

RAMON ALEJANDRO FRIEDL

Dinâmica e Prognose da Forma dos Fustes em
Povoamentos Plantados de *Araucaria angustifolia*
(Bert.) O. Ktze.

Dissertação submetida à consideração da
Comissão Examinadora, como requisito
parcial na obtenção de Título de "Mestre
em Ciências — M.Sc.", no Curso de Pós-
Graduação em Engenharia Florestal da Uni-
versidade Federal do Paraná.

CURITIBA
1989

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

P A R E C E R

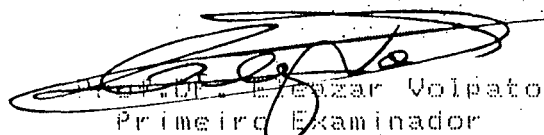
Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado apresentada pelo candidato RAMON ALEJANDRO FRIEDL, sob o título "DINÂMICA E PROGNOSE DA FORMA DOS TRONCOS EM POVOAMENTOS PLANTADOS DE Araucaria angustifolia Bert. O Ktze." para obtenção do grau de Mestre em Ciências Florestais - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná. Área de concentração em MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido o candidato, são de parecer pela "APROVAÇÃO" da Dissertação completando assim os requisitos necessários para receber o grau e o Diploma de Mestre em Ciências Florestais.

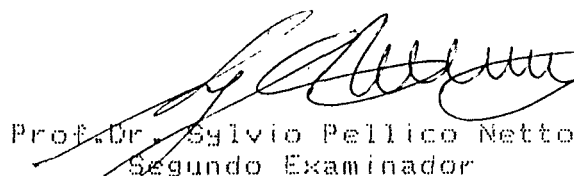
Observação:

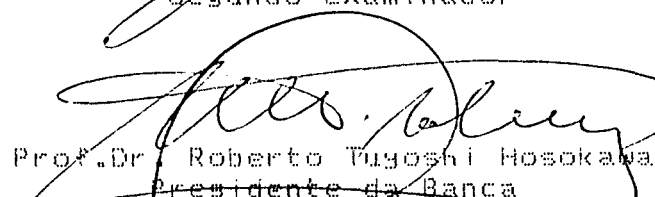
O critério de aprovação da Dissertação e Defesa da mesma a partir de novembro de 1980 é apenas, APROVADA ou NÃO APROVADA.

Curitiba, 13 de dezembro de 1989




Prof. Dr. Luiz Volpato
Primeiro Examinador


Prof. Dr. Sylvio Pellico Netto
Segundo Examinador


Prof. Dr. Roberto Tuzoshi Hosokawa
Presidente da Banca

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Roberto Tuyoshi Hosokawa, pela orientação, pela ajuda na obtenção dos dados, pela confiança concedida e pelo exemplo da sua conduta pessoal e profissional.

Ao Prof. Ph.D. Sebastião do Amaral Machado, pela co-orientação e as valiosas sugestões.

Ao Prof. Ph. D. Flavio Felipe Kirchner pela co-orientação e os ensinamentos recebidos.

A CAPES pelo auxílio financeiro através de bolsa de estudos.

A "Universidad Nacional de Misiones-Argentina" pela licença recebida para a realização do Curso.

A Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná (FUPEF) e ao Departamento de Economia Florestal do Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal (IBDF), hoje IBAMA, pelo fornecimento de materiais e dados.

Aos funcionários e professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, e, especialmente aos funcionários da Biblioteca do Setor de Ciências Agrárias.

A todos os estudantes do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal que compartilharam o Curso comigo.

As famílias Glade, Lopez, Muñiz, De Souza, Fernandez e Miguel Brassiolo, pela amizade, pelo apoio e companhia dispensadas na cidade de Curitiba.

A minha esposa e os meus filhos, pela paciência.

A todas as pessoas que diretamente ou indiretamente ajudaram-me na realização do Curso e deste Trabalho.

BIOGRAFIA

RAMON ALEJANDRO FRIEDL, filho de ALEJANDRO FRIEDL e DORA DUARTE DE FRIEDL, nasceu no Municipio de Mártires, Misiones, Argentina, aos 20 de fevereiro de 1957.

Em 1976, ingresou na Faculdade de Engenharia Florestal da Universidade Nacional de Misiones, Argentina, graduando-se no ano de 1980.

Em 1979, concursou e foi admitido a seguir como auxiliar docente na disciplina de Cálculo Estatístico e Biometria da Faculdade de Engenharia Florestal da Universidade Nacional de Misiones. No período 1981-1983 desempenhou como Chefe de Trabalhos Práticos da mesma disciplina.

Em 1984, foi designado Secretário Acadêmico da Faculdade de Ciências Florestais da Universidade Nacional de Misiones, pelo Conselho Acadêmico Normalizador, mantendo a suas funções docentes.

Em março de 1985 ingressou no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal na Área de Concentração de Manejo Florestal, concluindo os requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Ciências, com o presente trabalho.

SUMÁRIO

| | | |
|---------|--|-----|
| | LISTA DE ILUSTRAÇÕES | vii |
| | LISTA DE TABELAS | ix |
| | RESUMO | xii |
| 1 | INTRODUÇÃO | 01 |
| 1.1 | JUSTIFICATIVA | 02 |
| 1.2 | OBJETIVOS | 06 |
| 2 | REVISÃO DE LITERATURA | 07 |
| 2.1 | ANÁLISE DE TRONCO | 07 |
| 2.2 | FORMA DO FUSTE DAS ÁRVORES | 09 |
| 2.3 | FATORES E QUOCIENTES DE FORMA | 11 |
| 2.4 | FUNÇÕES DE FORMA DO TRONCO | 16 |
| 2.4.1 | Conceito e funções mais conhecidas | 16 |
| 2.4.2 | Polinômios segmentados | 24 |
| 2.4.3 | Funções de forma compatíveis com equações de volume .. | 26 |
| 2.4.4 | Análise de componentes principais | 29 |
| 2.4.5 | Relação entre o volume e as medidas da forma do fuste de uma árvore | 31 |
| 2.4.5.1 | Estimação do volume a partir de funções de forma | 31 |
| 2.4.5.2 | Relação entre os volumes absolutos, relativos, as funções de forma absoluta, relativa e o fator de forma | 35 |
| 2.5 | DINÂMICA DA FORMA DOS FUSTES DAS ÁRVORES | 37 |
| 2.5.1 | Interpretação das influências que afetam a forma do fuste | 38 |
| 2.5.2 | Estimativa dos parâmetros das funções de forma | 43 |
| 2.5.3 | Estudo da dinâmica da forma do fuste com o auxílio de equações diferenciais | 46 |
| 2.5.3.1 | Conceitos | 46 |
| 2.5.3.2 | Equações diferenciais: noções fundamentais | 47 |
| 2.5.3.3 | Fórmulas para o crescimento equiforme (forma constante) | 49 |
| 2.5.3.4 | Fórmulas para o crescimento não equiforme ou "afim" (forma semelhante ou relacionada por afinidade) | 54 |
| 2.5.3.5 | Modelo do sistema fuste da árvore | 58 |
| 3 | MATERIAIS E MÉTODOS | 60 |
| 3.1 | MATERIAIS | 60 |
| 3.1.1 | Localização e Extensão da área da Floresta | 60 |
| 3.1.2 | Geologia e Relêvo | 60 |
| 3.1.3 | Solos | 61 |
| 3.1.4 | Clima | 62 |
| 3.1.5 | Vegetação | 62 |
| 3.2 | METODOLOGIA DE LEVANTAMENTO DE DADOS | 62 |
| 3.2.1 | Sistema de Amostragem | 62 |
| 3.2.2 | Determinação do número de unidades amostrais e precisão requerida | 63 |
| 3.2.3 | Alocação das unidades amostrais | 63 |
| 3.2.4 | Distribuição das árvores da amostra | 64 |
| 3.3 | METODOLOGIA DE ANÁLISE DE TRONCO | 64 |
| 3.3.1 | Escolha e locação das árvores | 65 |
| 3.3.2 | Derrubada das árvores | 66 |
| 3.3.3 | Escolha, marcação e corte das fatias | 66 |
| 3.3.4 | Transporte das fatias | 67 |
| 3.3.5 | Secagem e lixamento das fatias | 67 |
| 3.3.6 | Medição das fatias | 68 |
| 3.3.7 | Gravação e verificação dos dados | 69 |
| 3.3.8 | Processamento das análises de tronco | 70 |
| 3.4 | METODOLOGIA DE ESTUDO DO EFEITO DOS FATORES IDADE, SÍTIO E POSIÇÃO SOCIOLOGICA NA FORMA DO FUSTE | 70 |
| 3.5 | METODOLOGIA DE ESTUDO DA ESTIMATIVA DOS COEFICIENTES DAS FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS | 72 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 3.5.1 | Ajuste das equações de forma relativa | 73 |
| 3.5.2 | Estimativa dos coeficientes das equações de forma relativas em função das idades, diâmetros e alturas das árvores | 74 |
| 3.6 | EMPREGO DO MÉTODO PROPOSTO POR SLOBODA PARA A PESQUISA DO CRESCIMENTO PASSADO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS | 75 |
| 3.6.1 | Avaliação das diferenças entre os raios médios medidos e os estimados pelas aproximações | 78 |
| 3.6.2 | Avaliação das diferenças percentuais entre os volumes e fatores de forma naturais observados e estimados ... | 79 |
| 3.6.3 | Análise da monotonicidade das polinomiais aproximadas. | 80 |
| 3.7 | PESQUISA DO CRESCIMENTO PASSADO DOS POVOAMENTOS | 81 |
| 3.7.1 | Avaliação das acuracidades da distribuição dos volumes por sortimentos | 85 |
| 3.7.2 | Avaliação das acuracidades nas estimativas do volume total sem casca | 86 |
| 3.8 | AVALIAÇÃO DA CONDIÇÃO NECESSÁRIA PARA A ACEITAÇÃO DA HIPÓTESE DO CRESCIMENTO EQUÍFORME | 87 |
| 3.9 | METODOLOGIA DE PROGNOSE DO CRESCIMENTO AFIM NA PROGNOSE DO CRESCIMENTO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS | 88 |
| 3.9.1 | Avaliação das diferenças dos raios a diferentes alturas de medição | 92 |
| 3.9.2 | Avaliação das acuracidades das estimativas dos volumes | 93 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO | 95 |
| 4.1 | ANÁLISES DE TRONCO | 95 |
| 4.2 | AVALIAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS EFEITOS DA IDADE, O SÍTIO E A POSIÇÃO SOCIOLÓGICA NA FORMA DOS FUSTES | 96 |
| 4.2.1 | Avaliação do efeito dos fatores idade, sítio e posição sociológica nos fatores de forma naturais | 96 |
| 4.2.2 | Descrição da dinâmica dos fatores de forma naturais médios por classe de idade, de sítio e posição sociológica | 103 |
| 4.3 | ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE FORMA | 108 |
| 4.3.1 | Ajuste dos modelos de equações de forma | 108 |
| 4.3.2 | Estimativa dos coeficientes das equações de forma em função das idades, diâmetros e alturas | 108 |
| 4.4 | EMPREGO DO MÉTODO PROPOSTO POR SLOBODA PARA A PESQUISA DO CRESCIMENTO PASSADO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS | 128 |
| 4.4.1 | Avaliação das diferenças entre raios | 128 |
| 4.4.2 | Diferenças entre os volumes e fatores de forma naturais calculados na análise de tronco e estimados pelas polinomiais aproximadas | 132 |
| 4.4.3 | Avaliação da monotonicidade das polinomiais aproximadas | 136 |
| 4.5 | APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SLOBODA NO ESTUDO DO CRESCIMENTO PASSADO DE POVOAMENTOS | 138 |
| 4.5.1 | Avaliação das acuracidades obtidas nas distribuições dos volumes por sortimento | 138 |
| 4.5.2 | Avaliação das acuracidades obtidas nas estimativas dos volumes totais | 142 |
| 4.6 | AVALIAÇÃO DA CONDIÇÃO NECESSÁRIA PARA ACEITAÇÃO DA HIPÓTESE DO CRESCIMENTO EQUÍFORME | 143 |
| 4.7 | AVALIAÇÃO DO MÉTODO DO CRESCIMENTO AFIM COMO MÉTODO DE PROGNOSE DO CRESCIMENTO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS | 148 |
| 5 | CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES | 156 |
| | SUMMARY | 160 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 161 |

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA

| | | |
|----|---|-----|
| 1 | SÓLIDO DE ROTAÇÃO E A DÉTERMINAÇÃO DO VOLUME | 33 |
| 2 | FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA | 35 |
| 3 | FUNÇÃO DE FORMA ABSOLUTA | 36 |
| 4 | RELAÇÃO GERAL ENTRE O FATOR DE FORMA NATURAL E A IDADE | 40 |
| 5 | MUDANÇA NA FORMA DA COPA EM <u>Araucaria angustifolia</u> EM FUNÇÃO DA IDADE | 42 |
| 6 | FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS ATRAVÉS DA IDADE (INTERVALOS DE 3 ANOS) EM ÁRVORES DOMINANTES de <u>Araucaria angustifolia</u> | 44 |
| 7 | CAMPO DIRECIONAL E AS SUAS ISÓCLINAS FORMANDO UM CONJUNTO DE LINHAS RETAS | 51 |
| 8 | CAMPO VETORIAL | 51 |
| 9 | SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS HOMOGÊNEAS | 52 |
| 10 | RELAÇÕES GEOMÉTRICAS ENTRE DUAS SOLUÇÕES DE UMA EQUAÇÃO DIFERENCIAL HOMOGÊNEA | 53 |
| 11 | CAMPO DIRECIONAL DO CRESCIMENTO NÃO EQUÍFORME | 56 |
| 12 | CASO COMUM DO CRESCIMENTO NÃO EQUÍFORME | 56 |
| 13 | INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO DE TRONCO DA ÁRVORE . | 59 |
| 14 | PERFIL DA ÁRVORE 1 OBTIDO NA ANÁLISE DE TRONCO | 99 |
| 15 | PERFIL DA ÁRVORE 10 OBTIDO NA ANÁLISE DE TRONCO | 100 |
| 16 | EVOLUÇÃO DOS FATORES DE FORMA NATURAIS EM FUNÇÃO DA IDADE SEGUNDO CLASSES DE SÍTIO | 104 |
| 17 | EVOLUÇÃO DOS FATORES DE FORMA NATURAIS SEGUNDO CLASSES DE POSIÇÃO SOCIOLOGICA | 106 |
| 18 | COMPORTAMENTO DOS FATORES DE FORMA NATURAIS EM FUNÇÃO DAS CLASSES DE SÍTIO SEGUNDO CLASSES DE POSIÇÃO SOCIOLOGICA | 107 |
| 19 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b0 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 1 | 115 |
| 20 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b1 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 1 | 116 |

FIGURA

| | | |
|----|---|-----|
| 21 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b0 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 2 (KOZAK et alli) . | 117 |
| 22 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b1 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 2 (KOZAK et alli) . | 118 |
| 23 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b2 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 2 (KOZAK et alli) . | 119 |
| 24 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b0 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU) | 120 |
| 25 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b1 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU) | 121 |
| 26 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b2 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU) | 122 |
| 27 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b3 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU) | 123 |
| 28 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b4 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU) | 124 |
| 29 | GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b5 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU) | 125 |

LISTA DE TABELAS

TABELA

| | | |
|----|---|-----|
| 1 | MODELOS TESTADOS PARA REPRESENTAR A FORMA DOS TRONCOS INDIVIDUAIS DE PINHEIRO BRASILEIRO | 23 |
| 2 | COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS POLINÔMIOS RELATIVOS DE QUINTO GRAU ATRAVÉS DA IDADE EM ÁRVORES DOMINANTES DE <u>Araucaria angustifolia</u> | 45 |
| 3 | EXTRUTURA GERAL DOS REFLORESTAMENTOS DA FLORESTA NACIONAL DE AÇUNGUÍ E DISTRIBUIÇÃO DAS PARCELAS POR TALHÃO | 63 |
| 4 | DISTRIBUIÇÃO DAS ÁRVORES EM CLASSES DE DIÂMETRO E ALTURA | 64 |
| 5 | DISTRIBUIÇÃO DAS ÁRVORES EM CLASSES DE IDADE | 64 |
| 6 | DEFINIÇÃO DAS CLASSES DIAMÉTRICAS | 65 |
| 7 | DEFINIÇÃO DAS CLASSES DE SÍTIO | 66 |
| 8 | MODELOS DE EQUAÇÕES DE FORMA AJUSTADAS | 73 |
| 9 | DIMENSÕES DOS SORTIMENTOS ESTUDADOS | 82 |
| 10 | EVOLUÇÃO DOS PARÂMETROS DENDROMÉTRICOS DA ÁRVORE 1, OBTIDOS NA ANÁLISE DE TRONCO | 97 |
| 11 | EVOLUÇÃO DOS PARÂMETROS DENDROMÉTRICOS DA ÁRVORE 10, OBTIDOS NA ANÁLISE DE TRONCO | 98 |
| 12 | FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS SEGUNDO CLASSES DE IDADE, SÍTIO E POSIÇÃO SOCIOLÓGICA | 101 |
| 13 | ANÁLISE DA VARIÂNCIA DOS FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS | 101 |
| 14 | TABELA DE ANÁLISE DA VARIÂNCIA DOS VOLUMES MÉDIOS .. | 103 |
| 15 | FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS POR CLASSE DE IDADE E CLASSE DE SÍTIO | 103 |
| 16 | FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS POR CLASSE DE IDADE E POSIÇÃO SOCIOLÓGICA | 106 |
| 17 | FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS POR CLASSE DE SÍTIO E POSIÇÃO SOCIOLÓGICA | 107 |
| 18 | COEFICIENTES, DIMENSÕES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO MODELO 1 AOS DADOS DA ÁRVORE 30, SEGUNDO A IDADE ... | 109 |
| 19 | COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO MODELO DE KOZAK AOS DADOS DA ÁRVORE 30, SEGUNDO A IDADE | 110 |

