupam áreas de solos orgânicos ou podzóis hidromórficos nas depressões das restingas, avançando para o interior do continente ao longo das margens dos rios, como por exemplo no baixo e médio Vale do Ribeira no Estado de São Paulo. Os caxetais constituem estádios serais do processo de sucessão ecológica que ocorre desde de áreas extremamente alagadas até áreas de solo hidromórfico sem lâmina d'água aparente (Ziller, 1992). Em geral, a sucessão ecológica segue o abaixamento do lençol freático, que produz a diminuição da dominância da caxeta e o aumento da diversidade de espécies arbóreas (Ziller, 1992).

A caxeta é uma árvore de porte médio com copa simpodial que chega a atingir 20m de altura e 80cm de DAP. A espécie apresenta uma alta capacidade de brotação de cepas e de raiz, sendo comum encontrar-se cepas com vários fustes em áreas que já sofreram exploração (Vanini, 1993) .

Coleta de dados

Para construção das equações de volume foram cubadas 313 árvores de caxeta de 22 localidades do Litoral e do Vale do Ribeira no Estado de São Paulo e no litoral sul do Estado do Rio de Janeiro (Município de Paraty, Tabela 1). Os locais são representativos da ampla gama de variação natural dos caxetais que ocorrem no Estado de São Paulo, embora maior ênfase tenha sido dada na coleta de caxetais do Vale do Ribeira, uma vez que atualmente as atividades de manejo florestal de caxeta estão concentradas nesta região. Os 22 locais de coleta podem ser agrupados em três regiões que correspondem a caxetais com estrutura semelhantes: (A) Litoral Sul e Baixo Vale do Ribeira, (B) Litoral Norte e (C) Médio Vale do Ribeira (Tabelas 1 e 2).

Tabela 1
Descrição dos locais de cubagem das árvores de caixeta.
(List of places where the trees were collected)

Local	Localização	Descrição
1	Fazenda Cindumel 3, Itimirim, Iguape	Estágio secundário, lâmina d'água atingindo até 1,3 m, sub-bosque com predominância de gramíneas navalha, área já explorada, ausência de grandes árvores, diâmetros abaixo de 18 cm, dossel abaixo de 10 m.
2	Fazenda Agroeste, Aldeia, Iguape	Estágio avançado, área sem lâmina d'água aparente, baixa densidade de caixeta, presença de outras espécies arbóreas, árvores de caixeta com grandes dimensões, área não explorada há pelo menos 40 anos.
3	Sítio Boa Vista, Despraiado, Iguape	Estágio médio a inicial, caixetal de pequenas dimensões, várzea extensa do rio Preto (afluente do Itingussu), vestígios de exploração ocorrida em diferentes épocas (de 6 a 8 anos atrás e de 25 a 30 anos). Dossel baixo, grandes diâmetros, presença de muitas clareiras.
4	Sítio Rio Branco, rio Itingussu, Iguape	Estágio médio, caixetal de grande dimensões, sub-bosque ralo dominado por ciperáceas, lâmina d'água com 20 cm, dossel com aproximadamente 12 m de altura.
5	Área da Agroeste, rio Comprido, Estação Ecológica da Juréia-Itatins, Peruíbe	Estágio médio a avançado, alta densidade de caixeta, várzeas do rio Comprido, sub-bosque ralo, lâmina d'água chegando até 80 cm, dossel entre 15 a 20 m, árvores de grande porte, segundo moradores a área sofreu corte raso entre 80 e 100 anos.
6	Sítio Boa Esperança, Estação Ecológica de Chauás, Momuna, Iguape	Estágio inicial a médio, várzea do rio Momuna e Caracol, caixetal de grande extensão (superior 1.800 ha) e grande variabilidade de estágios sucessionais, diferentes tipos de subbosque (aberto/fechado, presença/ausência de gramíneas), área já explorada, abundância de bromélias.
7	Sítio Porto do Meio, estrada do Itapitangui, Cananéia.	Estágio inicial a médio, extensa área de várzea dos rios das Minas e Preto, floresta já explorada, dossel baixo, muitas clareiras, dominancia de gramíneas, lâmina d'água podendo chegar a 1,2 m.
8	Fazenda Riozan, Pariquera-mirim, Pariquera-açu	Estágio avançado, caixetal situado em extensa área de várzea do rio Pariqueramirim, baixa densidade de caixeta (39,8% das árvores) com dominância de guanandi (45%), dossel em torno de 15 m com árvores emergentes superiores a 15 m, lâmina d'água podendo chegar até a 1 m.
9	Rio Perequê, Parque Estadual da Ilha do Cardoso, Cananéia	Estágio médio a inicial, lâmina d'água de 30 cm com sinais de alagamento constante, vestígios de exploração, alta densidade de caixeta, dossel em torno de 10 m.
10	Ipanema, Parque Estadual da Ilha do Cardoso, Cananéia	Estágio médio a avançado com grandes árvores de caixeta, características de floresta de restinga, dossel acima de 15 m.
11	Fazenda Barra Grande, Paraty	Estágio médio, com alta densidade de caixeta, área aproximada de 20 ha, adjacente a área de manguezal, distante 150 m da praia, vestígio de exploração, dossel em torno de 10 m.
12	Várzea da Maria Caetano, Paraty	Estágio médio a avançado, com alta densidade de caixeta, floresta madura com sub-bosque ralo, predominância de zingiberáceas, ausência de lâmina d'água, dossel em torno de 15 m, árvores de caixeta com grandes diâmetros.
13	Fazenda Gibrail, Saco do Mamanguá, Área de Proteção Ambiental do Cairuçu, Paraty	Estágio médio a inicial, vestígios de exploração, ocorrida em diferentes épocas (de 1 mês a 5 anos), algumas cepas cortadas mais de três vezes, sub-bosque ralo com grande presença de zingiberáceas, dossel abaixo de 10 m.
14	Fazenda da Faber, rio Comprido, Estação Ecológica da Juréia-Itatins, Peruíbe	Estágio médio a avançado, densidade de caixeta em torno de 60%, várzea do rio Comprido, sub-bosque ralo, ausência de lâmina d'água, dossel entre 15 a 20 metros, árvores de caixeta de grandes dimensões.
15	Sítio Pindu, Quatinga, Iguape	Estágio inicial a médio, regime hidrológico afetado pela obstrução do rio Pindu, lâmina d'água podendo chegar a 1,5 m, parte da área é menos alagada devido a vala de drenagem, sub-bosque dominado por gramíneas, dossel em torno de 12 m.
16	Sítio Teresos, Itimirim, Iguape	Estágio inicial a médio, área com vestígios de exploração, lâmina d'água podendo chegar a 1 m, dominância de gramíneas, ciperáceas e zingiberáceas em diferentes partes do caixetal.
17	Comunidade Agapeú, Estaçãoo Ecológica da Juréia-Itatins, Iguape	Estágio médio a avançado, alta densidade de caixeta, sub-bosque ralo, lâmina d'água chega no máximo a 50 cm, dossel entre 15 a 20 m, árvores de caixeta de grandes dimensões.
18	Rio das Pedras, Estação Ecológica da Juréia-Itatins, Iguape	Estágio médio a avançado, alta densidade de caixeta, várzeas do rio das Pedras, sub-bosque ralo, lâmina d'água pode chegar até a 1 m, dossel entre 15 a 20 m.
19	Fazenda Cindumel (área de pesquisa), Itimirim, Iguape	Estágio médio a avançado, densidade de caixeta em torno de 70%, lâmina d'água atingindo até 80 cm, parte da área foi explorada em diferentes épocas.
20	Rio Ipiranga, Sete Barras	Estágio inicial, várzeas do rio Ipiranga, grande extensão (superior a 500 ha), área com atividade de corte, árvores exploradas com dap médio de 14 cm, diferentes tipos de sub-bosque (aberto, presença/ausência de gramíneas), lâmina d'água pode chegar a 1,5 m.
21	Sítio Nova Esperança, Sete Barras	Estágio médio a inicial, várzea do Rio Quilombo, área de caixeta com aproximadamente 42 ha.
22	Fazenda Quilombo, rio Quilombo, Sete Barras	Estágio médio a avançado, densidade de caixeta em torno de 50%, presença de grandes indivíduos de guanandi, área explorada há 12 anos, dossel em torno de 12 m, sub-bosque fechado com alta densidade de zingiberáceas.