TABELA

| | | |
|----|---|-----|
| 20 | COEFICIENTES, DIMENSÕES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO MODELO POLINOMIAL DE QUINTO GRAU AOS DADOS DA ÁRVORE 30 SEGUNDO A IDADE | 111 |
| 21 | COEFICIENTES DOS MODELOS DE PROGNOSE DOS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS OBTIDOS PELO MÉTODO "STEPWISE" | 113 |
| 22 | ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS MODELOS DE PROGNOSE DOS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS | 114 |
| 23 | DIFERENÇAS EM CENTÍMETROS ENTRE OS RAIOS OBSERVADOS E ESTIMADOS ATRAVÉS DAS POLINOMIAIS APROXIMADAS SEGUNDO ALTURA DE MEDIÇÃO. ÁRVORE: 1 PARCELA: 6 | 129 |
| 24 | DIFERENÇAS EM CENTÍMETROS ENTRE OS RAIOS OBSERVADOS E ESTIMADOS ATRAVÉS DAS POLINOMIAIS APROXIMADAS SEGUNDO ALTURA DE MEDIÇÃO. ÁRVORE: 2 PARCELA: 6 | 130 |
| 25 | DIFERENÇAS EM CENTÍMETROS ENTRE OS RAIOS OBSERVADOS E ESTIMADOS ATRAVÉS DAS POLINOMIAIS APROXIMADAS SEGUNDO ALTURA DE MEDIÇÃO. ÁRVORE: 3 PARCELA: 6 | 131 |
| 26 | DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DAS DIFERENÇAS OBSERVADAS | 132 |
| 27 | DIFERENÇAS PERCENTUAIS DAS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES E FATORES DE FORMA NATURAIS NA PARCELA: 53 ÁRVORE: 22 POSIÇÃO SOCIOLOGICA: DOMINANTE | 133 |
| 28 | DIFERENÇAS PERCENTUAIS DAS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES E FATORES DE FORMA NATURAIS NA PARCELA: 72 ÁRVORE: 17 POSIÇÃO SOCIOLOGICA: MÉDIA | 134 |
| 29 | DIFERENÇAS PERCENTUAIS DAS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES E FATORES DE FORMA NATURAIS NA PARCELA: 46 ÁRVORE: 27 POSIÇÃO SOCIOLOGICA: INFERIOR | 135 |
| 30 | DISTRIBUIÇÃO DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS DOS VOLUMES TOTAIS E FATORES DE FORMA NATURAIS | 136 |
| 31 | VOLUMES SEM CASCA POR SORTIMENTOS SEGUNDO A IDADE PARCELA: 46 ÍNDICE DE SÍTIO: 17 m | 139 |
| 32 | VOLUMES SEM CASCA POR SORTIMENTOS SEGUNDO A IDADE PARCELA: 53 ÍNDICE DE SÍTIO: 16.8188 m | 140 |
| 33 | VOLUMES SEM CASCA POR SORTIMENTOS SEGUNDO A IDADE PARCELA: 51 ÍNDICE DE SÍTIO: 13.3878 m | 141 |
| 34 | APLICAÇÃO DO TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV À DISTRIBUIÇÃO DOS SORTIMENTOS | 138 |
| 35 | VOLUMES TOTAIS E DIFERENÇAS ABSOLUTAS E RELATIVAS .. | 142 |

TABELA.

| | | |
|----|---|-----|
| 36 | RAZÕES DE CRESCIMENTO DO DIÂMETRO DA BASE, DO DIÂMETRO A ALTURA DO PEITO E DA ALTURA TOTAL EM FUNÇÃO DA IDADE ÁRVORE: 1 | 145 |
| 37 | RAZÕES DE CRESCIMENTO DO DIÂMETRO DA BASE, DO DIÂMETRO A ALTURA DO PEITO E DA ALTURA TOTAL EM FUNÇÃO DA IDADE ÁRVORE: 2 | 146 |
| 38 | RAZÕES DE CRESCIMENTO DO DIÂMETRO DA BASE, DO DIÂMETRO A ALTURA DO PEITO E DA ALTURA TOTAL EM FUNÇÃO DA IDADE ÁRVORE: 3 | 147 |
| 39 | DIFERENÇAS ENTRE OS RAIOS E VOLUMES, OBSERVADOS E ESTIMADOS SEGUNDO O METODO DE CRESCIMENTO AFIM PROPOSTO POR SLOBODA. ÁRVORE: 1 PARCELA: 6 | 149 |
| 40 | IDADES INICIAIS E FINAIS E PERÍODOS DE PROGNOSE NOS QUAIS AS DIFERENÇAS NOS VOLUMES SÃO MENORES A 10 % ... | 155 |

RESUMO

Neste trabalho estudou-se a dinâmica da forma dos fustes de árvores de Araucaria angustifolia, a partir de dados da análise de tronco de 39 árvores, obtidos de povoamentos plantados da Floresta Nacional do Açungui, Paraná, Brasil.

Avaliou-se o efeito dos fatores idade, sítio e posição sociológica, na forma dos fustes definida pelo fator de forma natural. Aplicou-se a análise da variância e comparou-se os efeitos dos mesmos fatores sobre a forma e o volume.

Descreve-se as tendências observadas na evolução do fator de forma através da idade, segundo classes de sítio e posição sociológica.

Detectou-se um claro efeito da idade na forma, enquanto que os efeitos dos fatores apresentam interações.

Testou-se a estimativa dos coeficientes de funções de forma relativas, para o qual ajustam-se inicialmente três modelos. Procurando-se depois os melhores modelos para a estimativa dos coeficientes das funções de forma, em função da idade, o diâmetro e a altura, e as suas transformações quadrática, logarítmica e inversa. Na seleção das variáveis empregou-se o procedimento chamado "Stepwise".

Quanto à estimativa dos parâmetros dos modelos testados, o que apresentou melhor desempenho foi o modelo de Kozak et alli:

$$(dh/d) = b_0 + b_1 (h/H) + b_2 (h/H)^2$$

Estudou-se finalmente uma idéia de conceber a dinâmica de árvores individuais, baseadas nas equações diferenciais, proposta por SLOBODA para a pesquisa do crescimento passado de árvores, aplicado também a povoamentos e para a prognose do crescimento futuro de árvores individuais.

Na pesquisa do crescimento passado das árvores individuais, aproximaram-se aos perfis anuais, polinomiais de até quinto grau, ajustadas pelo método dos mínimos quadrados, obtendo-se diferenças nos volumes individuais inferiores ao 5 % das obtidas através das análises de tronco.

Na pesquisa do crescimento passado de povoamentos, considerou-se a evolução da massa remanescente no momento do estudo, considerando três classes diamétricas. Obtendo-se uma sobre-estimativa de aproximadamente 36 %, em relação aos resultados obtidos pela FUPEF em 1986.

Testou-se também as aplicações das fórmulas para o crescimento equiforme e afim, concluindo-se que as últimas são as mais gerais e válidas para as condições de crescimento da espécie.

Na aplicação das fórmulas do crescimento afim, na prognose do crescimento de árvores individuais, empregaram-se as mesmas polinomiais aproximadas já descritas, considerando idades iniciais de 2 em 2 anos a partir dos 10 anos.

Resultou possível prognosticar os volumes às 5 alturas relativas testadas, com uma diferença inferior a 10 %, considerando uma idade inicial média de 14 anos e períodos de prognose médios de 22 anos.

1 INTRODUÇÃO

O estudo da forma do tronco de árvores de espécies florestais, constitui um aspecto parcial, porém, não menos importante da ciência florestal.

Além do tamanho, a forma associa-se diretamente ao uso potencial do tronco das árvores.

A determinação e interpretação das relações entre a forma dos troncos e as condições ambientais, a possibilidade de exercer influência sobre ela, a possibilidade de prognosticar a forma e os produtos que serão obtidos de uma árvore ou povoamento, constituem uma preocupação cotidiana dos manejadores de florestas.

Embora a ciência florestal do Brasil seja relativamente jovem, aspectos relacionados ao estudo, definição, estimativa e aplicação prática de medidas da forma do tronco de árvores, foram considerados em várias Teses de Doutorado: HOSOKAWA⁴², SILVA⁸¹, SCHNEIDER⁷⁸; em Dissertações de Mestrado: BORGES¹², JORGE⁵⁰, AHRENS²; em inúmeros Trabalhos de Pesquisa e, inclusive, justificou a realização do V Seminário Sobre Atualidades e Perspectivas Florestais, organizado pela EMBRAPA na cidade de Curitiba, Paraná, Brasil; no ano 1982.

A presente pesquisa pretende ampliar em alguns aspectos do estudo iniciado por BURGER et alii¹⁵, quanto à relação entre a forma das árvores e a idade, o sítio, incorporando também, desta vez, árvores providas de diferentes posições sociológicas no povoamento. Por outro lado, avaliar as metodologias mais conhecidas para a pesquisa e a prognose das funções de forma do tronco das árvores, aplicando-as a dados provindos de povoamentos plantados de Araucaria angustifolia.

1.1 JUSTIFICATIVA

A Araucaria angustifolia sendo uma conífera autóctona do Brasil de inestimável valor, foi afetada pelo problema do esgotamento das suas reservas nativas depois de séculos de atividade exclusivamente extrativista, época na qual suas matas contribuíram significativamente ao crescimento da economia do Paraná e do país.

Segundo BREPOHL¹³ da área primitiva estimada de 73.780 km², somente restava uma superfície de 3.166 km² em 1977.

Porém, como resposta à conscientização do problema do seu esgotamento por parte da sociedade brasileira e especialmente do setor florestal, a espécie tem sido objeto de importantes reflorestamentos nas últimas décadas.

Segundo MACHADO⁶⁰, a superfície reflorestada com a espécie, atingia um total de 66.361,33 hectares, em 1981.

Esses dois fatos descritos (diminuição das reservas nativas e o aumento da superfície reflorestada), considerados ainda dentro do contexto do mercado madeireiro mundial, caracterizado principalmente pelo aumento da demanda de madeira e uma diminuição dos recursos florestais, geram dentro do Brasil, dois desafios à engenharia florestal em relação ao manejo das florestas da espécie em questão, a saber:

a) adaptar a tecnologia de industrialização às novas circunstâncias do mercado (menos madeira e de menor tamanho);

b) aumentar os esforços para gerar ferramentas técnicas que permitam um planejamento mais intensivo da produção florestal, dando aos produtos obtidos os melhores e maiores usos possíveis.

Com referência ao último ponto, os seguintes conceitos de

pesquisadores e docentes universitários que trabalharam na região, são apresentados com o intuito de justificar o trabalho.

84

SCHOPFER * , citado por SLOBODA expressa "a ciência florestal moderna serve-se de maneira crescente de diferentes modelos de planejamento, dentro dos quais a prognose da oferta de matéria prima e sobretudo dos sortimentos, desempenha um importante papel".

1

Segundo AHRENS "paralelamente, universidades, instituições de pesquisa e empresas tem manifestado um crescente esforço em experimentação florestal, considerando a definição de procedimentos operacionais que permitem decisões mais eficientes ao manejo de recursos florestais. A investigação de métodos e alternativas para volumetria de espécies florestais é somente uma das áreas de pesquisa necessárias à plena execução de um plano de manejo. Entretanto, nem por isso, menos prioritária. E com base no volume que se desenvolvem o comércio de madeira, os inventários florestais e o abastecimento da grande maioria das indústrias do setor. Neste contexto, o uso de funções de forma assume significativa importância para os estudos envolvidos com a quantificação do volume de madeira quando são estabelecidos padrões de dimensões para a utilização de material lenhoso".

83

SILVA , expressa que as tabelas de sortimento, independentes do seu tipo e da forma das árvores, desde muito cedo tem constituído um problema central da ciência florestal. A prova disto, é que têm sido desenvolvidas intensivas pesquisas biométricas e estatísticas com o principal objetivo de alcançar a otimização da classificação e valorização dos produtos flores-

* SCHOPFER, W. Automatisierung der Massen-, Sorten- und Wertberechnung stehender Waldbestände, Schriftenreihe der LFV Ba-Wu, Bd. 21. Citado por SLOBODA, B. Die Beschreibung der Dynamik der Schaftformfortpflanzung mit Hilfe der Ähnlichkeitsdifferentialgleichung und der Affinität. Mitteilungen der Forstlichen Bundesversuchsanstalt Wien, 120. p. 53-60.

tais, segundo suas qualidades, dimensões e possibilidades de utilização. Independente das irregularidades das secções transversais dos troncos, as árvores possuem determinado tipo de forma do tronco que varia de espécie para espécie, em dependência do sítio e o povoamento.

79

SCHNEIDER diz "A crescente demanda de madeira de diferentes tipos de sortimentos tem levado os pesquisadores florestais a estudar e desenvolver métodos para quantificar e qualificar a produção florestal, considerando as variações regionais e locais. Este aumento da demanda de madeira, acompanhado da elevação dos preços dos sortimentos, tem incentivado o desenvolvimento de técnicas visando aumentar o rendimento das florestas por unidade de área, e conseqüentemente uma redução de custos da matéria prima".

43

Segundo HOSOKAWA "as funções de forma são instrumentos biométricos básicos para a determinação do critério de retorno de investimento Rotação Técnica, a qual conjuga a oportunidade do mercado consumidor com as características das dimensões das toras de uma árvore ou povoamento de forma quantitativa e seletivamente. Em outras palavras, seria um instrumento que permite a previsão e quantificação do tipo de produto (matéria-prima dimensional e adimensional) de um povoamento florestal. Com isto ele se evidencia como instrumento que facilita a decisão sobre desbastes e também na escolha do povoamento que deverá ser submetido ao corte; procurando obter o máximo de produto conciliado com o mercado".

Depois, expressa "O procedimento normal para a determinação da rotação técnica consiste em auscultar de forma dinâmica as últimas evoluções do mercado consumidor e prognosticar o seu desenvolvimento futuro de acordo com as potencialidades de consu-

mo de matéria prima por tipo de produto.

Uma vez quantificada a tendência do consumo, deve ser aferida a esta tendência quais os povoamentos que preencham o requisito exigido para processar o corte. Naturalmente, esta aferição não pode ser encarada apenas do ponto de vista estático, mas sim de uma forma dinâmica e isto implica em avaliar o desenvolvimento da forma das árvores por povoamento, otimização do número e tipo de peças por fuste, aumento marginal do número de tipo de peças bem como o incremento em renda marginal. Com este procedimento, a atividade florestal diminuirá o risco de deterioração do mercado".

59

MACHADO & SCHOPFER trataram a elaboração de auxílios de decisão para a minimização dos riscos de investimentos na utilização industrial de madeira de plantações, empregando o programa de madeira serrada da Universidade de Freiburg, que permite simular alternativas de serragem do fuste de uma árvore a partir de dados do seu perfil real.

34

GLADE depois de desenvolver um estudo sobre a dinâmica das distribuições diamétricas de povoamentos de Eucaliptus grandis Hill ex Maiden recomendou usá-las juntamente com equações de volume ou equações de forma para se ter os sortimentos por classe de diâmetro. Para isto existe a necessidade de se ter um estudo da dinâmica da estrutura do povoamento, através das distribuições diamétricas, juntamente com um estudo da evolução da formadas árvores do povoamento com o fim de ter uma ferramenta prática e útil na avaliação e prognose dos sortiemntos num povoamento determinado.

47

HOSOKAWA , ao avaliar economicamente as operações de poda e desbaste, diz "quanto a poda é praxe, configurar os seguintes parâmetros no que se refere aos aspectos econômicos: época de

poda, intensidade de poda, tipo de poda e grau de poda. A época de poda depende principalmente da forma de industrialização da madeira. Assim, em caso de desenrolados, a poda deverá ser iniciada quando a árvore alcançar um diâmetro na ponta da tora pretendida, de tal forma que o diâmetro será o resíduo nos desenrolados. A altura de poda é definida pelo comprimento da tora objetivada. O mesmo procedimento deverá ser tomado para a poda da próxima porção do fuste, ambos os parâmetros (comprimento e diâmetro) definem o volume econômico da madeira. O grau de poda está muito mais associado à forma das árvores. Quanto mais o fuste se aproximar do cilindro, maior será o número de tora e volume aproveitáveis e, portanto, o efeito da poda será mais significativo".

1.2 OBJETIVOS

Para a realização da presente pesquisa foram formulados os seguintes objetivos:

1.- Estudar e descrever o comportamento da forma do tronco das árvores plantadas de Araucaria angustifolia segundo a idade, o sítio e a posição sociológica das mesmas.

2.- Aplicar e avaliar o método da estimativa dos parâmetros das funções de forma relativas, em dados obtidos na análise de troncos.

3.- Pesquisar e avaliar o emprêgo do método de pesquisa proposto por Sloboda, no estudo do crescimento passado de árvores e povoamentos.

4.- Aplicar e avaliar o método proposto por Sloboda, na prognose do crescimento de árvores individuais.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 ANÁLISE DE TRONCO

O crescimento do tronco das árvores, caracteriza-se pela acumulação de camadas de células (diferenciáveis ou não em anéis anuais), à maneira de cones superpostos, originadas pela atividade dos tecidos meristemáticos (apicais e o câmbio) e resultante da interação entre a árvore e o ambiente onde ela cresce.

Segundo ^B BARUSSO "Cientistas de muitos países pesquisam sobre o crescimento de árvores, quer seja para a finalidade dendrométrica, silvicultural, dendrocronológica, ou outras.

Crescendo em camadas, as árvores formam anualmente, vistas na secção transversal do tronco, anéis que podem identificar o seu crescimento. Este crescimento pode ser conhecido através da análise de tronco. Entende-se como tal, a análise de certo número de secções transversais retiradas do tronco de uma árvore, para determinar seu crescimento e qualidade, em diferentes períodos de sua vida. Esta definição abrange todas as áreas, quer tecnológicas, silviculturais, ou outras, bem como qualquer espécie florestal que possua características que permitam esta análise".

Acrescenta ainda que "esta técnica de reconstrução do crescimento passado de uma árvore, só poderá ser aplicada em regiões que permitam a determinação do ano em que certo anel foi formado". De modo geral, as coníferas como Araucaria angustifolia, nas condições Sulbrasileiras, apresentam esta característica.

Embora, não se saiba exatamente quem reconheceu primeiro que as árvores crescem em camadas anuais, esta forma de crescimento, típica das árvores principalmente de regiões temperadas, faz com que seu desenvolvimento passado seja reconhecido.

Existem duas maneiras de se obter informação para estudar a dinâmica das árvores:

- a) por medições periódicas na árvore;
- b) por análise de tronco.

Encontrando-se os povoamentos já em idades relativamente avançadas e não se possuindo dados de medições periódicas, tem-se que recorrer à análise de tronco.

48

HUSCH et alli dizem: um registro do crescimento passado de uma árvore pode ser obtido através da análise de tronco. Tal estudo mostra como uma árvore cresceu em diâmetro, altura e como ela mudou a sua forma com o incremento no seu tamanho. Ao fazer uma análise de tronco conta-se e mede-se os anéis de crescimento sobre secções transversais a diferentes alturas acima do solo.

O procedimento para fazer uma análise de tronco sobre secções transversais (fatias) é simples:

a) derrubar a árvore e seccionar o fuste em toras de comprimento desejado;

b) determinar e registrar a espécie, d.a.p., altura total, idade na altura do toco e idade total;

c) medir e registrar a altura do toco, comprimento de cada secção e do cone superior;

d) medir e registrar o diâmetro médio nos extremos de cada secção;

e) definir um raio médio sobre cada secção transversal e traçar uma linha ao longo com um lápis mole.

f) ao longo de cada raio médio, contar os anéis anuais, da casca até a medula, o começo de cada décimo anel, ou outro período desejado. Registrar o número de anéis de cada secção;

g) da medula até a casca, ao longo do raio médio, registrar a distância até cada décimo anel, ou outra quantidade desejada de anéis.

Ao fazer o processamento da análise de tronco, o primeiro

passo é representar graficamente a curva de altura acima do solo das secções em função das idades necessárias para atingi-las, até a secção superior. Depois, os diâmetros (ou raios) de cada anel em cada secção são representados à altura apropriada. Finalmente, os pontos que representam diâmetros (ou raios) de uma mesma idade são unidos para formar a curva de forma ou afilamento para cada idade específica, a posição terminal de cada curva é estimada a partir da curva altura-idade, graficada no primeiro passo".

6
 AVERY & BURKHART dizem "O mais acurado método de avaliar o crescimento acumulado do volume das árvores é pela análise completa do tronco. O método exato de fazer a análise de tronco considera secções de tamanho variável de acordo à forma do fuste e a precisão desejada". Em outro parágrafo dizem os mesmos autores: "As tabelas de sortimento são preferencialmente construídas através da análise de troncos de árvores derrubadas ou pela leitura com dendrômetros óticos sobre árvores em pé. Com tais informações, as curvas de afilamento ou forma podem ser definidas para árvores de qualquer tamanho, o qual permite o cálculo dos volumes de árvores para qualquer grau de utilização".

Quanto à aplicação da técnica na região e na espécie considerada, é importante citar DE HOOG et alii²¹, os quais usaram dados de 52 árvores dominantes coletadas em 13 regiões desde Minas Gerais até o Rio Grande do Sul, os quais pertenciam a povoamentos plantados de Araucaria angustifolia de até 28 anos de idade, na construção de um sistema de curvas de classificação de sitio, para a espécie e na região citada. Os mesmos dados foram usados depois por BURGER et alii¹⁵ para estudar a dinâmica da forma dessas árvores.

2.2 FORMA DO TRONCO DAS ÁRVORES

54
 LARSON afirma "a forma do tronco das árvores pode ser

considerada tanto um conceito dendrométrico como um conceito biológico; dependendo de se desejar salientar a produção da árvore, em termos de um produto, ou do desenvolvimento da árvore, em termos de um sistema vivente.

Na procura de explicar a forma das árvores, no sentido do raciocínio causal, diversas hipóteses tem sido apresentadas para explicá-la, tais como a hipótese nutricional, a hipótese da condução de água, a mecânica e a hormonal".

As variáveis que afetam a forma do tronco, por outro lado, são de grande importância para a silvicultura e o manejo, tendo sido estudadas por vários autores. LARSON refere-se a vários estudos, relacionados à densidade (número de árvores por unidade de área), ao sítio, tratos culturais, hereditariedade e efeito de pragas e doenças, com o desenvolvimento da forma do tronco das árvores.

Do ponto de vista dendrométrico, BORGES diz "a forma da árvore (do seu tronco ou fuste) genericamente é a sua configuração externa que, a rigor, não se identifica com a forma de um sólido geométrico específico, mas com vários, segundo a porção do tronco, que seja considerada. Mais restritamente, a forma do tronco pode ser associada ao termo afilamento que representa a diminuição do diâmetro com o aumento da altura e como tal pode ser expressa por uma função matemática que descreva a tendência dessa variação".

Segundo LOETSCH et alii as tentativas de explorar a forma das árvores através do raciocínio causal, não produziram qualquer solução satisfatória, porque cada uma dessas hipóteses: nutricional, mecanicista, de condução de água e hormonal, considera somente uma das funções biológicas do tronco. Tais hipóteses da forma do tronco são de pouco uso prático no inventário flores-

tal. Os métodos práticos são geralmente empíricos e serão considerados mais adiante. Os mesmos autores, descrevendo a forma das árvores, observam que, "tomada uma secção longitudinal, a curva configurada pelo seu perfil é na base convexa em relação ao eixo do tronco; essa parte convexa atinge um ponto de inflexão, cuja localização é variável segundo a espécie e, a partir dele, torna-se côncava e termina mais ou menos em forma de cone no topo. Então no sentido base-topo, caracterizam-se três diferentes sólidos geométricos: um neilóide, um parabolóide e um cone".

48

HUSCH et alli consideram a mesma sequência como sendo cilindro, tronco de neilóide, tronco de parabolóide e cone, no sentido base-topo. Na realidade, essas formas puras raramente são encontradas e os limites entre os diferentes sólidos são de difícil determinação, contudo, essa aproximação desempenhou e desempenha um importante valor teórico na definição de uma expressão matemática que descreva a forma do fuste.

2.3 FATORES E QUOCIENTES DE FORMA

48

HUSCH et alli mencionam o fator de forma como sendo uma das alternativas usadas para quantificar a forma do fuste de uma árvore, e definido como a relação entre o volume real da árvore e o volume de um sólido geométrico, possuindo ambos o mesmo diâmetro e altura, denominando-se:

$$Wx = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h \quad (1)$$

tem-se que:

$$V = Wx \cdot fx \quad \therefore \quad fx = V / Wx \quad (2)-(3)$$

onde:

V = volume do fuste da árvore

fx = fator de forma comum ou artificial

Wx = volume aparente do fuste da árvore (normalmente determinado como sendo o volume de um cilindro)

A relação anterior depende portanto do conhecimento prévio do volume do fuste da árvore para que se possa obter f_x .

O fator de forma convencional relativo ao diâmetro à altura do peito é o fator de redução para se chegar ao volume, em que o cilindro de referência tem como diâmetro aquele tomado à altura de 1,30 m do solo.

Árvores com formas geométricas idênticas, mas com alturas diferentes produzem diferentes fatores de forma convencional, o que, segundo LOETSCH et ali⁵⁸, é causado pela influência das bases das mesmas, que em árvores velhas e grandes, excede a região do diâmetro à altura do peito.

O fator de forma natural é aquele em que o diâmetro de referência é locado à uma altura relativa, podendo este ser tomado a 1/5, 1/10 ou 1/20 da altura total. Este conceito foi introduzido por HOHENADL⁴¹.

PRODAN⁷⁴ observa que HOHENADL conseguiu expressar no fator de forma natural, a série de medidas relativas tomadas ao longo do tronco por um único valor ou fator, de maneira que permita dizer-se algo sobre o desenvolvimento da referida série.

Segundo CAILLEZ¹⁶, o fator de forma natural ou de Hohenadl é definido como sendo:

$$f_{0,1} = \frac{v}{g \cdot \frac{h}{10}} \quad (4)$$

onde:

$f_{0,1}$ = fator de forma natural ou de Hohenadl

v = volume real do tronco

h = altura total

$g \frac{h}{10}$ = área da secção transversal do tronco à altura de $h/10$

Na prática o fator de forma natural é calculado normalmente, aplicando a fórmula de volume de Huber, a dados de uma série de

medições tomadas em alturas relativas fixas, segundo a seguinte fórmula final:

$$f_{0,1} = 0,2 \left(\left(\frac{d_{0,1}^2}{d_{0,1}} \right) + \left(\frac{d_{0,3}^2}{d_{0,1}} \right) + \left(\frac{d_{0,5}^2}{d_{0,1}} \right) + \left(\frac{d_{0,7}^2}{d_{0,1}} \right) + \left(\frac{d_{0,9}^2}{d_{0,1}} \right) \right) \quad (5)$$

onde:

$f_{0,1}$ = fator de forma natural ou de Hohenadl

d_i = diâmetro do fuste medido na altura correspondente à fração "i" da altura total ($0,1 \leq i \leq 0,9$)

Através deste fator de forma, árvores de diferentes alturas, mas que apresentam formas similares, poderão ser comparadas, pois os diâmetros das séries são medidos a uma mesma distância relativa vinculada a um diâmetro situado à mesma altura relativa.

Somente a fim de se ter uma referência, lembra-se que o fator de forma natural do neilóide é 0,34; do cone 0,41; do parabolóide 0,56 e do cilindro 1.

58

Segundo LOETSCH et alii, o fator de forma não é diretamente mensurável, porém, o quociente de forma, isto é, a relação entre dois diâmetros medidos a diferentes alturas, pode ser obtido diretamente. O quociente de forma é usado geralmente como uma terceira variável independente que expressa a forma do fuste das árvores no ajuste de equações de volume. Os quocientes de forma servem ainda como variáveis independentes em equações ajustadas para estimar o fator de forma e de maneira especial auxiliam na descrição dos perfis de troncos.

49

SCHIFFEL* citado por HUSCH et alii, definiu o primeiro dos quocientes de forma conhecidos, como sendo a razão entre o diâmetro na metade da altura da árvore e o diâmetro à altura do peito, ou seja:

* SCHIFFEL, A. Form und Inhalt der Fichte Wien. Mitt. a. d. Forst Versuchswesen. Osterreich Hf. 24, 1899. Citado por HUSH, B.; MILLER, C. I. & BEERS, T. E. Forest Mensuration. 3. ed. New York, Jhon Wiley, 1980. 402 p.

$$k = d (0,5 h) / d \quad (6)$$

onde:

k = quociente de forma de Schiffel ou quociente de forma normal

$d (0,5 h)$ = diâmetro medido na metade da altura total do fuste

d = diâmetro à altura do peito

74

PRODAN diz que os quocientes de forma propostos por SCHIFFEL são tentativas antigas para expressar a forma do tronco. Ele denomina o quociente de forma na metade do tronco, como quociente de forma não verdadeiro. O quociente de forma absoluto apresentado por JONSON, é aquele, segundo HUSCH et alli em que a posição do diâmetro superior foi mudado para um ponto médio entre a altura do peito e a altura total do fuste, ou seja:

$$k_a = d_{0,5} (h + 1,3 m) / d \quad (7)$$

onde:

k_a = quociente de forma absoluto ou de JONSON

$d_{0,5} (h + 1,3 m)$ = diâmetro medido no ponto médio entre a altura do peito e o topo da árvore

d = diâmetro à altura do peito

GIRARD *, desenvolveu um quociente de forma para uso como variável independente na confecção de tabelas de volume o qual é a relação entre o diâmetro no topo da primeira tora comercial padrão (17 pés = 5,17 m), em relação ao diâmetro à altura do peito, segundo HUSCH et alli :

$$k_G = d_u / d \quad (8)$$

onde:

k_G = quociente de forma de Girard

d_u = diâmetro sem casca medido no topo da primeira tora padrão (5,27 m)

* GIRARD, J. W. Volume tables for Mississippi bottomland hardwoods and southern pines. Jour. Forestry, 31: 34-41, 1933. Citado por HUSH, B.; MILLER, C. I. & BEERS, T. E. Forest Mensuration. 3. ed. New York, Jhon Wiley, 1980. 402 p.

d = diâmetro à altura do peito

O emprego prático desse quociente de forma, implica na sua expressão percentual, conhecida como sendo a classe de forma de Girard.

41

A metodologia de HOHENADL, para o estudo da forma do tronco baseia-se em tomar diâmetros em posições correspondentes às frações iguais da altura total, sendo que estas devem ser expressas em termos do diâmetro normal ou de algum outro diâmetro de referência ($d_{0,1}$ h). Tem-se então, que o tronco é dividido, do solo ao topo, em 5 partes e para definir o fator de forma natural usam-se os quocientes de forma, definidos como sendo as razões entre os diâmetros tomados em 0,1 ; 0,3 ; 0,5 ; 0,7 e 0,9 da altura total e o diâmetro medido a 0,1 da altura total.

Tais quocientes, chamados quocientes de forma proporcionais naturais, apresentam a grande vantagem de serem comparáveis mesmo entre árvores de diferentes dimensões. A desvantagem prática que apresentam é a necessidade de se conhecer previamente a altura total das árvores. Os quocientes naturais de forma são formulados genericamente como:

$$k_{0,i} = d_{0,i} / d_{0,1} \quad (9)$$

onde:

$k_{0,i}$ = quociente de forma natural à altura 0,i da altura total do fuste

$d_{0,i}$ = diâmetro do fuste medido à altura 0,i da altura total do fuste

$d_{0,1}$ = diâmetro à altura 0,1 da altura total do fuste

5

ASSMANN verificou que as mudanças na forma do tronco de abeto, com o aumento da idade e altura, são devidas principalmente ao aumento da base da árvore. A pressão estática nas secções transversais do tronco perto do solo, que cresce com o aumento da altura de árvore, resulta em um engrossamento contínuo da base do

tronco, com o qual o ponto de inflexão da curva do tronco perto do solo não são captadas pela série de quocientes naturais desenvolvida por HOHENADL, tornando-se necessária a tomada de medidas adicionais, como a 0,125 h e 0,025 h, ou seja a 12,5 % e 2,5 % da altura total a partir do solo.

4

Segundo ANUCHIN numerosas pesquisas provaram que os quocientes de forma variam dentro de limites amplos. Para determinar as normas que governam esta variação, deve-se estudar primeiro a dependência dos quocientes de forma dos diâmetros e das alturas. Esta dependência não pode ser determinada sem um conhecimento prévio dos quocientes de forma médios do tronco para diferentes diâmetros e alturas.

Acrescenta logo, que geralmente os quocientes de forma decrescem ligeiramente com o crescimento dos diâmetros dos troncos. Esta variação é mais pronunciada em classes de diâmetro inferiores e gradualmente torna-se imperceptível à medida que os diâmetros tornam-se maiores. Conseqüentemente, a magnitude dos quocientes de forma depende do diâmetro à altura do peito e da altura total da árvore.

2.4 FUNÇÕES DE FORMA DO TRONCO

2.4.1 Conceito e funções mais conhecidas

As funções de forma ou de conicidade são funções matemático-estatísticas que definem e descrevem o perfil vertical do fuste de uma árvore ou amostra delas. Como quaisquer funções matemáticas ou estatísticas podem ser definidas de três maneiras diferentes: por uma equação, por uma tabela e por uma curva (gráfico).

52

Segundo KOZAK et alii, as funções de forma adequadamente ajustadas, permitem resolver os três problemas seguintes, do inventário florestal:

- a) Estimar o diâmetro do fuste a uma altura dada;
- b) Estimar a altura à qual se produz um diâmetro determinado;
- c) Calcular volumes totais e parciais, pela integração da função.