Tabela 2
Descrição das regiões estudadas com indicação dos locais de coleta e do número de árvores coletadas.
(List of regions with indication of the places where trees were collected)

Região		Local	Árvores
A Litoral Sul e Baixo Vale do Ribeira	1	Itimirim, Iguape	9
	2	Aldeia, Iguape	13
	3	Despraiado, Iguape	11
	4	Itingussu, Iguape	9
	5	Juréia-Itatins, Peruíbe	17
	6	Chauás, Iguape	13
	7	Itapitangui, Cananéia	12
	8	Pariqueramirim, Pariquera-açu	13
	9	Ilha do Cardoso, Cananéia	10
	10	Ilha do Cardoso, Cananéia	13
	14	Juréia-Itatins, Peruíbe	10
	15	Quatinga, Iguape	14
	16	Itimirim, Iguape	12
	17	Juréia-Itatins, Iguape	14
	18	Juréia-Itatins, Iguape	13
	19	Itimirim, Iguape	48
B Litoral Norte	11	Barra Grande, Paraty	12
	12	Maria Caetano, Paraty	15
	13	Cairuçu, Paraty	13
C Médio Vale do Ribeira	20	Rio Ipiranga, Sete Barras	12
	21	Nova Esperança, Sete Barras	15
	22	Rio Quilombo, Sete Barras	15

Em cada local, fez-se o esforço de selecionar uma árvore por classe de DAP, sendo as classes definidas a partir do DAP mínimo de 5cm e amplitude de classe de 2cm . Dada a raridade da ocorrência das árvores de grande porte, a eficiência de coleta foi inferior nas maiores classes de DAP. A Tabela 3 apresenta a distribuição das árvores cubadas por classe de DAP e altura total.

Cada árvore selecionada foi cubada através de medidas do diâmetro do tronco e dos ramos principais a distâncias de 1m . Nos casos de bifurcações e toretes tortuosos, adotou-se a metodologia de utilização empregada tradicionalmente pelos caxeteiros, de modo que os dados de cubagem refletissem o mais fielmente possível o volume de madeira efetivamente colhido na exploração de caxetais. O volume de cada torete foi encontrado pela fórmula de Smalian e o volume de cada árvore foi totalizado (em dm^3) até os diâmetros comerciais de 7cm e de 12cm.

Modelos de equação de volume

Foram testados os modelos de dupla entrada tradicionalmente utilizados (Tabela 4). Os quatro primeiros modelos: modelo da variável combinada de Spurr (D1), modelo de Meyer (D2), modelo de Stoate (D3) e modelo logarítmico de Schumacher e Hall (D4) foram ajustados por regressão linear. Os dois últimos modelos (D5 e D6) representam duas variações não lineares do modelo logarítmico de Schumacher e Hall e foram ajustados por regressão não linear. A primeira variação (D5) é simplesmente a forma não linear do modelo original proposto por (Schumacher e Hall, 1933), enquanto que a segunda variação (D6) é acrescida de um intercepto, tendo sido designado de modelo Schumacher-Hall geral por Clutter et al. (1983).