50

Segundo JORGE "uma das possibilidades de que se dispõe para expressar a forma média do tronco de uma espécie florestal é através da construção ou ajuste de uma curva modelo do tronco com o perfil característico da espécie em questão. Tomando-se então medições de diâmetros em pontos sucessivos ao longo do tronco das árvores pode-se tentar ajustar modelos matemáticos que fornecem um bom retrato da forma do tronco. O propósito final é sempre obter uma ou mais equações que descrevam o perfil do tronco, da espécie ou das espécies em estudo, para que se possa usá-las na estimativa do volume".

Com relação aos modelos empregados no ajuste, HOJER *
citado por BORGES ¹², desenvolveu no início do século, uma fórmula empírica, para expressar a variação do diâmetro ao longo do tronco em árvores de Picea abies (L.) Karst.. A fórmula usada foi:

$$k_i = dz/d = C \log \frac{c + z}{c} \quad (10)$$

onde:

dz = diâmetro à distância z do solo;

d = diâmetro à altura do peito,

C e c = constantes.

74

Segundo PRODAN esta foi a primeira tentativa conhecida

* HOJER, A. G. Tallens och granens tillvaxt. Bihang till Fr. Lovén. Om vara barrskogar. Stockholm, 1903. Citado por BORGES, J. F. Seccionamento do fuste de Pinus taeda L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função polinomial. Curitiba, 1981. 81 p. Dissertação. Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Universidade Federal do Paraná.

de expressar a forma média do fuste através de uma equação matemática.

49

JONSON * citado por HUSCH et alii , utilizou alguns anos mais tarde, essa expressão, introduzindo uma "constante biológica" na equação original, por ter verificado, ao aplicar o modelo de Hojer em Pinus sylvestris L., uma queda do diâmetro excessivamente pronunciada na parte superior do tronco. A equação proposta foi:

$$k_i = C \log \frac{c + z - 2,5}{c} \quad (11)$$

onde:

2,5 = constante biológica

64

MATTSSON constatou ao usar a fórmula de Hojer com outras espécies, que a introdução da "constante biológica" possibilitou alcançar bons resultados.

9

BEHRE testou a equação da hipérbole para descrever a forma do tronco de várias espécies, obtendo resultados mais consistentes do que aqueles obtidos com o uso da fórmula de Hojer. A equação da hipérbole usada foi:

$$k_i = dz/d = \frac{z}{a_0 + a_1 z} \quad (12)$$

onde:

dz = diâmetro à distância z do topo da árvore
(z é expressada em percentagem da altura total da árvore menos 1,3 m)

d = diâmetro à altura do peito

a₀, a₁ = coeficientes da equação

63

MATTE , trabalhando com Pinus taeda L., testou os modelos propostos por Hojer e Behre e ainda os dois modelos seguintes:

* JONSON, T. Taxatoriska undersökningar om skogstradens form I. Granens stamform. Skogsnytt. Tidskr. 6: 285-326, 1910. Citado por HUSH, B.; MILLER, C. I. & BEERS, T. E. Forest Mensuration. 3. ed. New York, Jhon Wiley, 1980. 402 p.

$$y^2 = C x^r \quad (13)$$

$$y = x \sqrt{a x^2 + b x + c} \quad (14)$$

onde:

y = diâmetro relativo à altura x ;

x = altura relativa do tronco

C, r, a, b = constantes

Da comparação dos quatro modelos, o autor concluiu que resultou ser mais eficiente o modelo (14), e que o resultado seria ainda melhor com uma estratificação dos dados.

38

GRAY propôs uma resolução bastante simples e de fácil aplicação onde o afilamento do fuste ou a redução da área transversal em função da altura são descritos por uma reta. Para a obtenção dessa linha de afilamento de Gray, devem ser omitidas as medições das extremidades do fuste.

Determinados os coeficientes da equação de cada árvore, constroi-se uma nova regressão, relacionando os coeficientes da equação da reta com o diâmetro à altura do peito e a altura total. As equações referidas são:

$$g = a + b h \quad (15)$$

$$a = a_0 + \frac{a_1}{d} + \frac{a_2}{h} \quad (16)$$

$$b = a_0' + \frac{a_1'}{d} + \frac{a_2'}{h} \quad (17)$$

onde:

g = área transversal à altura h ;

a, b = coeficientes da equação da reta;

$a_0, a_1, a_2, a_0', a_1', a_2'$ = coeficientes das segunda e terceira regressões;

d = diâmetro à altura do peito;

h = altura total.

74

PRODAN observou que a função seguinte, pode ser usada em

perfil do tronco, da base até o topo, usaram-se potências de até quadragésima ordem para a variável independente definida pela altura relativa seguinte:

$$x = \frac{h - h_m}{h - 4,5}$$

onde:

h = altura total em pés;

h_m = altura de medição em pés.

A variável dependente é dada pela razão entre os quadrados do diâmetro sem casca tomado a certa altura e o diâmetro à altura do peito com casca.

10

BENNETT & SWINDEL desenvolveram um modelo para a descrição da forma da árvore para Pinus elliotii Engelm; através de um polinômio de terceiro grau. Genericamente o modelo pode ser expresso por:

$$d(h_m) = B_1 \frac{d(h - h_m)}{h - 4,5} + B_2 (h - h_m) + B_3 h (h - h_m) (h - 4,5) + B_4 (h - h_m) (h - 4,5) (h - h_m - 4,5) \quad (20)$$

onde:

$d(h_m)$ = diâmetro em polegadas à altura de medição (h_m) em pés, sendo que $4,5 < h_m < h$;

d = diâmetro à altura do peito em polegadas;

h = altura total em pés;

B_1, B_2, B_3, B_4 = coeficientes a serem estimados.

74

Afirma PRODAN, que o ajuste de um polinômio de terceiro grau para Picea abies, não resultou em boas estimativas para o diâmetro relativo. Pelo contrário, o polinômio de quinto grau:

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + b_4 x^4 + b_5 x^5 \quad (21)$$

onde:

muitas circunstâncias com sucesso:

$$k_i = d_i/d = \frac{h^2}{b_0 + b_1 \frac{h_i}{h} + b_2 \frac{h_i^2}{h^2}} \quad (18)$$

onde:

k_i = quociente de forma na altura h_i do fuste;

d_i = diâmetro à altura h_i do fuste;

d = diâmetro à altura do peito;

h = altura total

b_0, b_1, b_2 = constantes

52
KOZAK et alli⁵² descreveram a forma do fuste várias espécies através da função parabólica seguinte:

$$\frac{d_i^2}{d^2} = b_0 + b_1 \frac{h_i}{h} + b_2 \frac{h_i^2}{h^2} \quad (19)$$

onde:

d_i = diâmetro a altura h_i do solo;

h = altura total da árvore

d = diâmetro à altura do peito;

b_0, b_1, b_2 = coeficientes da equação

Esse modelo descreveu satisfatoriamente a forma das 19 espécies estudadas no oeste do Canadá, apesar de ser uma função de ajuste bastante simples.

39
GROSEMBAUGH³⁹ com base na observação de árvores individuais expressou que elas podem assumir uma infinidade de formas e que uma definição analítica explícita não deve ser generalizada, devendo as funções de forma restringirem-se a pequenas populações.

14
BRUCE et alli¹⁴ empregaram funções de forma para Alnus rubra Bong, descritas por equações de regressão. Na descrição do

$$y = d_{0,1h} / 2 \cdot d_{0,1h} ;$$

$$x = h_i/h = \text{altura relativa}$$

foi usado com sucesso por PETERS⁷³ ao elaborar um método padrão para a construção de tabelas de volume para Araucaria araucana (Mol.) C. Koch, considerando o afilamento das árvores expresso pela referida função.

O método para a determinação dos coeficientes foi o do polinômio de interpolação, método já explorado por WUTT⁸⁹ e mais tarde no Brasil por BORGES¹² empregando dados de Pinus taeda L..

O polinômio de quinto grau foi ainda utilizado por GOULDING³⁷ e MURRAY para descrever a forma de Pinus radiata D. Don., o mesmo polinômio tem sido usado em Araucaria angustifolia com excelentes resultados, exemplos disto são os trabalhos de BURGER¹⁵ et alli^{42, 43} e HOSOKAWA⁴⁰

GUIMARÃES comparou o comportamento da função de potência:

$$d_i / d_{0,1h} = a (1 - h_i/h)^b \quad (22)$$

onde:

$d_{0,1h}$ = diâmetro à altura 0,1 da altura total h

d_i = diâmetro à altura h_i do solo

a, b = coeficientes

com relação ao modelo de KOZAK⁵² e o polinômio de quinto grau para descrever o afilamento médio das árvores de Eucalyptus grandis Hill ex Maiden e Araucaria angustifolia, encontrando que a função de potência fornecia melhores resultados para ambas as espécies, além de sua maior simplicidade.

CAMPOS et alli¹⁷ fizeram uso da mesma função de potência em Pinus elliottii Engelm., concluindo que ele apresenta uma ligeira tendência à subestimação além de apresentar alguns inconvenientes computacionais.

SILVA et alii empregaram os seguintes 5 modelos com dados de povoamentos de Araucaria angustifolia.

TABELA 1. MODELOS TESTADOS PARA REPRESENTAR A FORMA DOS TRONCOS INDIVIDUAIS DE PINHEIRO BRASILEIRO

| Modelo | Fórmula | Autor | No. |
|--------|---|---------------|------|
| 1 | $dh / d = a_0 + a_1 h/H + a_2 h^2 / H^2$ | Kozak et alii | (19) |
| 2 | $\ln(dh/d) = b_0 + b_1 \ln((H-h)/H)$ | anônimo | (23) |
| 3 | $dh / d = c_1 (h/H - 1) + c_2 (h/H - 1)^2$ | Kozak et alii | (24) |
| 4 | $dh = d_0 + d_1 (h / (H - 1,3))$ | Kozak et alii | (25) |
| 5 | $\ln \frac{(h-1,3)}{(H-1,3)} = e_1 \ln \frac{(dh - d)}{d} + e_2 (\ln \frac{(d-dh)^2}{d})$ | Silva | (26) |

Fonte: SILVA et alii (1978)

dh = diâmetro a nível superior ao d

d = diâmetro à altura do peito

h = altura correspondente ao diâmetro dh

H = altura total

ao, a1, a2, bo, b1, b2, c1, c2, do, d1, e1, e2 = coeficientes das equações

Concluíram que as equações logarítmicas (23) e (26) foram as que forneciam melhores estimativas para os dados amostrados, os quais foram obtidos em três povoamentos com idades variáveis entre 25 e 29 anos, localizadas na Floresta Nacional de Passo Fundo, Rio Grande do Sul, Brasil.

HOSOKAWA & GLADE⁴⁵ empregaram o polinômio absoluto de quinto grau, ou seja:

$$dh = b_0 + b_1 h + b_2 h^2 + b_3 h^3 + b_4 h^4 + b_5 h^5 \quad (27)$$

onde:

dh = diâmetro(cm) na altura h (m);

b0, b1, b2, b3, b4, b5 = coeficientes

nos dados de uma parcela de 900 m² de um povoamento de Araucaria

angustifolia do Município de Quedas do Iguaçu - Paraná-Brasil; apresenta-se uma metodologia para a determinação da renda bruta real de povoamentos florestais, obtendo-se, no caso, um coeficiente de determinação de 0,9008 e um erro padrão da estimativa de 11,43 %. Aplicou-se então a equação modelo para determinar os sortimentos por classe de diâmetro.

Embora não tendo uma relação direta com este trabalho, merecem atenção as pesquisas de PELLICO NETTO⁷¹ e JORGE⁵⁰ que tentaram simplificar ao máximo os problemas de processamento de ajuste das funções de forma, trabalhando com as assim chamadas séries relativas transformadas, resultantes de operações algébricas sobre os quocientes da série relativa natural.

2.4.2 Polinômios Segmentados

As bases teóricas dessa técnica foram amplamente discutidas por GALLANT³² e GALLANT & FULLER³³. Os autores, após aplicarem essa técnica em árvores de Pinus taeda L. concluíram que, devido à flexibilidade dos polinômios segmentados, pode-se obter resultados superiores àqueles obtidos com o uso de modelos quadráticos simples.

Conforme MAX & BURKHART⁶⁵ o fuste de uma árvore divide-se em três seções, cada uma assumindo formas geométricas definidas. Assim sendo, recomendam o emprego de três modelos de funções para expressar o afilamento do tronco. Esses três modelos podem ser unidos em um único modelo, que pode ser analisado pelas técnicas de regressão.

LIU⁵⁶, usou no estudo da forma do tronco da espécie Liriodendron tulipifera L., funções "splines" cúbicas, aplicando o algoritmo desenvolvido por REINCH⁷⁵.

A aproximação "spline" é uma interpolação de funções em classes de coordenadas que pode ser descrita como uma série de

polinômios segmentados cúbicos, ou seja, em vez de se interpolar uma função $f(x)$ que descreva um intervalo (a,b) através de um único polinômio, pode-se subdividir (a,b) em subintervalos (a,x_1) , (x_1,x_2) , ..., (x_{n-1}, b) e aproximar-se $f(x)$ por diferentes polinômios, um para cada subintervalo.

Mais recentemente, um novo conceito sobre a aplicação deste processo foi desenvolvido por PREUSSNER* citado por PELLICO NETTO⁷⁰. Seu método consistiu em subdividir a curva de forma em 4 partes distintas tendo cada parte sido equacionada como uma parábola e sua série diamétrica foi tomada como função do diâmetro na metade da altura (d 0,5 h).

As funções propostas são:

$$y_1 = a_{11} \frac{1}{(1 + bx)} \quad 0 \leq x \leq 0,25 \quad (28)$$

$$y_2 = a_{21} (1 - x)^{1/2} \quad 0,25 \leq x \leq 0,60 \quad (29)$$

$$y_3 = a_{31} (1 - x)^{3/4} \quad 0,60 \leq x \leq 0,75 \quad (30)$$

$$y_4 = a_{41} (1 - x)^{5/6} \quad 0,75 \leq x \leq 1,00 \quad (31)$$

onde:

$$y = \frac{dx}{d0,5h} \quad \text{série diamétrica relativa}$$

$$x = \frac{hx}{h} \quad \text{série relativa de alturas}$$

O volume total da árvore é obtido pela soma das integrais parciais destas partes.

* PREUSSNER, K. Eine meuss Schafftcurvegleichung und ihre Anwendung. Wissenschaft. Zeit. der Tech. Univ. Dresden, 23 (1): 305-309. Citado por PELLICO NETTO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais - síntese teórica. In: SEMINÁRIO DE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1982. p. 15-27.

2.4.3 Equações de forma compatíveis com equações de volume

19,20
 Numa série de trabalhos DAMERSCHALK⁶⁶ e MUNRO & DAMAERS-
 CHALK⁶⁶ introduziram as equações de forma compatíveis, as quais
 quando integradas fornecem para determinada árvore um volume
 total igual ao estimado por uma equação de volume total existen-
 te. Na sua forma básica elas predizem o diâmetro quadrado ao
 longo do fuste como uma função da altura ou comprimento da tora,
 o diâmetro à altura do peito e à altura total da árvore.

As propriedades de uma função de forma compatível são ideais
 para o seu uso em procedimentos de otimização do corte de toras,
 ou no cálculo de proporções de volume em várias categorias de
 utilização, como as requeridas no inventário florestal, segundo
 GOULDING & MURRAY³⁷.

Segundo os mesmos autores, as equações desenvolvidas por
 Damaerschalk foram não-lineares e têm várias propriedades dese-
 jáveis:

a) Elas podem ser integradas para calcular os vo-
 lumes seccionais, e o volume total calculado é compatível com uma
 equação de volume total existente.

b) O diâmetro calculado é estritamente não-negativo
 sobre o intervalo desde o toco até o topo ou a altura total da
 árvore.

c) A função do diâmetro quadrático é uma função
 monotônica não decrescente. Isto implica que o volume calculado
 para uma tora superior não será nunca maior que outra tora de
 igual comprimento considerada abaixo dela.

d) O diâmetro no topo é zero.

e) As mais simples das equações compatíveis podem
 ser facilmente rearranjadas para dar o comprimento ou altura
 comercial como uma função do diâmetro comercial e a altura comer-

cial.

Os erros padrões das estimativas dos diâmetros ao longo do fuste são pequenos, e tão bons, senão melhores do que aqueles obtidos com outras funções não compatíveis, as quais não apresentam as propriedades acima.

Ao recapitular a teoria existente e ampliá-la, usou-se a seguinte notação:

V = volume total sem casca (m³)

D = diâmetro à altura do peito com casca (cm)

H = altura total (m)

z = distância desde o topo da árvore (m)

d = diâmetro sem casca aos z (m) desde o topo da árvore (cm)

V_m = volume sem casca desde o topo da árvore até o ponto com diâmetro sem casca d (m³)

$K = (\pi/4) \cdot 10^{-4}$

A expressão geral de uma equação de forma compatível não linear é:

$$d^2 = \frac{p+1}{K} \cdot \frac{V}{H} \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^p \quad (32)$$

onde:

p = parâmetro "livre" a serem estimado a partir dos dados de afilamento.