Para a construção de equações locais de volume, foram testados dez modelos (Tabela 5). Os modelos L1, L2 e L3 foram ajustados por regressão linear, enquanto que os demais foram ajustados por regressão não linear. Os modelos L1 e L4 são modelos parabólicos, todos os demais são variações do modelo de potência (L5).

Tabela 3
Distribuição das árvores cubadas por classe de DAP e altura total.
(Distribution of sampled trees by DBH and total height classes)

Classes de DAP (cm)	Classes de Altura Total (m)									Total
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
6	5	9	7	1						22
8		6	11	8	2					27
10		1	5	17	3					26
12		1	3	1	8					22
14			2	1	8	6				26
16			1	1	15	4	2			23
18			2	2	11	8	1			24
20				3	11	8	2			24
22				3	9	8	3	1		24
24				3	4	9	5			21
26				1	4	1	3			18
28				1	3	5	4	1		14
30					1	6	3	2		12
32						4	6	1		11
34					1	1	1			3
36							3	1		4
38							2	1		3
40							1			1
42						1			1	2
44						1	1			2
46							1			1
48							1			1
Total	5	17	31	60	80	71	39	7	1	313

Tabela 4
Modelos de equação de volume de dupla entrada testados.
(Multiple-entry volume equation models)

	Nome	Modelo
D1	Spurr	$v = \beta_0 + \beta_1 (d^2 h) + \varepsilon$
D2	Meyer	$v = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 (d^2) + \beta_3 (d\,h) + \beta_4 (d^2 h) + \beta_5 h + \varepsilon$
D3	Stoate	$v = \beta_0 + \beta_1 (d^2) + \beta_2 h + \beta_3 (d^2 h) + \varepsilon$
D4	Schumacher-Hall Log	$\log(v) = \beta_0 + \beta_1 \log(d) + \beta_2 \log(h) + \varepsilon$
D5	Schumacher-Hall	$v = e^{\beta 0} d^{\beta 1} h^{\beta 2} + \varepsilon$
D6	Schumacher-Hall Geral	$v = \beta_{00} + e^{\beta 0} d^{\beta 1} h^{\beta 2} + \varepsilon$

v - volume (dm^3), d - DAP (*cm*), h - altura total (*m*).

Tabela 5
Modelos de equação local de volume testados.
(Local volume equation models)

Nome	Modelo
L1 Parabólico Linear	$v = \alpha_0 + \alpha_1 d + \alpha_2 (d^2) + \varepsilon$
L2 Potência Log	$\log(v) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(d) + \varepsilon^{\infty}$ $[\, v = e^{\alpha 0} d^{\alpha 1} \,]$
L3 Potência Log Quadrático	$\log(v) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(d) + \alpha_2 [\log(d)]^2 + \varepsilon^{\infty}$ $[\, v = e^{\alpha 0} d^{\alpha 1 + \alpha 2 \log(d)} \,]$
L4 Parabólico Não-Linear	$v = e^{\beta 0} d2 + \varepsilon$
L5 Potência 2 Parâmetros	$v = e^{\beta 0} d^{\beta 1} + \varepsilon$
L6 Potência 3 Parâmetros	$v = \beta_{00} + e^{\beta 0} d^{\beta 1} + \varepsilon$
L7 Influência da Região na Locação	$v = (\beta_{00} + I_{00B} + I_{00C}) + e^{\beta 0} d^{\beta 1} + \varepsilon$
L8 Influência da Região na Escala	$v = \beta_{00} + e^{(\beta 0 + I0B + I0C)} d^{\beta 1} + \varepsilon$
L9 Influência da Região na Forma	$v = \beta_{00} + e^{\beta 0} d^{(\beta 1 + I1B + I1C)} + \varepsilon$
L10 Influência da Região na Escala e Forma	$v = \beta_{00} + e^{(\beta 0 + I0B + I0C)} d^{(\beta 1 + I1B + I1C)} + \varepsilon$

v - volume (dm^3), d - DAP (cm), h - altura total (m), e - base dos logaritmos naturais,
αk - parâmetros estimados por regressão linear, βk - parâmetros estimados por não-regressão linear,
β_{00} - parâmetro de locação, β_0 - parâmetro da escala, β_1 - parâmetro da forma,
I_{xB} variável indicadora para região B, I_{xC} variável indicadora para região C

Os modelos parabólicos foram ajustados para verificar se o volume pode ser bem estimado utilizando-se apenas a área basal das árvores. Os modelos de potência (L5) são tradicionalmente ajustados após transformação logarítmica (L2), utilizando-se a regressão linear. O modelo L3 é uma variação do modelo de potência proposto originalmente por Prodan (1968) como um modelo de dupla entrada. Já o modelo L6 acrescenta ao modelo de potência um intercepto, o que é geralmente recomendado quando a variável resposta é o volume comercial e não o volume total (Clutter et al., 1983; Avery e Burkhart, 1983). Os demais modelos testam a influência da região sobre os parâmetros de locação (intercepto), escala e forma do modelo de potência. A influência da região foi testada através de variáveis indicadoras ou variáveis "dummy", uma abordagem bastante utilizada em equações de volume (veja por exemplo: McTague et al., 1989; Couto e Bastos, 1989; Batista, 1997).

Métodos e critérios de ajuste

Os modelos lineares foram ajustados por quadrados mínimos ordinários, utilizando-se quadrados mínimos ponderados nos modelos que apresentaram problema de heterocedasticidade. A heterocedasticidade, ou heterogeneidade da variância do erro, é natural na maioria dos modelos de volume de árvores individuais, não ocorrendo apenas nos modelos logarítmicos, pois a transformação logarítmica tende a corrigi-la. Os modelos não lineares foram ajustados pelo método de quadrados mínimos não lineares, com o uso do algoritmo Gauss-Newton para aproximação linear (Bates e Watts, 1988). Esses modelos também necessitaram de ponderação devido ao problema de heterocedasticidade inerente à variável volume.

Nos modelos de dupla entrada, a ponderação utilizada foi o inverso da variável combinada ao quadrado $(1/(d^{2h})^2)$. Essa ponderação indica que o desvio padrão do volume das árvores é proporcional à variável combinada (Clutter et al., 1983). Já nos modelos de equação local, a melhor ponderação foi o inverso do DAP à quarta potência $(1/(d^2)^2)$, indicando que o desvio padrão do volume é proporcional à área basal das árvores.

A fim de se verificar a capacidade preditiva dos modelos de dupla entrada, foi utilizado um sistema de validação simples. Este sistema consistiu em subdividir os dados em dois conjuntos: dados de ajuste e dados de validação. Os dados de ajuste foram utilizados para ajustar os modelos, enquanto que os dados de validação foram utilizados apenas para verificar as predições produzidas pelos modelos.

No processo de ajuste dos modelos (dados de ajuste) foi realizada uma análise dos resíduos para se verificar as pressuposições de relação linear entre a variável resposta e as variáveis preditoras, homogeneidade de variâncias e normalidade dos erros. Procurou-se também detectar a presença de observações extremas utilizando-se o método da distância de Cook (Neter et al., 1990).

Para verificar a qualidade do ajuste, analisou-se a significância (nível de probabilidade de 5%) dos parâmetros, o erro padrão da estimativa e o coeficiente de determinação empírico. O erro padrão da estimativa, quando a variável resposta não sofre transformação, é dado pela raiz quadrada do quadrado médio do resíduo. Entretanto, como vários modelos foram transformados e foram testados conjuntamente modelos lineares e não lineares, optou-se por utilizar o erro padrão empírico, calculado pela fórmula:

$$s_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n(n-p)}}$$

onde y_i é o volume observado (dm^3) para a árvore i, enquanto que $\hat{y}_i$ é o valor estimado (dm^3) pelos modelos. O coeficiente de determinação utilizado também foi calculado empiricamente pela fórmula:

$$R_E^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}$$

onde $\overline{y}$ é o volume médio (dm^3) das árvores.

Para verificar a capacidade preditiva dos modelos, utilizaram-se os dados de validação. Os critérios calculados foram o coeficiente de determinação empírico e o erro padrão de predição, utilizando-se as mesmas fórmulas apresentadas acima, com a diferença que $\hat{y}_i$ representa, no caso, o volume predito (dm^3) pelos modelos. Calculou-se também o erro de predição médio (dm^3) pela fórmula:

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$$

No caso dos modelos de equação local, o número de árvores para algumas regiões tornou-se demasiadamente pequeno para se dividir os dados em dois conjuntos (ajuste e validação), de modo que a análise dos modelos ficou restrita à análise da qualidade do ajuste.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Equações de dupla entrada

Os valores das estimativas de quadrados mínimos dos parâmetros das equações de dupla entrada são apresentados na Tabela 7. Nota-se que os modelos Meyer (D3) e Stoate (D4) apresentam várias estimativas que não diferem estatisticamente de zero ($p < 0,05$). Como o teste F do modelo foi significativo em todos os modelos testados, esses dois modelos apresentam problemas de multicolinearidade. Nos demais modelos, as estimativas mostraram-se estatisticamente significativas.

A análise dos critérios de ajuste (Tabela 8) revela que para o diâmetro comercial de 7cm todos os modelos de dupla entrada tiveram um ótimo desempenho, com coeficientes de determinação superiores a 0,96 e erros padrão da estimativa inferiores a 51dm^3. O ajuste manteve-se igualmente bom nos dados de validação, com erros padrão de predição ligeiramente maiores que os erros padrão da estimativa. Todos os modelos apresentaram erro de predição médio negativos, mas muito baixos, em geral menores, em valor absoluto, que o valor mínimo observado (Tabela 5).

No caso do volume de madeira para diâmetro comercial de 12cm, o desempenho dos modelos foi bom, mas um pouco inferior ao caso do diâmetro comercial de 7cm. Comparando-se os modelos nos conjuntos de dados de ajuste e de validação, nota-se que o modelo Schumacher-Hall Log (D4) apresentou uma sensível queda no desempenho, com grande redução no coeficiente de determinação e aumento do erro padrão. É curioso que esse modelo foi ajustado por quadrados mínimos lineares, enquanto a sua versão não-logarítmica (Schumacher-Hall, D5) foi ajustada por quadrados mínimos não lineares. O método de ajuste exerceu grande impacto sobre o desempenho desses modelos para o volume a 12cm, mas não para o volume a 7cm.

Apesar de seu bom desempenho (Tabela 8), o gráfico de dispersão dos resíduos do modelo Schumacher-Hall (D5), para de diâmetro comercial de 12cm, apresentou forte tendência não linear. O modelo Schumacher-Hall Geral (D6), no entanto, apresentou gráfico de resíduo sem tendências, sendo, portanto, superior. Ambos os modelos são ajustados por quadrados mínimos não lineares, mas o Schumacher-Hall Geral (D6) possui um intercepto, de modo que esse parâmetro se mostrou relevante no caso de diâmetro comercial de 12cm. De fato, a estimativa do intercepto nesse modelo não foi estatisticamente significativa para diâmetro comercial de 7cm (Tabela 7), mas foi significativa para diâmetro comercial de 12cm. Esse resultado é coerente com a argumentação de Avery e Burkhart (1983) sobre a necessidade de intercepto nas equações de volume comercial, embora nas equações de volume total esse seja dispensável.