Deve-se notar que V pode ser calculado a partir de qualquer equação de volume existente. A compatibilidade deveria ficar clara, ao efetuar a multiplicação por K e a integração entre os limites 0 e h , obtendo-se:

$$V_m = \int_0^h \frac{\pi}{4} \cdot 10^{-4} \cdot d^2 \cdot dz \quad (33)$$

$$= \int_0^h \frac{p+1}{K} \cdot \frac{V}{H} \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^p \cdot dz = \left(V \left(\frac{z}{H}\right)^{p+1} \right) \Big|_0^h \quad (34)$$

Quando é requerido o volume total, então $h = H$, e resulta:

$$V_m = V \quad (35)$$

Os autores expressam que existe contudo outras formas de equações compatíveis. Por exemplo, é possível modificar a equação de forma sugerida por Kozak et alii⁵² para torná-la compatível com a equação de volume:

$$V = a_0 + a_1 (D H)^2 \quad (36)$$

conhecida como sendo a equação das variáveis combinadas, onde a_0 e a_1 são os coeficientes de regressão estimados.

Tomando a equação de forma original:

$$\frac{d^2}{D} = b_0 + b_1 (z/h) + b_2 (z/h)^2 \quad (37)$$

$$V = \int_0^h K \cdot d^2 \cdot dz \quad (38)$$

$$= K \cdot D^2 \left[b_0 H - (b_1 H)/2 + (b_2 H)/3 \right] \quad (39)$$

$$= a_1' D H^2 \quad (40)$$

sendo:

$$a_1' = K \left[b_0 - (b_1/2) + (b_2/3) \right] \quad (41)$$

Neste caso falta calcular somente o termo constante a_0 , o qual pode ser obtido pela adição à equação de forma do termo b_3/D^2H . A equação de forma modificada é então:

$$\frac{d^2}{D} = b_0 + b_1 \left(\frac{z}{H}\right) + b_2 \left(\frac{z}{H}\right)^2 + b_3/(D H)^2 \quad (42)$$

onde:

$$b_3 = a_0/K \quad (43)$$

$$b_0 = a_1 \cdot K - b_1 - b_2 \quad (44)$$

Essa equação pode ser ajustada através de uma rotina de mínimos quadrados condicionados.

Em geral uma equação linear compatível é da forma:

$$d^2 = V/(K.H) \cdot f(z/H) \quad (45)$$

onde:

$f(z/H)$ é uma polinomial em (z/H) , tal que os coeficientes da polinomial de grau n (b_i) satisfaçam, a seguinte condição:

$$\sum_{i=1}^n b_i / (i+1) = 1 \quad (46)$$

Uma forma alternativa é:

$$d^2 = V/K \cdot (f(z/H) - 2z/H) \quad (47)$$

onde:

$$\sum_{i=1}^n b_i / (i+1) = 0 \quad (48)$$

Ao tomar a polinomial $f(z/H)$ para fazer zero o intercepto, a equação de forma terá o diâmetro no topo da árvore como sendo zero, em ambas as equações.

As equações (45) e (47) são equações de forma compatíveis, e podem ser ajustadas para polinômios de qualquer ordem requerida pela forma da árvore. Ao impor condições sobre os seus coeficientes, elas são resolvidas por uma técnica de regressão chamada "Stepwise condicional".

2.4.4 Análise de componentes principais

²⁷ FRIES e ²⁸ FRIES & MATERN, usaram a análise de componentes principais, uma técnica exploratória multivariada, na determinação das variáveis independentes. Através desse método, obtiveram três componentes principais para Betula alleghaniensis Britton, cada um sendo a combinação dos expoentes da altura relativa com os expoentes variando entre 0,1 e 58. Através de uma combinação linear dos três componentes principais, estimou-se o

diâmetro a uma altura dada.

51

KOZAK & SMITH, fizeram uma crítica desse método, comparando-o com outros mais simples e concluíram que aqueles mais simples são preferíveis desde que se defina um modelo adequado para os dados disponíveis, o que segundo esses autores, pode ser conseguido através de uma análise gráfica preliminar.

Apesar da desvantagem da complexidade dessa técnica, LIU & KEISTER tentaram novamente o uso da análise de componentes principais para selecção de modelos de equações de forma, embora de maneira um pouco diversa da apresentada por FRIES & MATERN.

28

AHRENS, investigando a forma do tronco de Pinus taeda L., testou um polinômio de terceiro grau, não obtendo bom resultado. Com o uso da análise de componentes principais, atingiu o resultado esperado. O modelo final desenvolvido foi:

$$\hat{r}(z) = \frac{r_{1,3}}{\hat{r}(z_{1,3})} \cdot F(z/h) \quad (49)$$

onde:

$\hat{r}(z)$ = raio estimado sem casca a uma distância absoluta z da ponta do tronco em m;

$r_{1,3} = d_{1,3}/2$ (raio sem casca à altura do peito em m);

$$\hat{r}(z_{1,3}) = b_0 + b_1 z_{1,3}^{1/4} + b_2 z_{1,3}^{1/3} + b_3 z_{1,3}^{1/2} + b_4 z_{1,3} \quad (50)$$

$$F(z/L) = b_0 + b_1 \left(\frac{z}{L}\right)^{1/4} + b_2 \left(\frac{z}{L}\right)^{1/3} + b_3 \left(\frac{z}{L}\right)^{1/2} + b_4 \left(\frac{z}{L}\right) \quad (51)$$

L = comprimento total em m acima de 0,15 m do solo.

O mesmo autor conclui que, se devidamente aplicada e interpretada, essa técnica exploratória multivariada pode ser considerada um algoritmo adequado para a investigação da forma do tronco em muitas circunstâncias.

39

Após analisar vários modelos polinomiais, GROSENBAUGH

sugeriu a utilização de polinômios com grau no mínimo duas vezes superior ao número de inflexões das curvas de afilamento para se obter uma boa descrição dessas curvas. O número de inflexões e conseqüentemente o grau do polinômio, no entanto, adquirem um caráter subjetivo.

No decorrer desta revisão dos estudos referidos, observou-se uma evolução permanente quanto à complexidade dos modelos e das técnicas de construção das funções estatísticas que descrevem a forma do tronco.

Quanto aos modelos, a evolução foi desde modelos muito simples como o de Hojer até os modelos logarítmicos e os polinomiais de alto grau.

Quanto às técnicas de ajuste a evolução começa com técnicas simples de ajuste manual, passando logo pelas técnicas de regressão lineares e não-lineares, técnicas de interpolação polinomial, "splines" e polinômios segmentados, regressão condicional e técnicas multivariadas de seleção de variáveis.

Os vários modelos apresentados geralmente produzem bons resultados, o que sugere que não é o modelo ou a técnica de ajuste a que determina o êxito na sua aplicação, mas a sua escolha adequada aos dados em mão. A maior ou menor precisão requerida nos resultados é também um fator importante na avaliação do modelo e do processo de ajuste escolhido.

Entre os modelos apresentados, os polinômios têm sido amplamente explorados devido à sua flexibilidade e à facilidade de integração para a obtenção do volume.

2.4.5 Relações entre o volume e as medidas da forma do fuste de uma árvore

2.4.5.1 Estimativa do volume a partir de funções de forma

Na história da ciência florestal, tem-se usado diversos

métodos para a determinação do volume dos fustes de árvores individuais.

Nos métodos xilométricos mede-se diretamente o volume enquanto que nos métodos analíticos ou gráficos calcula-se o volume a partir de medições de diâmetros e comprimentos, realizados ao longo do tronco.

Finalmente em outros, estima-se o volume, empregando-se no caso, algumas medidas de um tronco específico (por exemplo diâmetro e altura) e uma função previamente ajustada que permite a determinação do volume. Neste último método tem-se tanto as equações de volume como as funções de forma.

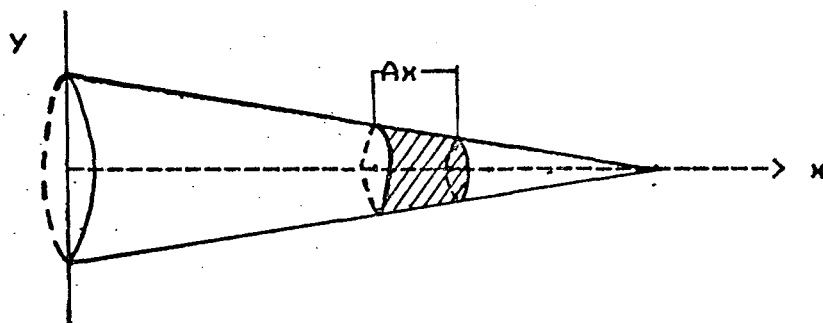
O emprego das funções de forma na determinação do volume de árvores tem antecedência, nos primeiros métodos de determinação analítica do volume, nos quais tentava-se associar a árvore a sólidos geométricos simples, a fim de descrever a sua forma, assim como, de se ter uma fórmula para a determinação do volume.

Embora, o emprego de sólidos geométricos simples, tais como o cilindro, cone, parabolóide e neilóide não permitem atingir uma solução definitiva do problema da determinação da forma e do volume das árvores, servem de base para o desenvolvimento moderno de funções de forma mais complexas e ajustadas através de métodos estatísticos ou numéricos.

O fundamento analítico do uso das funções de forma na determinação do volume do tronco das árvores, é apresentado por PRO-
 74 DAN⁷⁴, PELLICO NETTO⁷⁰, AHRENS¹, coincidindo com o fundamento teórico dado nos livros de matemática superior à determinação do volume de sólidos de rotação ou sólidos de revolução.

Um sólido de rotação é definido matematicamente como sendo o sólido obtido da rotação de uma linha definida por uma função $y = f(x)$ em torno do eixo x , segundo a figura 1.

Conforme a figura 1, na determinação analítica do volume de um sólido de rotação, considera-se inicialmente um intervalo Δx . O intervalo conjuntamente à função $f(x)$ definem um corpo geométrico aproximadamente cilíndrico cujo volume, pode-se deter-



minar pela seguinte fórmula:

$$v_i = \pi \cdot y^2 \cdot \Delta x \quad (52)$$

onde:

v_i = volume de um cilindro elementar

Δx = comprimento do cilindro

y = raio do cilindro

então o volume do sólido define-se como sendo o somatório dos vários cilindros elementares de comprimento Δx que possam ser definidos, no intervalos $x_1 \leq x \leq x_2$. Ou seja:

$$v = \sum_{i=1}^n v_i = \pi \sum_{i=1}^n y^2 \cdot \Delta x \quad (53)$$

onde:

v = volume do fuste da árvore entre as alturas x_1 e x_2

n = número de secções

Δx = comprimento de um intervalo de x ($x_2 - x_1 / n$)

Fazendo o limite para $\Delta x \Rightarrow 0$ temos:

$$v = \pi \int_{x_1}^{x_2} y^2 dx \quad (54)$$

No caso em que y representa o diâmetro do cilindro a integral anterior resulta:

$$v = \frac{\pi}{4} \int_{x_1}^{x_2} y^2 dx \quad (55)$$

onde:

y = diâmetro do sólido.

No sentido da resolução da integral proposta acima, as funções polinomiais caracterizam-se por apresentar uma integral imediata, além disso abrangente, no sentido em que a solução da integral para o polinômio de grau n , inclui a solução para o polinômio de grau $n - 1$, para $n \geq 1$ e inteiro.

⁴³
HOSOKAWA, apresenta a solução da integral para o caso específico do polinômio relativo de quinto grau, como sendo:

$$\begin{aligned} V_r = k & \left[a^2 x^2 + abx^2 + (2/3 ac + 1/3 b^2) x^3 + (1/2 ad + 1/2 bc) x^4 \right. \\ & + (2/5 ae + 2/5 bd + 1/5 c^2) x^5 + (1/3 af + 1/3 be + 1/3 cd) x^6 \\ & + (2/7 bf + 2/7 ce + 1/7 d^2) x^7 + (1/4 cf + 1/4 de) x^8 + \\ & \left. + (2/9 df + 1/9 e^2) x^9 + 1/5 ef x^{10} + 1/11 f^2 x^{11} \right]_0^x \quad (56) \end{aligned}$$

onde:

$$k = \pi/4$$

V_r = volume relativo

x = altura relativa h_i/h

a, b, c, d, e, f = coeficientes do polinômio ajustado.

A solução para a integral do polinômio absoluto de quinto grau, é apresentado por HOSOKAWA & GLADE ⁴⁵; a fórmula pode ser obtida, da fórmula acima trocando simplesmente, o significado das variáveis:

V_r = volume real (absoluto)

x = altura acima do solo

Para o caso do modelo de KOZAK et alii⁵², a solução da integral é apresentada por AVERY & BURKHART⁶, como sendo:

$$V = 0.005454 D^2 \int_{h_1}^{h_2} [b_0 (h) + (b_1/2) (h / H)^2 + (b_2/3) (h / H)^3] dh \quad (57)$$

onde:

V = volume absoluto em pés cúbicos

D = diâmetro à altura do peito

h = altura acima do solo

H = altura total da árvore

b₀, b₁, b₂ = coeficientes do modelo

2.4.5.2 Relação entre os volumes absolutos, relativos, as funções de forma absoluta, relativa e o fator de forma

Sejam dadas:

a) a função de forma relativa:

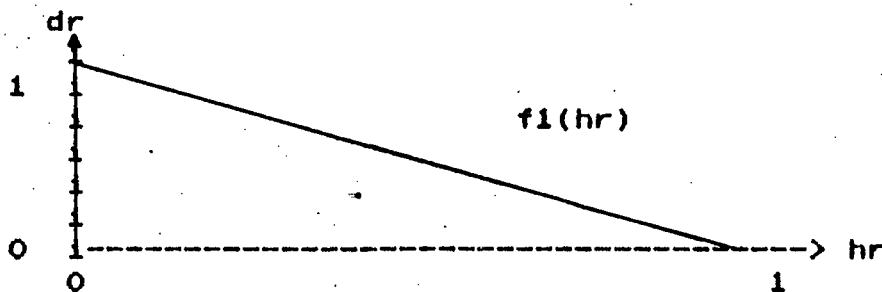
$$dr = f_1 (hr) \quad (58)$$

onde:

dr = diâmetro relativo (d_i/d) ou quocientes de forma

hr = altura relativa (h_i/h)

FIGURA 2. FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA



b) a função de forma absoluta:

$$d = f_2 (h) \quad (59)$$

onde:

d = diâmetro

h = altura

De acordo com as fórmulas acima tem-se:

$$V_a = \pi / 4 \int_0^h f_2(h)^2 dh \quad (60)$$

e também:

$$V_{ca} = \pi / 4 d^2 h \quad (61)$$

$$V_r = \pi / 4 \int_0^1 f_1(hr)^2 dhr \quad (62)$$

$$V_{cr} = \pi / 4 1^2 \cdot 1 = \pi / 4 \quad (63)$$

onde:

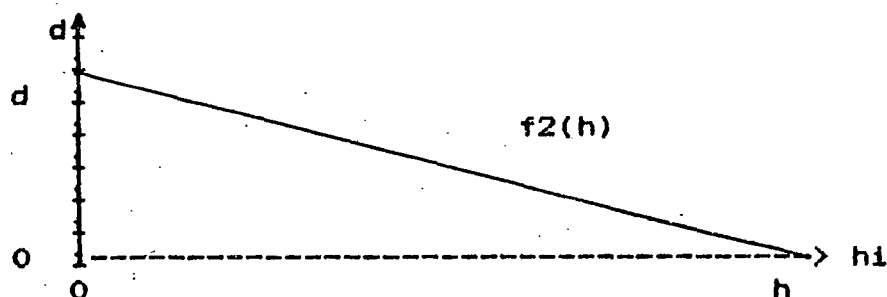
V_a = volume absoluto do fuste

V_{ca} = volume do cilindro absoluto

V_r = volume relativo do fuste

V_{cr} = volume do cilindro relativo.

FIGURA 3. FUNÇÃO DE FORMA ABSOLUTA



Então da definição do fator de forma pode-se escrever:

$$ff = \frac{V_a}{V_{ca}} = \frac{V_r}{V_{cr}} \quad (64)$$

A partir dos dois últimos termos pode-se obter a relação entre o volume absoluto e relativo:

$$V_a = V_{ca} \cdot \frac{V_r}{V_{cr}} = V_{ca} \cdot ff \quad (65)$$

onde:

ff = fator de forma

Substituindo têm-se:

$$V_a = \pi / 4 \cdot d^2 \cdot h \cdot \frac{\pi / 4 \int_0^1 f_1^2 dhr}{\pi / 4} \quad (66)$$

Ou seja:

$$ff = \int_0^1 f_1^2 dhr \quad (67)$$

Assim, o fator de forma está relacionado à função de forma, de maneira que a cada função de forma corresponde um fator de forma próprio obtido pela relação acima.

A relação têm importância no sentido que se duas árvores tem diferentes fatores de forma naturais, as suas funções de forma necessariamente serão diferentes, porém, se os fatores de forma são iguais, isto não implica que as funções de forma sejam necessariamente iguais.

2.5 DINÂMICA DA FORMA DOS FUSTES DAS ÁRVORES

87

Segundo STERBA, numa revisão preparada especialmente para o "FORESTRY ABSTRACTS", os trabalhos científicos recentes sobre a forma do tronco, relacionam-se com:

a) a formulação matemático/estatística das funções de forma, que constituem a maior parte dos trabalhos;

b) o campo das possíveis aplicações das curvas de forma o qual é apontado brevemente no início ou como um assunto para futuras pesquisas, no final dos trabalhos teóricos.

c) a explanação das formas dos troncos descritas pelas curvas de forma, mas somente uma pequena parte das publicações tem-se adentrado nestes aspectos.

Contudo, alguns trabalhos examinam: as diferenças nas formas dos troncos, devidas às diferenças regionais ou de sítio; as relações entre o formato da curva de forma e a posição sociológica dos fustes e as suas copas no povoamento e as relações entre as curvas de forma e os tratamentos silviculturais, tais como

fertilização, desbastes e podas.

2.5.1 Interpretação das influências que afetam a forma do fuste

62

Nordlinger * citado por MACKAY , explicava a evolução da forma das árvores com a idade dizendo: " primeiramente, uma árvore jovem é coberta de galhos desde o solo e cresce isoladamente, os anéis anuais vão decrescendo da base ao topo; assim a forma do fuste é cônica.

Quando os galhos inferiores dessecam-se espontaneamente, os crescimentos são de maior largura na proximidade e por debaixo dos primeiros galhos vivos e vão diminuindo até a base, o fuste aproxima-se do parabolóide.

Finalmente, quando a concorrência aumenta, os anéis vão aumentando em largura da base para acima, e as vezes são o duplo ou triplo que na base, porém, o fuste tende ao cilindro".

Embora os parágrafos acima, tenham hoje o caráter de uma tendência geral, permitem inferir duas características do comportamento da forma com a idade:

a) a forma dos fustes das árvores varia com a idade (não permanece constante)

b) a forma do fuste melhora com a idade (o fator de forma deve ir aumentando com a idade)

54

PRODAN ** citado por LARSON , tem expressado que as diferenças existentes entre os valores reais e teóricos da forma do tronco somente serão explicados por trabalhos adicionais sobre as relações com a copa e o efeito de fatores biológicos.

* NORDLINGER, . Die technischer eigenschaften der Holzer. Stutgard, 1860. Citado por MAKAY, E. Dasometria. Madrid, Escuela Superior de Ingenieros de Monte, 1964. 760 p.

** PRODAN, M. Statistische und mechanische Untersuchungen uber die Schaftform. Tharandt. forstl. Jahrb. 95: 102-114, 1944. Citado por LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. For. Sci. Monogr., 5. 1963. 42p

Carateristicamente, as árvores isoladas mantêm uma copa proporcionalmente mais comprida, o tronco assume então uma forte conicidade, similar à que existe dentro da copa das árvores que crescem em condições dos povoamentos.

Nas árvores que crescem em povoamentos, a principal mudança na forma do tronco em relação as árvores que crescem isoladas, é o decréscimo da conicidade associada ao decréscimo do comprimento da copa.

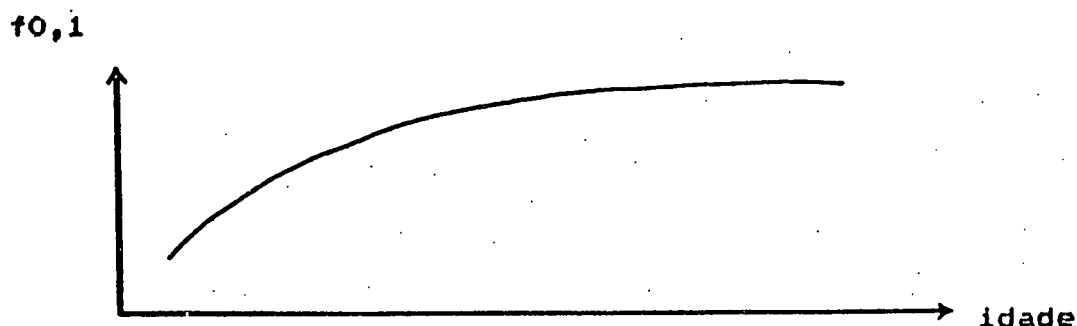
Normalmente, as árvores jovens têm copas compridas e uma forte conicidade, similar às árvores de crescimento livre.

Na medida em que o povoamento começa a se fechar, iniciando a concorrência natural, os galhos inferiores morrem e produz-se um tronco livre de galhos progressivamente mais comprido. O decréscimo do comprimento da copa e outros fatores associados resultam num decréscimo da conicidade do fuste principal.

A influência da idade sobrepõe-se a essa relação e há então uma tendência natural da forma da árvore a voltar-se mais cilíndrica com a idade, segundo vários autores citados por LARSON⁵⁴.

PIENNAR⁷², caracteriza na figura 4, a evolução do fator de forma natural em função da idade.

FIGURA 4. RELAÇÃO GERAL ENTRE O FATOR DE FORMA NATURAL E A IDADE



Fonte: Piennar (1965)

Nas idades jovens a mudança da forma é bastante rápida, enquanto que nas idades avançadas a forma das árvores muda lenta-

54

Segundo LARSON⁵⁴, considerando "as leis gerais da mudança da forma do tronco", ressalta que a distribuição do crescimento sobre o tronco das árvores e a forma resultante foi um importante campo de estudo para os primeiros botânicos florestais. O trabalho de Pressler * citado por LARSON⁵⁴, é considerado de muito interesse no assunto naquela época.

Pressler sumariza as suas observações em três hipóteses primárias do crescimento:

a) O crescimento da área do anel (área da secção transversal de um incremento anual simples) em qualquer ponto sobre o tronco é proporcional à quantidade de folhagem acima desse ponto;

b) em todas as partes do tronco sem galhos, o crescimento em área do anel será a mesma;

c) dentro da copa, o crescimento em área transversal do anel decrescerá no sentido do topo, em relação a quantidade de folhagem acima do ponto.

As hipóteses tem gerado inúmeras polémicas entre os cientistas, em torno do assunto, principalmente na Europa, aos fins do século passado e princípios do presente.

Porém naquela época o estado de atraso da ciência florestal na América Latina, fez com que cientistas desta região praticamente não participassem das discussões. Então é lógico que para as espécies dos países latinoamericanos e nas suas condições de crescimento, os trabalhos praticamente inexistem.

Essas hipóteses gerais do crescimento, indicam que árvores que crescem isoladas e as que crescem em povoamentos densos diferem marcadamente nas formas dos seus troncos.

* PRESSLER, M. R. Das Gesetz der Stammbildung. Arnoldische Buchhandlung, Leipzig. 153 p., 1964. Citado por LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. For. Sci. Monogr., 5. 1963. 42p..

mente, ou seja volta-se mais estável.

A taxa de mudança da forma da árvore devido à idade pode variar entre as diferentes classes de copas ou posições sociológicas dentro do mesmo povoamento. HORN * citado por LARSON⁵⁴, mostrou que as árvores dominantes de povoamentos de "red pine" incrementaram a conicidade numa taxa percentual de 0,76 anual, enquanto que as codominantes o faziam a uma taxa de 1. Ou seja, as árvores codominantes tendem ao cilindro, relativamente mais rápido do que as dominantes.

Em geral os autores que analisaram o efeito da densidade sobre a forma das árvores concluem que: quanto maior a densidade e o decréscimo do comprimento da copa, mais o fuste aproximar-se-á do cilindro.

Quanto, à relação entre a posição sociológica das árvores num povoamento e a forma do seus fustes, as pesquisas indicam que a forma desenvolve-se de acordo com o tamanho da copa permitida pela densidade do povoamento. A tendência geral é que as árvores dominantes tem uma maior conicidade e a conicidade decresce com a mudança da posição sociológica.

No que se refere à influência do sítio na forma das árvores, relaciona-se também a dependência da forma do tronco ao tamanho e distribuição da copa viva. O efeito mais óbvio do sítio, aparece ao comparar árvores provindas dos bons sítios e dos maus sítios, mostrando estes últimos uma maior conicidade e formas menos desejáveis.

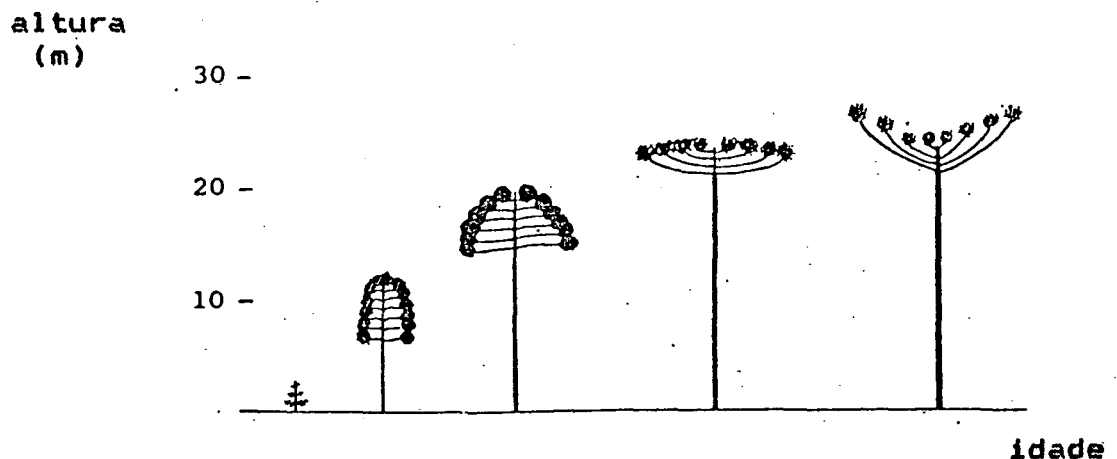
60

SEITZ, ao considerar o desenvolvimento da copa da Araucaria angustifolia no seu ambiente natural, e particularmente as mudanças na arquitetura da copa com a idade, expressa que durante

* HORN, A. F. Changes in form class in a red pine plantation. J. For. 59: 181-183, 1963. Citado por LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. For. Sci. Monogr., 5. 1963. 42p

os primeiros anos nos povoamentos, a copa tem uma forma cônica bem definida. O crescimento em altura é mais rápido do que o crescimento dos galhos. Quando o crescimento em altura diminui a sua velocidade, a forma da copa torna-se semi-elíptica. Depois de vários anos a copa torna-se semi-circular, na maturidade aproximadamente plana e finalmente antes da morte da árvore atinge uma forma de cálice. A figura 5, descreve esse processo.

FIGURA 5. MUDANÇAS NA FORMA DA COPA EM Araucaria angustifolia EM FUNÇÃO DA IDADE



Fonte: SEITZ (1986)

15

BURGER et alii, usaram um total de 1.116 conjuntos de dados (árvores), obtidos pela análise de tronco de 52 árvores dominantes, a fim de realizar um estudo sobre a dinâmica da forma dos fustes de Araucaria angustifolia em povoamentos.

Nesse estudo avaliou-se o comportamento de vários quocientes e fatores naturais e artificiais de forma em função da idade, determinando-se no caso, os valores mínimos, máximos, médios e os desvios padrões, assim como a correlação com a idade, daquelas medidas da forma. Também ajustou-se modelos polinomiais de primeiro e segundo grau das medidas da forma em função da idade.

A partir dos mesmos dados foi feita uma análise do comportamento das funções de forma (polinômios de quinto grau) em função da idade e confecção de uma tabela que fornece a idade

minima, a partir da qual pode-se obter, em determinado sitio, toras de determinado comprimento e diâmetro no extremo superior. Sendo tais tabelas confeccionadas para classes de sitio previamente definidas por DE HOOG et alli.²¹

As ideias fundamentais desse trabalho são agora tomadas como base para aplicá-las em uma floresta, o que deve permitir a avaliação numa situação mais específica.

⁷⁹ SCHNEIDER, trabalhando com dados de Pinus elliottii, estratificou os dados de vários povoamentos por classe de diâmetro à altura do peito, obtendo uma maior precisão nas estimativas dos volumes, da obtida com uma única equação para todos os dados agrupados.

2.5.2 Estimativa dos parâmetros das funções de forma

As aplicações dos modernos modelos de prognose da produção, conhecidos como sendo modelos de distribuições diamétricas (HOSOKAWA⁴³, GLADE³⁴, SCHNEIDER⁷⁹, FUPEF³¹, WHITE⁸⁸), para atingir a sua máxima potencialidade; ou seja: fornecer os sortimentos por classe de diâmetro, requerem funções que permitam estimar a forma das árvores, sob diferentes condições dos povoamentos.

A alternativa geralmente selecionada, foi ajustar determinados modelos de funções de forma e posteriormente estudar a correlação e a regressão dos parâmetros de tais modelos, com outras mais fáceis de serem determinadas, tais como dimensões das árvores ou características dos povoamentos às quais pertençam.

No caso do Brasil, os seguintes trabalhos relacionam-se com este aspecto do estudo da forma dos fustes das árvores de Araucaria angustifolia.

⁷⁰ PELLICO NETTO refere-se à aplicação do modelo de Gray, no Inventário do Pinheiro no Sul do Brasil, FUPEF²⁹; o qual pela sua concepção exige duas etapas de ajuste:

a) a função que descreve a forma é dada por $g_x = a + b h_x$ (68), onde os parâmetros "a" e "b" não são aplicados a todos os casos, mas sim são assumidos como variáveis tomadas em função do diâmetro e altura das árvores medidas;

b) os coeficientes "a" e "b" são então ajustados para absorver as discrepâncias existentes nas classes diamétricas, tal que:

$$a = f(d, h) \quad (69)$$

$$e \quad b = f(d, h) \quad (70)$$

No caso do Brasil, foram propostos os modelos:

$$a = \alpha_1 \cdot d^{\alpha_2} \cdot h^{\alpha_3} \quad (71)$$

$$e \quad b = \beta_1 \cdot d^{\beta_2} \cdot h^{\beta_3} \quad (72)$$

SILVA et alii⁸², analisaram o comportamento dos cinco modelos de funções de forma apresentados na tabela 1, escolhendo dentre eles o modelo (23):

$$\ln(d/D) = b_0 + b_1 \ln((H-h)/H) \quad (23)$$

Foram ajustados posteriormente através do procedimento de regressão chamado FORWARD, modelos que permitiram estimar os coeficientes das funções de forma a partir das variáveis diâmetro e altura, nas suas formas simples, quadrática, inversa, combinada e logaritmica, os modelos selecionados foram da seguinte forma:

$$b_0 = c_0 + c_1 (1/D) + c_2 H \quad (73)$$

$$e \quad b_1 = d_0 + d_1/H + d_2 \ln(1/H) \quad (74)$$

onde:

$c_0, c_1, c_2, d_0, d_1, d_2$ = parâmetros dos modelos.

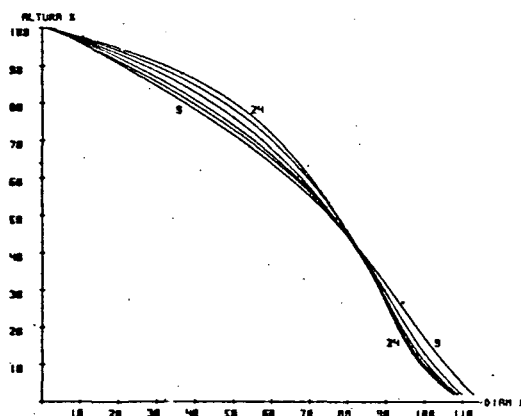
Os coeficientes de correlação múltipla foram de 0,46 e 0,53 e os erros padrões das estimativas de 0,024489 e 0,067777 respectivamente. Para obter maior segurança e precisão nas estimativas

dos coeficientes os autores sugerem ser necessário aumentar o número de observações.

15

BURGER et alii, estudaram a variação das funções de forma relativas (polinômios de quinto grau) em diferentes idades, as suas conclusões podem ser resumidas na figura 6 e tabela 2.

FIGURA 6. FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS ATRAVÉS DA IDADE (INTERVALOS DE 3 ANOS) EM ÁRVORES DOMINANTES DE Araucaria angustifolia



Fonte: BURGER (1980)

TABELA 4. COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS POLINÔMIOS RELATIVOS DE QUINTO GRAU ATRAVÉS DA IDADE EM ÁRVORES DOMINANTES DE Araucaria angustifolia

| Idade | nº de árvores | B0 | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | R2 | S(yx) |
|----------|---------------|---------|-----------|---------|------------|----------|-----------|-------|-------|
| 5,6,7 | 152 | 1,2462 | - 0.94501 | 0.51103 | - 1.2292 | 0.23015 | 0.20949 | 0.913 | 0.10 |
| 8,9,10 | 156 | 1.14985 | - 1.09312 | 1.68902 | - 2.60432 | 0.70885 | 0.18042 | 0.966 | 0.06 |
| 11,12,13 | 156 | 1.1233 | - 1.25705 | 3.00136 | - 5.492 | 3.6612 | - 1.01691 | 0.974 | 0.05 |
| 14,15,16 | 156 | 1.11494 | - 1.40737 | 4.02583 | - 7.96034 | 6.48185 | - 2.23323 | 0.977 | 0.04 |
| 17,18,19 | 156 | 1.11179 | - 1.54399 | 5.12345 | - 11.31371 | 11.09655 | - 4.46611 | 0.980 | 0.04 |
| 20,21,22 | 154 | 1.10607 | - 1.52002 | 5.08260 | - 11.41491 | 11.76685 | - 5.01093 | 0.980 | 0.04 |
| 23,24,25 | 111 | 1.10659 | - 1.64821 | 6.13128 | - 14.13128 | 15.55182 | - 6.88638 | 0.981 | 0.04 |
| 26,27,28 | 21 | 1.12438 | - 2.05192 | 8.14047 | - 19.33865 | 21.22172 | - 9.0840 | 0.981 | 0.04 |

Fonte: BURGER (1980)

Dos resultados acima podem-se tirar três conclusões importantes, para o presente trabalho:

- a) a forma varia com a idade;
- b) a variação dos coeficientes das funções de formas relativas é correspondente a tal variação;
- c) os coeficientes ao serem plotados em função da idade,

apresentam relações aproximadamente lineares. Proporcional no caso de b_2 e b_4 e inversamente proporcional no caso dos outros coeficientes.