Tabela 6
Estatísticas descritivas das variáveis utilizadas na construção dos modelos de equação de volume.
(Descriptive statistics of variables used for volume equation model construction)

Variável	Estatística					
	Tamanho da Amostra	Valor Mínimo	Mediana	Média	Valor Máximo	Desvio Padrão
DAP (cm)	314	5,20	17,75	18,81	50,90	9,15
Altura Total (m)	314	3,50	12,00	12,02	22,00	3,07
Comp. Copa (m)	314	1,70	7,30	7,30	16,30	2,54
Volume a 7 cm (dm3)	314	3	129	195	1164	220
Volume a 12 cm (dm3)	214	14	197	257	1164	235

Tabela 7
Estimativas de quadrados mínimos para os parâmetros dos modelos de equação de volume de dupla entrada.
(Least square estimates for multiple-entry volume equation models)

Modelo		Parâmetros do Modelo					
		β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
Volume para diâmetro comercial de 7 cm							
Spurr	β_k	-0.4448	0.0320				
	$s(\beta_k)$	0.3406	0.0005				
(D1)	valor-p	0.1935	0.0000				
Meyer	β_k	0.2902	0.5118	-0.0553	-0.6498	0.0473	0.0336
	$s(\beta_k)$	(8.3014)	(1.9662)	(0.1045)	(0.8458)	(0.1749)	(0.0078)
(D2)	valor-p	0.9722	0.7950	0.5974	0.4436	0.7871	0.0000
Stoate	β_k	0.5736	0.0054	-0.2036	0.0320		
	$s(\beta_k)$	1.2991	0.0304	0.1760	0.0024		
(D3)	valor-p	0.6595	0.8589	0.2491	0.0000		
Schumacher-Hall	β_k	-3.6363	2.0116	1.0555			
Log	$s(\beta_k)$	0.1308	0.0479	0.0871			
(D4)	valor-p	0.0000	0.0000	0.0000			
Schumacher-Hall	β_k	-3.1184	2.0584	0.8093			
	$s(\beta_k)$	0.2396	0.0637	0.1085			
(D5)	valor-p	0.0000	0.0000	0.0000			
Schumacher-Hall	β_k	-4.6956	-2.9832	2.0274	0.8035		
Geral	$s(\beta_k)$	8.7848	0.3519	0.0842	0.1090		
(D6)	valor-p	0.5938	0.0000	0.0000	0.0000		
Volume para diâmetro comercial de 12 cm							
Spurr	β_k	-44.1223	0.0355				
	$s(\beta_k)$	3.9250	0.0009				
(D1)	valor-p	0.0000	0.0000				
Meyer	β_k	65.3466	-7.1898	0.1479	-16.4170	1.2730	0.0092
	$s(\beta_k)$	182.4445	19.9182	0.5366	13.3645	1.3905	0.0357
(D2)	valor-p	0.7210	0.7189	0.7834	0.2222	0.3621	0.7974
Stoate	β_k	-46.1368	0.1219	-0.7634	0.0285		
	$s(\beta_k)$	26.0072	0.0886	2.0603	0.0064		
(D3)	valor-p	0.0790	0.1719	0.7118	0.0000		
Schumacher-Hall	β_k	-6.4582	2.8184	1.0947			
Log	$s(\beta_k)$	0.4200	0.1178	0.2014			
(D4)	valor-p	0.0000	0.0000	0.0000			
Schumacher-Hall	β_k	-3.5900	2.2155	0.7714			
	$s(\beta_k)$	0.3149	0.0835	0.1372			
(D5)	valor-p	0.0000	0.0000	0.0000			
Schumacher-Hall	β_k	-70.4448	-1.9819	1.8547	0.7005		
Geral	$s(\beta_k)$	25.3365	0.5841	0.1291	0.1203		
(D6)	valor-p	0.0065	0.0010	0.0000	0.0000		

Tabela 8
Critérios de ajuste para os modelos de dupla entrada nos dados de ajuste e de validação.
(Goodness-of-fit criteria for the multi-entry models for fitting and validation data sets)

Modelos	Critérios de Ajuste					
	Dados de Ajuste			Dados de Validação		
	Coeficiente de Determinação Empírico	Erro Padrão da Estimativa	Graus de Liberdade do Resíduo	Coeficiente de Determinação Empírico	Erro Padrão de Predição	Erro de Predição Médio
Volume para diâmetro comercial de 7 cm						
Spurr	0.9624	50.17	153	0.9677	52.98	-2.39
Meyer	0.9621	50.64	149	0.9675	53.19	-2.09
Stoate	0.9622	50.15	151	0.9669	53.55	-3.57
Schumacher-Hall Log	0.9815	50.61	152	0.9664	54.07	-1.15
Schumacher-Hall	0.9716	49.96	152	0.9685	52.20	-4.53
Schumacher-Hall Geral	0.9717	50.07	151	0.9687	52.07	-3.44
Volume para diâmetro comercial de 12 cm						
Spurr	0.9304	62.65	104	0.9470	65.08	-6.57
Meyer	0.9359	59.64	100	0.9580	55.36	-1.28
Stoate	0.9339	60.54	102	0.9488	63.51	-6.83
Schumacher-Hall Log	0.9189	115.84	103	0.8036	153.49	-21.86
Schumacher-Hall	0.9696	61.81	103	0.9648	55.05	-9.11
Schumacher-Hall Geral	0.9570	59.24	102	0.9535	57.96	-3.11

Equações locais

As estimativas obtidas no ajuste das equações locais são apresentadas nas Tabelas 9 e 10. As estimativas são estatisticamente significativas ($p < 0,05$) na maioria dos modelos. Entretanto, quando a variável indicadora da região é utilizada para influenciar simultaneamente os parâmetros de escala e forma (diâmetro comercial de 7cm) ou simultaneamente os parâmetros de locação e forma (diâmetro comercial de 12cm), as estimativas se tornam não significativas.