2.5.3 Estudo da dinâmica da forma do fuste com o auxílio de equações diferenciais

2.5.3.1 Conceitos

55

Segundo HALL & FAGEN * citados por LEARY , "um sistema é um grupo de objetos, conjuntamente às relações entre os objetos e os seus atributos. Os objetos são as partes ou componentes do sistema e os atributos são as propriedades dos objetos".

55

Segundo LEARY nas décadas passadas ocorreu a evolução da análise de sistemas como uma metodologia para se estudar as entidades complexas. Durante os primeiros tempos, os florestais empregaram o termo sistema, mas sem reconhecer a possibilidade de quantificá-lo e modelá-lo.

O sucesso dessa alternativa associa-se à uma boa combinação com:

- a) Os conhecimentos dos pesquisadores quanto aos processos biológicos envolvidos no sistema em estudo;
- b) A sua habilidade para quantificar esses processos;
- c) A habilidade do computador digital para fazer os cálculos necessários para achar uma solução ótima ao chamado problema inverso ou identificação do sistema.

O problema inverso ou identificação do sistema ocorre quando o pesquisador, de posse de uma série de dados empíricos deseja achar as equações que descrevem ou governam tal comportamento.

O conhecimento exato ou ainda aproximado das equações que

* HALL, A. D. & FAGEN, R. E. Definition of a system - in general system. Yearbook Soc. for Advance. Gen. Syst. Theory, 1: 19-29. Citado por LEARY, R. A. System identification principles in studies of forest dynamics. U. S. For. Res. Pap. NC-45, 1973. 38 p.

governam um sistema fazem possível controlar uma possibilidade realista. A habilidade para controlar a dinâmica de um sistema florestal interessa nos muitos exemplos onde o homem tem desenvolvido preferência por um determinado estado do sistema e prepara-se a fazer as ações para garantir a sua existência.

A primeira parte da identificação de um sistema refere-se aos conceitos que ajudam no raciocínio de uma forma algébrica da equação que governa o comportamento do sistema, o que significa o modelagem do mecanismo causal do comportamento do sistema observado. As equações diferenciais ordinárias de primeiro grau, lineares e não lineares, são exemplos de equações que descrevem o comportamento de sistemas.

A segunda ocupa-se da estimação de parâmetros, o que significa inferir acerca da população a partir da qual o sistema observado tem sido selecionado.

2.5.3.2 Equações diferenciais: noções fundamentais

Este amplo aspecto da matemática, constitui a base de interpretação de muitos fenômenos naturais. Segundo KREYSZIG⁵³, as equações diferenciais apresentam uma importância fundamental na matemática aplicada à engenharia. Vários processos físicos e geométricos conduzem a equações diferenciais no processo da sua resolução.

⁵³ KREYSZIG, diz que uma equação diferencial ordinária é uma relação que envolve uma ou várias derivadas em relação a x de uma função $y(x)$ não especificada. A relação pode também envolver a própria função y , outras funções de x e constantes.

O adjetivo ordinárias serve para distingui-las de uma equação diferencial parcial, que envolve derivadas parciais de uma função não especificada, de duas ou mais variáveis independentes.

Uma equação diferencial ordinária será dita de ordem n , se a

derivada de ordem n , de $y(x)$ em relação a x , for a derivada de maior ordem na equação.

A noção de ordem de uma equação diferencial conduz à classificação útil das equações diferenciais, em equações diferenciais de primeira ordem, de segunda ordem, etc..

Uma função $y = g(x)$ constitui uma solução de uma dada equação diferencial de primeira ordem sobre um certo intervalo $a < x < b$, se ela é definida e diferenciável em todo o intervalo, e se ela é tal que a equação se transforme em uma identidade quando y e y' são substituídas por g e g' respectivamente.

Por exemplo:

$$y = g(x) = e^{2x} \quad (75)$$

é a solução para a equação diferencial de primeira ordem:

$$y' = 2y, \quad (76)$$

para qualquer x , porque:

$$g' = 2e^{2x} \quad (77)$$

e substituindo g e g' na equação ela se reduz à identidade:

$$2e^{2x} = 2e^{2x} \quad (78)$$

Uma equação diferencial pode possuir muitas soluções, mesmo um número infinito de soluções, as quais podem ser representadas por uma única fórmula envolvendo uma constante arbitrária. É comum chamar tal função que possui uma constante arbitrária, de solução geral da equação diferencial correspondente de primeira ordem. Se fosse atribuído um valor definido à constante, a solução assim obtida é chamada solução particular.

Geométricamente uma equação diferencial de primeiro grau, associa-se a uma família de curvas.

A análise numérica é a parte da matemática que trata das aplicações das teorias matemáticas a dados empíricos.

de aproximação em quase todas as áreas da análise numérica. Elas são usadas na solução de equações e na aproximação de funções, de integrais e derivadas, de solução de equações integrais e diferenciais. As polinomiais devem à sua popularidade a sua estrutura simples, resultando fácil construir efetivas aproximações e fazer uso delas.

Neste ponto, deve-se lembrar também o conhecido teorema matemático de Weirstrass, enunciado em 1885. Tal teorema expressa que: "toda função contínua $f(x)$, num certo intervalo (a,b) , pode ser representada nesse intervalo, com um dado grau de precisão, por um polinômio $P(x)$, tal que $|f(x) - P(x)| < \epsilon$ (79), para todo valor de x nesse intervalo, onde ϵ é um valor predeterminado".

2.5.3.3 Fórmulas para o crescimento equiforme (forma constante)

A fim de modelar o crescimento de árvores individuais, SLOBODA⁸⁴, apresenta uma nova proposta, a qual poderia ser aplicada na prática, tanto na prognose da dinâmica das árvores individuais como de povoamentos, cujo fundamento teórico são as equações diferenciais de primeira ordem, como equação ou modelo que descreve o comportamento do sistema fuste da árvore.

Segundo SLOBODA⁸⁴, a tarefa de prognose da oferta dos sortimentos pode-se resolver através da simulação na qual o crescimento do povoamento será obtido a partir de um adequado deslocamento de curvas de forma de árvores individuais.

Através das curvas de forma abrangidas, será efetuada a classificação do volume das árvores por sortimentos no computador e assim pode-se seguir dinamicamente a oferta dos sortimentos.

Para simular é necessário calcular a situação inicial do povoamento o mais próximo possível da realidade, ou seja é necessário que exista um número adequado de curvas de forma

ajustadas no povoamento e as fontes de dinâmica do crescimento correspondente, as quais deslocam as curvas de forma de acordo com o crescimento.

A dinâmica do crescimento de árvores individuais constitui uma parte importante do problema geral da prognose da produção necessária para a otimização do crescimento do valor e determinação do período de rotação.

Depois da observação visual de um desenho do fuste obtido na análise de tronco, percebe-se a reprodução de um modelo básico. A forma do modelo básico é o resultado de uma interação entre fatores externos e internos.

As equações diferenciais homogêneas de primeira ordem do tipo:

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right); \quad (x,y) \in (0,A) \times (0,B) = G \quad (80)$$

descrevem um campo direcional cujas isóclinas formam um conjunto de linhas retas. A transmissão da informação constante para modelar o tronco sobre a tangente ao perfil do tronco, acontece através de uma linha reta que passa pela origem de coordenadas.

A existência da função inversa f^{-1} de f em G e a verificação das condições de Lipschitz para f em G , permitem escrever antecipadamente as equações do conjunto de isóclinas, como sendo:

$$f\left(\frac{y}{x}\right) = c = \text{constante} \quad \cdot \quad y = f^{-1}(c) \cdot x \quad (81) \quad (82)$$

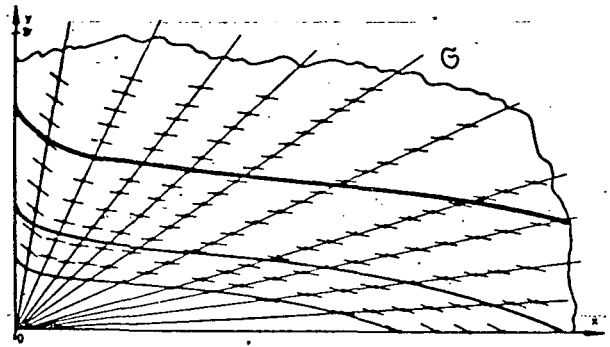
ou seja, $y = b \cdot x$; equação de uma reta que passa pela origem.

Assim, se fosse desenhado um conjunto de retas no gráfico de uma análise de tronco empírica, as direções das tangentes ao longo das linhas retas, se tornam aproximadamente iguais, então a dinâmica do deslocamento será descrita por um campo vetorial, segundo as figuras 7 e 8.

Perante uma curva real do tronco $\phi(x) = y(x)$ a função $f\left(\frac{y}{x}\right)$ deve comportar-se aproximadamente, ou seja:

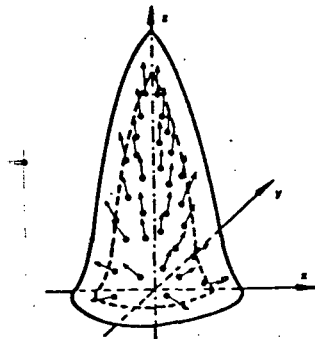
$$\text{Min} \left| f\left(\frac{\phi(x)}{x}\right) - \phi'(x) \right|, \quad x \in (0, A) \quad (83)$$

FIGURA 7. CAMPO DIRECIONAL E AS SUAS ISÓCLINAS FORMANDO UM CONJUNTO DE LINHAS RETAS



Fonte: SLOBODA (1977)

FIGURA 8. CAMPO VETORIAL



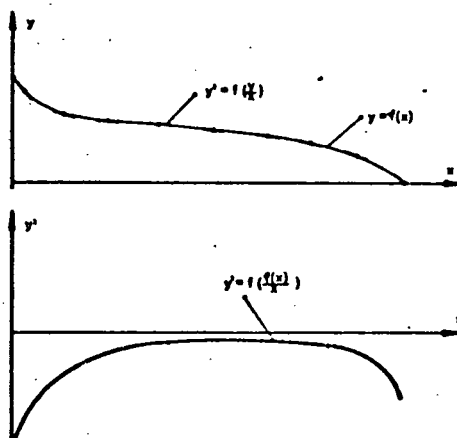
Fonte: SLOBODA (1977)

Uma curva de forma $y(x) \in C^1(0, L)$ deve portanto pertencer à família do modelo básico f , se $y(x)$ em G for uma solução para a

equação diferencial homogênea $y' = f(y/x)$; $y' = f(y(x)/x)$ também será válida. A figura 9 descreve melhor esses aspectos.

As seguintes características das equações diferenciais homogêneas mostram-se muito úteis: se $y(x)$ é uma solução para a equação diferencial $y' = f(y/x)$; então a transformação homogênea

FIGURA 9. SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS HOMOGÊNEAS



Fonte: SLOBODA (1977)

de $y(x)$ em G , como sendo $\bar{y}(x) = \lambda y(\bar{x})$, também será uma solução para a equação diferencial.

Seja $\phi(x)$ uma solução para $y' = f(y/x)$, também será então uma solução:

$$y = \lambda \phi(x/\lambda) \quad (84)$$

São válidas as seguintes propriedades geométricas, considerando que graficamente na figura 10, $L(a,b)$ e $L(a,b)$ representam respectivamente o comprimento do arco e o comprimento do segmento entre os pontos "a" e "b", entretanto $V(O,B,A)$ representa o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da curva $\phi(x)$ em torno ao eixo x :

$$a) \frac{L(a',b')}{L(a,b)} = \lambda; \quad (85)$$

$$b) \frac{L(A',B')}{L(A,B)} = \lambda; \quad (86)$$

$$c) \frac{L(O,B')}{L(O,B)} = 12/11 = \lambda \quad (87)$$

(em função das alturas $\lambda(t_0 + \tau)/\lambda(t_0)$)

$$d) L(\overline{O,A'}) / L(\overline{O,A}) = \lambda \quad (88)$$

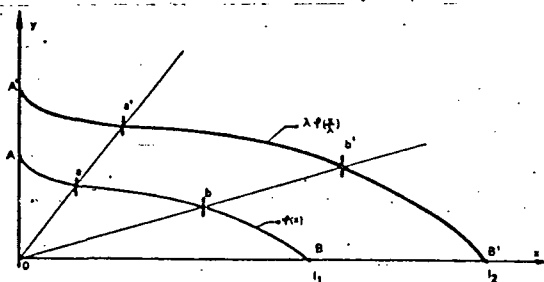
(em função do diâmetro na base da árvore $d(t_0 + \tau) / d(t_0)$)

$$e) V(O,B',A') / V(O,B,A) = \lambda^3 \quad (89)$$

$$\text{ou} \quad V(O,B',A') = V(O,B,A) \cdot \lambda^3 \quad (90)$$

(proporcionalidade do volume)

FIGURA 10. RELAÇÕES GEOMÉTRICAS ENTRE DUAS SOLUÇÕES DE UMA EQUAÇÃO DIFERENCIAL HOMOGÊNEA



Fonte: SLOBODA (1977)

Demonstração: Conforme c) tem-se $x_2 = \lambda \cdot x_1$, e para $V(O,B',A')$ tem-se que

$$V(O,B',A') = \pi \int_0^{x_2} \lambda^2 \left(\phi\left(\frac{x}{\lambda}\right) \right)^2 dx; \quad (91)$$

fazendo $\frac{x}{\lambda} = z \implies dx = \lambda \cdot dz$ e substituindo tem-se

$$V(O,B',A') = \lambda^3 \pi \int_0^{x_1} (\phi(z))^2 dz = \lambda^3 V(O,B,A) \quad (92)$$

como se desejava demonstrar.

f) A partir de e) resulta que o incremento volumétrico percentual é:

$$z\% = (\lambda^3 - 1) \cdot 100 \quad (93)$$

então também é válida:

$$V(O,B',A') - V(O,B,A) = (\lambda^3 - 1) \cdot V(O,B,A) \quad (94)$$

No referente ao emprego prático e consequências das relações entre duas soluções de uma equação diferencial homogênea, considerar-se-á que sejam dadas:

- a) a curva de forma do tronco no momento t_0 $y = \phi(x)$
- b) a equação de desenvolvimento (crescimento) das alturas $h(t) = 1$; ou a equação de desenvolvimento do diâmetro $d(t)$ respectivamente.
- c) a função de proporcionalidade $\lambda(t_0, \tau) = h(t_0 + \tau) / h(t_0)$, como a fonte de alimentação dinâmica.
- d) O volume atual do tronco como sendo:

$$V_{t_0} \phi = \pi \int_0^{h(t_0)} (\phi(x))^2 dx \quad (95)$$

e) crescimento equiforme (situação onde a forma do fuste permanece constante ao longo do tempo)

Disto resulta:

* A forma do tronco no futuro $t_0 + \tau$ (necessária para a determinação do crescimento dos sortimentos), é expressa pela equação:

$$y = \lambda(t_0 + \tau) \phi \left(\frac{x}{\lambda(t_0, \tau)} \right) \quad (96)$$

* A função da dinâmica do volume do fuste expressa pela equação:

$$V_{t_0 + \tau}(\phi) = \lambda^3(t_0, \tau) V_{t_0}(\phi) \quad (97)$$

* A função da dinâmica do incremento percentual do volume, expressa pela equação:

$$z_{t_0, \tau}(\phi) = (\lambda^3(t_0, \tau) - 1) \cdot 100 \% \quad (98)$$

Através das fórmulas anteriores, pode-se testar se poderia ser assumida a hipótese de equiformidade do crescimento, considerando os dados de uma análise de tronco. Se coincidirem aproximadamente as relações do diâmetro da base e o diâmetro à altura do

peito, isto significa:

$$d(t_0 + \tau) / d(t_0) = d_{1.3}(t_0 + \tau) / d_{1.3}(t_0) \quad (99)$$

Isto também permite expressar $\lambda(t_0, \tau)$ em função de $d_{1.3}(t)$. É necessário entretanto que seja válido:

$$d(t_0 + \tau) / d(t_0) = h(t_0 + \tau) / h(t_0) \quad (100)$$

Essa é uma condição necessária para a aceitação da suposição de crescimento equiforme. No caso em que a condição não seja preenchida, não aplicar-se-á as fórmulas do crescimento equiforme.

Sem aprofundar aqui nos aspectos estocásticos, percebe-se que a equação (97), também pode ser usada para prognosticar o volume do povoamento através da projeção do volume V_{t_0} no momento t_0 que deve ser conhecido, para o qual será usado o valor

$$\lambda(t_0, \tau) \text{ da função do tronco médio } (d_{1.3}(t_0 + \tau) / d(t_0)),$$

assim:

$$V_{t_0 + \tau}(B) = ((d_{1.3}(t_0 + \tau) / d(t_0)) \cdot V_{t_0}(B)) \quad (101)$$

sempre que seja ($t_0 \geq 40$, $\tau \leq 50$).

2.5.3.4 Fórmulas para o crescimento não equiforme ou "afim" (forma semelhante ou relacionada por afinidade)

Neste caso as direções não variáveis modeladoras do tronco, movimentam-se ao longo de um grupo de curvas não lineares.