A análise do desempenho desses modelos (Tabela 11) mostra que os modelos de potência (L5 e L6) são iguais ou superiores aos demais. O bom desempenho desses modelos ocorre tanto para diâmetro comercial de 7cm quanto de 12cm, enquanto outros modelos têm uma grande queda no desempenho no caso de diâmetro comercial de 12cm (Parabólico Linear - L1, Potência Log - L2, Potência Log Quadrático - L3). Esse resultado sugere que os modelos de potência ajustados por quadrados mínimos não lineares apresentam maior generalidade para representar a relação volume-DAP.

A inclusão da variável indicadora da região nos modelos de potência resultou numa certa melhora no desempenho dos modelos de equação local. Para ambos os diâmetros comerciais foi possível desenvolver um modelo alternativo com desempenho ligeiramente superior aos demais e com estimativas dos parâmetros estatisticamente significativas. No caso de diâmetro comercial de 7cm, o modelo alternativo sugere que a região C (Médio Vale do Ribeira) difere das demais regiões no parâmetro da escala, enquanto a região B (Litoral Norte) difere no parâmetro da forma. Já no caso do volume para diâmetro comercial de 12cm, o modelo alternativo indica que as três regiões diferem quanto ao parâmetro da forma, sendo o parâmetro da escala igual a zero. De modo análogo aos modelos Schumacher-Hall, o parâmetro de locação (intercepto) mostrou-se significativo para diâmetro comercial de 12cm, mas não foi significativo para diâmetro de 7cm.

Tabela 9
Estimativas de quadrados mínimos para os parâmetros dos modelos de equação local para diâmetro comercial de 07 cm.
(Least square estimates for local volume equation models for commercial diameter of 07 cm)

Modelo		Parâmetros do Modelo							
		β_{00}	β_0	β_1	β_2	I_{0B}	I_{0C}	I_{1B}	I_{1C}
			α_0	α_1	α_2				
Parabólico	β_k		7.9076	-3.4958	0.5779				
Linear	$s(\beta_k)$		2.8854	0.5543	0.0217				
(L1)	valor-p		0.0065	0.0000	0.0000				
Potência	β_k		-2.3068	2.4627					
Log	$s(\beta_k)$		0.0791	0.0277					
(L2)	valor-p		0.0000	0.0000					
Potência	β_k		-3.6947	3.5209	-0.1942				
Log Quadrático	$s(\beta_k)$		0.3453	0.2581	0.0471				
(L3)	valor-p		0.0000	0.0000	0.0000				
Parabólico	β_k		-0.7368						
Não-Linear	$s(\beta_k)$		0.0119						
(L4)	valor-p		0.0000						
Potência	β_k		-1.5358	2.2293					
2 Parâmetros	$s(\beta_k)$		0.1328	0.0376					
(L5)	valor-p		0.0000	0.0000					
Potência	β_k	-12.4256	-1.2266	2.1495					
3 Parâmetros	$s(\beta_k)$	7.5526	0.2266	0.0605					
(L6)	valor-p	0.1010	0.0000	0.0000					
Influência	β_k	-12.6263	-1.1515	2.1381		-0.1326	-0.1819		
da Região	$s(\beta_k)$	7.1514	0.2136	0.0571		0.0326	0.0390		
na Escala (L8)	valor-p	0.0785	0.0000	0.0000		0.0000	0.0000		
Influência	β_k	-13.0759	-1.1700	2.1436				-0.0369	-0.0530
da Região	$s(\beta_k)$	7.1778	0.2143	0.0573				0.0092	0.0114
na Forma (L9)	valor-p	0.0695	0.0000	0.0000				0.0000	0.0000
Influência	β_k	-12.8653	-1.1368	2.1341		-0.2808	-0.0454	0.0419	-0.0401
da Região na	$s(\beta_k)$	7.2571	0.2193	0.0589		0.3632	0.4649	0.1021	0.1358
Escala e Forma (L10)	valor-p	0.0773	0.0000	0.0000		0.4401	0.9223	0.6820	0.7678
Modelo	β_k	-12.6786	-1.1670	2.1425			-0.1811	-0.0369	
Alternativo	$s(\beta_k)$	7.1576	0.2141	0.0573			0.0390	0.0092	
	valor-p	0.0775	0.0000	0.0000			0.0000	0.0001	

A inclusão da variável indicadora da região tornou o desempenho dos modelos de equação local bem próximo aos modelos de dupla entrada (comparar Tabelas 8 e 11), tanto em termos de coeficiente de determinação, quanto em termos de erro padrão da estimativa. Infelizmente, o tamanho de amostra disponível em cada local de coleta não permitiu a criação dos conjuntos de dados de ajuste e validação necessários para validação preditiva destes modelos. Não é possível, portanto, saber se a capacidade preditiva da equação de volume local com a variável região é semelhante à capacidade preditiva das equações de dupla entrada.

Tabela 10
Estimativas de quadrados mínimos para os parâmetros dos modelos de equação local para diâmetro comercial de 12 cm.
(Least square estimates for local volume equation models for commercial diameter of 12 cm)

Modelo		Parâmetros do Modelo									
		β_{00}	β_0	β_1	β_2	I_{00B}	I_{00C}	I_{0B}	I_{0C}	I_{1B}	I_{1C}
			α_0	α_1	α_2						
Parabólico	β_k		-102.6898	2.7999	0.4913						
Linear	$s(\beta_k)$		32.5455	3.2160	0.0753						
(L1)	valor-p		0.0018	0.3850	0.0000						
Potência	β_k		-4.3134	3.0474							
Log	$s(\beta_k)$		0.2459	0.0789							
(L2)	valor-p		0.0000	0.0000							
Potência	β_k		-18.9116	12.4075	-1.4863						
Log Quadrático	$s(\beta_k)$		1.8898	1.2057	0.1911						
(L3)	valor-p		0.0000	0.0000	0.0000						
Parabólico	β_k		-0.7619								
Não-Linear	$s(\beta_k)$		0.0157								
(L4)	valor-p		0.0000								
Potência	β_k		-1.9305	2.3342							
2 Parâmetros	$s(\beta_k)$		0.1774	0.0500							
(L5)	valor-p		0.0000	0.0000							
Potência	β_k	-89.5157	-0.2226	1.9016							
3 Parâmetros	$s(\beta_k)$	24.0708	0.4159	0.1066							
(L6)	valor-p	0.0003	0.5930	0.0000							
Potência	β_k	-102.1056		1.8446							
sem Escala	$s(\beta_k)$	7.6342		0.0052							
	valor-p	0.0000		0.0000							
Influência	β_k	-91.6225		1.8443		-38.2883	-41.0946				
da Região	$s(\beta_k)$	7.8829		0.0051		13.7132	13.2952				
na Locação (L7)	valor-p	0.0000		0.0000		0.0057	0.0023				
Influência	β_k	-89.7321	-0.1640	1.8929				-0.1069	-0.1430		
da Região	$s(\beta_k)$	22.9276	0.3934	0.1011				0.0339	0.0389		
na Escala (L8)	valor-p	0.0001	0.6772	0.0000				0.0018	0.0003		
Influência	β_k	-91.1067	-0.1656	1.8941						-0.0301	-0.0423
da Região	$s(\beta_k)$	23.0780	0.3949	0.1015						0.0096	0.0114
na Forma (L9)	valor-p	0.0001	0.6754	0.0000						0.0020	0.0003
Influência	β_k	-100.3327		1.8516		-8.6292	7.8940			-0.0247	-0.0475
da Região na	$s(\beta_k)$	8.3835		0.0055		22.4779	23.3694			0.0153	0.0202
Locação e Forma	valor-p	0.0000		0.0000		0.7014	0.7359			0.1081	0.0194
Modelo	β_k	-100.4996		1.8517						-0.0295	-0.0417
Alternativo	$s(\beta_k)$	7.2965		0.0051						0.0093	0.0111
	valor-p	0.0000		0.0000						0.0018	0.0002

Tabela 11
Critérios de ajuste para os modelos de equação local.
(Goodness-of-fit criteria for the local volume equation models)

Modelos		Critérios de Ajuste		
		Coeficiente de Determinação Empírico	Erro Padrão da Estimativa	Graus de Liberdade do Resíduo
	Volume para diâmetro mínimo de 7 cm			
L1	Parabólico Linear	0.9368	56.74	310
L2	Potência Log	0.9620	62.69	311
L3	Potência Log Quadrático	0.9639	57.38	310
L4	Parabólico Não-Linear	0.9578	60.48	312
L5	Potência 2 Parâmetros	0.9627	56.98	311
L6	Potência 3 Parâmetros	0.9630	56.80	310
L8	Influência da Região na Escala	0.9672	53.71	308
L9	Influência da Região na Forma	0.9671	53.74	308
L10	Influência da Região na Escala e Forma	0.9672	53.86	306
	Modelo Alternativo	0.9671	53.75	308
	Volume para diâmetro mínimo de 12 cm			
L1	Parabólico Linear	0.8916	66.99	210
L2	Potência Log	0.8754	121.21	211
L3	Potência Log Quadrático	0.9028	74.44	210
L4	Parabólico Não-Linear	0.9503	77.63	212
L5	Potência 2 Parâmetros	0.9599	69.92	211
L6	Potência 3 Parâmetros	0.9634	66.92	210
	Potência sem Escala	0.9634	66.80	211
L7	Influência da Região na Locação	0.9658	64.81	209
L8	Influência da Região na Escala	0.9671	63.72	208
L9	Influência da Região na Forma	0.9671	63.72	208
	Influência da Região na Locação e Forma	0.9672	63.85	207
	Modelo Alternativo	0.9671	63.59	209

CONCLUSÃO

✓ Modelos com muitas variáveis preditoras correlacionadas, como os modelos de Meyer e de Stoate, tiveram problemas sérios de significância dos parâmetros, provavelmente devido à multicolinearidade;

✓ O método de ajuste pode ter um forte efeito sobre o desempenho de certos modelos de equação de volume. Dentre os modelos testados, o modelo Schumacher-Hall Log (D4) mostrou-se mais sensível que os demais. Embora seu desempenho tenha sido o melhor para volume com diâmetro comercial de 7cm, com diâmetro comercial de 12cm ele apresentou o pior desempenho, que se mostrou ainda pior quando utilizado para predição;

✓ Conforme sugerido por Avery e Burkhart (1983), equações de volume comercial podem ser beneficiadas pela inclusão de um intercepto. Neste trabalho, o ajuste do modelo Schumacher-Hall Geral (D6) sugere que quanto mais distante de zero for o diâmetro comercial mínimo, maior a importância do intercepto para um bom ajuste;

✓ As equações de dupla entrada mostraram, em geral, desempenho superior às equações locais, mas os desempenhos se aproximam quando a variável indicadora região é incluída nos modelos de equação local;

✓ Os modelos indicados para estimar o volume de árvores individuais de caxeta no Estado de São Paulo são:

Equação de dupla entrada:

✓ Diâmetro comercial de 7cm:

$$v = e^{-3,1184}\, d^{2,0584}\, h^{1,0555}$$

✓ Diâmetro comercial de 12cm:

$$v = -70,4448 + e^{-1,9419}\, d^{1,8547}\, h^{0,7005}$$

Equação local:

✓ Diâmetro comercial de 7cm:

$$v = -12,6786 + e^{[-1,1670 - 1,1811\, I\mathbf{0C}]}\, d^{[2,1425 - 0,0369\, I\mathbf{B}]}$$

✓ Diâmetro comercial de 12cm:

$$v = -100,4996 + d^{[1,8517 - 0,0295\, I\mathbf{B} - 0,0417\, I\mathbf{C}]}$$

onde:

v - volume comercial (dm^3);

d - DAP (cm);

h - altura total (m);

I_{kB} - variável indicadora da região B (Litoral Norte):

I_{kB} =1, se a região for B; I_{kB} = 0, nos demais casos;

I_{kC} - variável indicadora da região C (Médio Vale do Ribeira):

I_{kC} =1, se a região for C; I_{kC} = 0, nos demais casos;

AUTORES E AGRADECIMENTOS

JOÃO LUÍS FERREIRA BATISTA é Professor Doutor do Departamento de Ciências Florestais da ESALQ/USP – Caixa Postal 9 – Piracicaba, SP – 13400-970 – E-mail: parsival@esalq.usp.br

MARCELO MARQUESINI é Engenheiro Florestal, Mestre em Ciências Florestais, pela ESALQ/USP. Atualmente trabalha junto ao Ministério do Meio-Ambiente.

VIRGÍLIO MAURÍCIO VIANA é Professor Livre-docente do Departamento de Ciência Florestais da ESALQ/USP – Caixa Postal 9 – Piracicaba, SP – 13400-970 – E-mail: vimviana@esalq.usp.br

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo financiamento do projeto temático "Subsídios para o Manejo Sustentado de Caxetais" (95/4638-0) que permitiu a elaboração do presente trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AVERY, T.; BURKHART, H. **Forest measurements**. New York: McGraw-Hill, 1983.

BATES, D.; WATTS, D. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: John Wiley, 1988.

BATISTA, J.L.F. **Modelos biométricos visando a prognose da produção de florestas plantadas de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus saligna*: fase 2- equações volumétricas: relatório técnico apresentado à Eucatex, Salto, SP**. Piracicaba: IPEF/ESALQ - USP, 1997. 33p.

CAMPOS, J. **Estudo sobre índice de sítio e tabelas de volume e produção para *Pinus elliottii* no Estado de São Paulo, Brasil**. Piracicaba, 1970. 82p. Tese (Mestrado). Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz. Universidade de São Paulo.

CLUTTER, J.; FORTSON, J.; PIENAAR, L.; BRISTER, G.; BAILEY, R. **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley, 1983.

COUTO, H.T.Z. Tabela de volumes para brotação de touças de *Eucalyptus saligna*. **IPEF**, n.15, p.117-121, 1977.

COUTO, H.T.Z.; BASTOS, N. O uso de variáveis binárias na combinação de equações de volume e relações hipsométricas. **Revista do Instituto Florestal**, v.1, n.1, p.235-250, 1989.

COUTO, H.T.Z.; VETTORAZZO, S. Seleção de equações de volume e peso seco comercial para *Pinus taeda*. **Cerne**, v.5, n.1, p.69-80, 1999.

FERNANDES,N.P.; JARDIM,F.C.S.; HIGUCHI,N. Tabelas de volume para a floresta de terra firme da Estação Experimental de Silvicultura Tropical. **Acta amazonica**, v.13, n.3/4, p.537-545, 1983.

FINGER, C. Fundamentos de biometria florestal. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria / CEPEF / FATEC, 1992. 269p.

GUIMARÃES, D.; LEITE, H.G. Influência no número de árvore na determinação de equação volumétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia forestalis**, n.50, p.37-42, 1996.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Manual técnico da vegetação brasileira**. Rio de Janeiro: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 1992. 92p. (Manuais técnicos em geociências, n.1)

INSTITUTO FLORESTAL DE SÃO PAULO. Tabelas de volume para algumas espécies do gênero *Pinus*. **Boletim técnico do Instituto Florestal**, n.12, 1974.

MCTAGUE, J.P.; BATISTA, J.L.F. ; STEIN, L. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de *Eucalyptus* nos Estados de São Paulo e Rio de Janeiro. **IPEF**, n.41/42, p.56-63, 1989.

NETER, J.; WASSERMAN, W. ; KUTNER, M. **Applied linear statistical models**. Homewood: Richard D. Irwin, 1990. 1181p.

PINHEIRO, G.; GARRIDO, L.; GARRIDO, M. Determinação de equações de volume comercial para cinco espécies de cerrado. **Boletim técnico do Instituto Florestal**, n.38, p.1-9, 1985.

PRODAN, M. **Forest biometrics**. Oxford: Pergamon Press, 1968. 447p.

SCHUMACHER, F.; HALL, F. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of agricultural research**, v.47, p.719-734, 1933.

SILVA, J. **Análise de equações volumétricas para construção de tabelas de volume comercial para *Eucalyptus*, segundo a espécie, região e método de regeneração**. Viçosa, 1977. 93p. Tese (Mestrado). Universidade Federal de Viçosa

SOUZA, A.; JESUS, R. Equações de volume comercial e fator de forma para espécies da mata atlântica ocorrentes na reserva florestal da Companhia Vale do Rio Doce, Linhares, ES. **Revista árvore**, v.15, n.3, p.257-273, 1991.

SPURR, S. **Forest inventory**. New York: The Ronald Press, 1952. 476p.

VANINI, A. **Estudo comparativo de dois métodos de amostragem fitossociológica em caixeitais (floresta ombrófila densa permanentemente alagada)**. Piracicaba, 1999. 116p. Tese (Mestrado). Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz. Universidade de São Paulo

VEIGA, R. Comparação de equações de volume para *Eucalyptus saligna* Smith: 1- equações aritméticas não formais. **Floresta**, v.4, n.1, p.81-94, 1972.

ZAKIA, M.J.B.; PAREYN, F. ; RIEGELHAUPT, E. Equações de peso e volume para oito espécies lenhosas nativas do semiárido, RN. **Circular técnica PNUD/FAO/BRA/87/007**, n.9, p.1-5, 1990.

ZILLER, S. **Análise fitossociológica de caixetais**. Curitiba, 1992. 90p. Tese (Mestrado). Universidade Federal do Paraná