O campo direcional da forma $y' = f(y/\tau(x))$ com as propriedades de regularidade já citadas para f , tem as isóclinas:

$$y = f^{-1}(c) \cdot \tau(x) \quad (x, y) \in G \quad (102)$$

E especialmente:

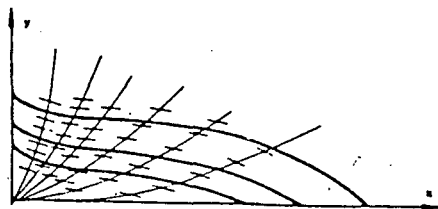
$$\tau(x) = x^{1+e} \quad ; \quad e > 0 \quad (103)$$

então existe um campo direcional como o mostrado na figura 11.

O caso mais comum é descrito na figura 12.

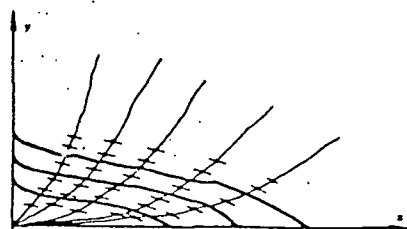
Ao referir-se ao crescimento "afim" da forma do tronco, como

FIGURA 11. CAMPO DIRECIONAL DO CRESCIMENTO NÃO EQUÍFORME



Fonte: SLOBODA (1977)

FIGURA 12. CASO COMUM DO CRESCIMENTO NÃO EQUÍFORME



Fonte: SLOBODA (1977)

85

um método prático, SLOBODA afirma que uma aproximação do deslocamento da curva equiforme obtém-se com o deslocamento da curva de forma, nas direcções da altura e do diâmetro, mas com as seguintes intensidades diferentes:

$$dt_0(\tau) = d_{1.3}(t_0 + \tau) / d_{1.3}(t_0); \quad (104)$$

$$ht_0(\tau) = h(t_0 + \tau) / h(t_0) \quad (105)$$

Isto acontece através de: $\bar{x} = dt_0(\tau) \cdot x$; $\bar{y} = ht_0(\tau) \cdot y$.

Se acontece que $dt_0(\tau) = ht_0(\tau)$, então há crescimento equiforme.

No referente ao emprego prático e consequências das fórmulas do crescimento não equiforme, considerar-se-á que sejam dadas:

- a) a forma do tronco no momento t_0 como sendo $y = \phi(x)$;
- b) o desenvolvimento da altura e do diâmetro, com $l = h(t)$ e $d(t)$ respectivamente;
- c) as funções dinâmicas calculadas das medidas b) conforme $dt_0(\tau)$ e $ht_0(\tau)$;
- d) O volume do tronco ϕ em t_0 como sendo

$$V_{t_0}(\phi) = \pi \int_0^{h(t_0)} (\phi(x))^2 dx \quad (106)$$

e) a hipótese do crescimento afim (situação onde a forma do fuste resulta semelhante ao longo do tempo)

Disto resulta:

* A curva de forma do fuste no futuro $t_0 + \tau$ é expressa pela equação:

$$y = dt_0(\tau) \phi \left(\frac{x}{ht_0(\tau)} \right) \quad (107)$$

* A dinâmica futura do volume do tronco com a função:

$$V_{t_0 + \tau}(\phi) = dt_0^2(\tau) \cdot ht_0(\tau) \cdot V_{t_0}(\phi) \quad (108)$$

equivalente à equação (97).

* A função do crescimento percentual do volume é:

$$zt_0 + \tau(\phi) = (dt_0^2(\tau) \cdot ht_0(\tau) - 1) \cdot 100 \% \quad (109)$$

* O crescimento corrente do volume é obtido através da derivação da função (108) respeito de τ .

84

SLOBODA, apresenta um exemplo prático gráfico do emprego da equação (107), numa figura a poligonal de forma dos 60 anos é projetada para os oitenta, cem, cento e quarenta e cento e sessenta anos (linhas pontilhadas) e são comparadas com a realidade (linhas cheias).

O mesmo autor expressa que a aplicação da equação (108), a dados de análise de troncos de árvores de espécies coníferas europeias, levantados por Güttemberg * obtendo-se para idades iniciais (t_0) de 40 anos e períodos de prognose (τ) de 60 anos; desvios percentuais dos volumes que ficam quase todos abaixo do 10 %, ou seja:

$$\left(\max \left| \frac{V_{est}(t) - V_{real}(t)}{V_{real}} \cdot 100 \% \right| < 10 \% \right) \quad (110)$$

A idéia deste trabalho é provar a aplicação deste método à

* GÜTENBERG, A. Wachstum und Ertrag der Fichte im Hochgebirge, Wien und Leipzig, 1915. Citado por SLOBODA, B. Die Beschreibung der Dynamik der Schaftformfortpflanzung mit Hilfe der Ähnlichkeitsdifferentialgleichung und der Affinität. Mitteilungen der Forstlichen Bundesversuchsanstalt. Wien, 120. p. 53-60.

uma conífera Sulamericana (Araucaria angustifolia) e nas condições de crescimento sulbrasileiras, onde o crescimento é relativamente mais rápido que nas condições européias. Além de tentar determinar as idades iniciais e amplitude dos períodos de prognose em função de determinados valores de acuracidade considerados como sendo aceitáveis.

Considerando o crescente uso no mundo florestal, dos modelos de simulação de árvores individuais MUNRO⁶⁷, ALDER³, WHITE⁸⁸, o método de pesquisa e de prognose das curvas de formas que mudam, deveria ser estimulado segundo STERBA⁸⁷.

2.5.3.5 Modelo do sistema fuste da árvore

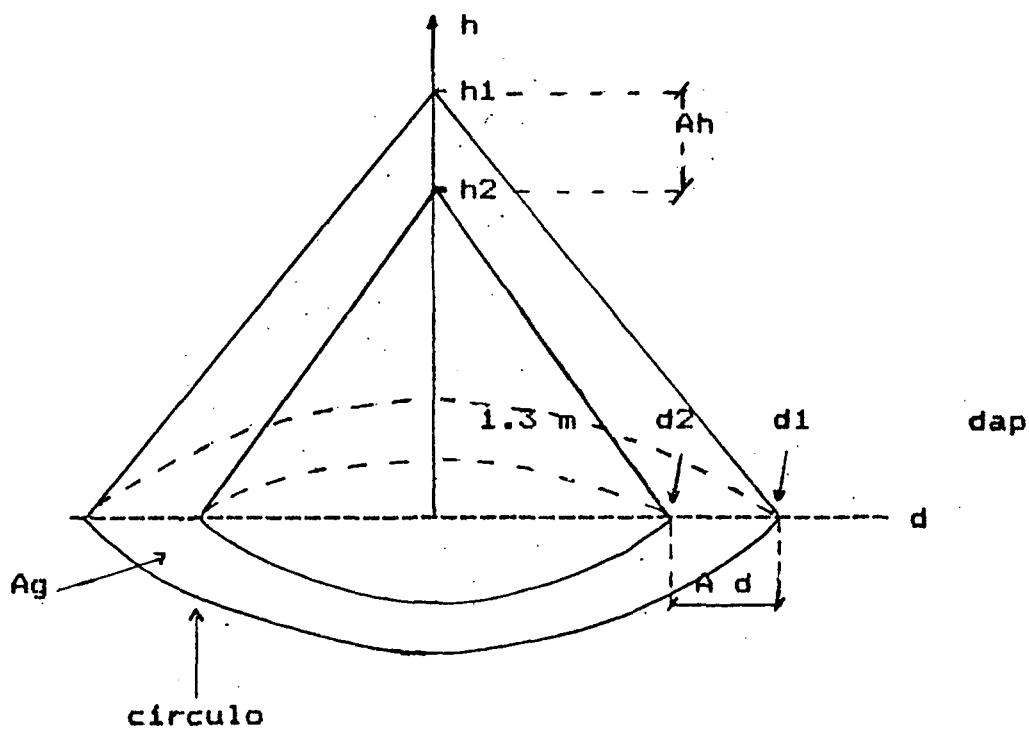
No trabalho o sistema fuste da árvore será considerado como sendo uma sucessão de sólidos geométricos à maneira de cones superpostos, correspondendo um a cada ano de crescimento e caracterizados por uma função que define o seu perfil. Essa função descreve o comportamento do diâmetro médio do sólido em função da altura.

O modelo permite considerar os crescimentos em altura e dos diâmetros a várias alturas. Os volumes são obtidos ao considerar o sólido geométrico gerado pela função citada, em torno do eixo central y . Neste ponto, destaca-se justamente a limitante do modelo quanto a considerar um diâmetro médio para cada altura, e uma secção transversal com uma forma de círculo constante.

O autor considera que como modelo de árvore, o presente só pode ser superado em termos dendrométricos por outro que permita a consideração de raios variáveis a uma mesma altura, ou seja formas de secções transversais diferentes do círculo.

A Araucaria angustifolia, apresenta aparentemente, uma forma geral do tronco relativamente melhor que outras espécies florestais plantadas no Sul do Brasil, quanto à retidão do fuste,

FIGURA 13. INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO DE TRONCO DE ÁRVORE



secção transversal aproximadamente cilíndrica e escassa proporção de árvores bifurcadas, fatos que a transformam numa espécie apta para ao ajuste do modelo proposto.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 MATERIAIS

Para a realização do presente trabalho foram utilizados dados de 42 árvores derrubadas e de parcelas amostrais, levantados no decorrer dos trabalhos de campo do INVENTARIO FLORESTAL DE AÇUNGUÍ- FUPEF³⁰, realizado segundo contrato celebrado entre o Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal (IBDF), hoje (IBAMA) e a Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná (FUPEF).

Segundo FUPEF³⁰, tal inventário visava "a ferramentação técnica da FLORESTA NACIONAL DE AÇUNGUÍ, dentro da filosofia de utilização das Florestas Nacionais do IBDF, introduzindo a adoção de diretrizes para a elaboração dos planos de ordenamento e subsidiar o processo decisório interno no que se refere a quantidade de investimentos e retorno".

3.1.1 Localização e Extensão da área da Floresta

A área abrangida pela Floresta Nacional de Açungui é de aproximadamente 500 ha., situada no Município de Campo Largo, Distrito Três Córregos, Estado do Paraná, Brasil.

3.1.2 Geologia e Relevo

GRODSKI * citado por PATON⁶⁸, em relatório apresentado ao IBDF sobre a Floresta Nacional de Açungui, diz que o local onde esta se localiza, faz parte da série geológica Açungui, caracterizada pela presença de rochas sedimentares e metamórficas de idade Algonquiana. As rochas intrusivas estão caracterizadas por

* GRODSKI, M. R. Relatório da Floresta Nacional de Açungui. s.n.t. Citado por PATON, P. S. Estimativa de volumes individuais em metros cúbicos, sólido e estereo para Bracatinga (Mimosa scabrella Benth.) em povoamentos naturais maduros. Curitiba, 1984. 109 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.

granitos porfíricos e eruptivas básicas.

Apresenta um relevo fortemente ondulado e bastante acidentado, tendo em vista o dobramento a que estava submetido em sua formação por forças do diatrofismo Huruazuano ou Peniquiano com intrusões de magmas ácidos diferenciados.

As rochas mais sobressalentes são os filitos, apresentando algumas vezes afloramento de calcáreo cinzento escuro. Observa-se também quartzo preenchido nos filitos e granitos porfíricos de composição alcalina que analisados no microscópio mostram: biotita, titanita, apatita, mirmekita e óxido de ferro.

11

Segundo BIGARELLA et alii¹¹, a referida região faz parte das formações geológicas: Votuveraba e Agua Clara, caracterizadas fundamentalmente por filitos calcários, quartzitos, calcários e conglomerados. Por isso a zona apresenta inúmeras jazidas de calcários dolomíticos, talcos e caulim.

3.1.3 Solos

Os solos predominantes na região, segundo levantamento de reconhecimento pela EMBRAPA & IAPAR²⁴, apresenta os seguintes resultados:

PV1 - Podzólico vermelho amarelo com A proeminente, textura argilosa, fase floresta tropical perenifolia, relevo forte ondulado.

PV3 - Associação podzólico vermelho amarelo com A proeminente, textura argilosa, fase floresta subtropical perenifolia, relevo ondulado e latossol vermelho escuro distrófico com A proeminente, textura argilosa, fase floresta subtropical perenifolia, relevo suave ondulado.

PV4 - Associação podzólico vermelho amarelo cámbico com A proeminente, textura argilosa e podzólico vermelho amarelo com A proeminente, textura argilosa, fase florestal subtropical pereni-

folia, relevo ondulado.

PVa1 - Associação podzólico vermelho álico com A proeminente, textura argilosa com cascalhos, fase floresta subtropical perenifolia, relevo forte ondulado e latossol vermelho amarelo álico com A proeminente, textura argilosa, fase floresta subtropical perenifolia, relevo ondulado.

3.1.4 Clima

77

Segundo ROTH « OLIVEIRA », na classificação climática de Koepen, a zona de estudo é representada pelo tipo Cfb baseada na ação conjunta de temperatura e precipitação pluvial.

Sendo:

C = climas pluviais temperados, mês mais frio entre + 18 oC e - 3 oC

f = sempre úmido, chuva todos os meses do ano

b = temperatura média do mês mais quente inferior a 22 oC.

Por sua vez, faz parte da Região Bioclimática 1, do zoneamento Bioclimático para Reflorestamentos de GOLFARI et alii³⁵, com as seguintes características: temperatura média anual de 12 a 18 oC, geadas frequentes no inverno, precipitação média anual de 1250 a 2500 mm, uniformemente distribuídos.

3.1.5 Vegetação

A FLORESTA NACIONAL DE AÇUNGUÍ possui uma área de 416,28 ha. de plantios, sendo 97 % de Araucaria angustifolia e 3 % de Pinus elliottii. O restante é composto de vegetação nativa com Araucaria angustifolia.

3.2 METODOLOGIA DE LEVANTAMENTO DE DADOS

3.2.1 Sistema de Amostragem

O sistema de amostragem mediante estudo acurado da população foi estratificado aleatório com afixação proporcional ao tamanho,

sendo que os talhões foram considerados os estratos, sorteando-se as unidades amostrais utilizando-se um sistema de coordenadas cartesianas.

3.2.2 Determinação do número de unidades amostrais e precisão requerida

Para que a amostragem fosse realmente representativa foi necessário o estabelecimento de 72 parcelas, sendo que três destas foram alocadas num povoamento de Pinus elliottii e as demais nos povoamentos de Araucaria angustifolia. Quanto à precisão considerada no inventário, admitiu-se a ocorrência de um erro máximo de 10 % em torno do volume médio estimado, com 95 % de confiabilidade de encontrar a média verdadeira dentro desse limite.

3.2.3 Alocação das unidades amostrais

O número de unidades de amostra foi proporcional ao tamanho dos talhões, sendo que talhões maiores tiveram maior número de parcelas amostradas.

Dessa forma ficaram distribuídas as unidades amostrais, conforme a Tabela 3, a qual pretende ser uma descrição geral da

TABELA 3. ESTRUTURA GERAL DOS REFLORESTAMENTOS DA FLORESTA NACIONAL DO AÇUNGUÍ E DISTRIBUIÇÃO DAS PARCELAS POR TALHÃO

| Talhão No | Espécie | Área (ha) | Ano de Plantio | Espaçamento inicial (m) | Número de parcelas |
|-----------|-----------------|-----------|----------------|-------------------------|--------------------|
| 1 | A. angustifolia | 63,70 | 1944/46 | 1x1/2x2 | 11 |
| 2 | A. angustifolia | 33,30 | 1953 | 1x1 | 7 |
| 3 | A. angustifolia | 75,00 | 1946 | 2x2 | 10 |
| 4 | A. angustifolia | 60,50 | 1946 | 2x2 | 10 |
| 5 | A. angustifolia | 70,40 | 1945/46 | 1,5x1,5 | 11 |
| 6 | A. angustifolia | 0,70 | 1946 | 1x1 | 1 |
| 7 | A. angustifolia | 58,30 | 1945/46 | 1x1 | 10 |
| 8 | A. angustifolia | 11,60 | 1944/46 | 2x2/1x1 | 2 |
| 9 | A. angustifolia | 18,80 | 1944/46 | 2x2/1x1 | 3 |
| 10 | P. elliottii | 12,50 | 1961/62 | 2x2/1x1 | 3 |
| 11 | A. angustifolia | 11,18 | 1961 | 2x2 | 4 |
| Total | | 416,28 | | | 72 |

Fonte: FUPEF, 1986

estrutura da floresta estudada, no que se refere às áreas, idades e densidades iniciais dos seus talhões.

3.2.4 Distribuições das árvores da amostra

As tabelas 4 e 5 são apresentadas com a finalidade de descrever a amostra de árvores, sobre a qual foi desenvolvida o presente trabalho.

TABELA 4. DISTRIBUIÇÃO DAS ÁRVORES EM CLASSES DE DIÂMETRO E ALTURA

| classes diâmetro (cm) | classes de altura (m) | | | | TOTAL |
|-----------------------------|--------------------------|---------|---------|---------|-------|
| | 5 - 10 | 10 - 15 | 15 - 20 | 20 - 25 | |
| 5 - 10 | 2 | 1 | | | 3 |
| 10 - 15 | | 3 | | | 3 |
| 15 - 20 | | 8 | 2 | | 10 |
| 20 - 25 | | 2 | 5 | | 7 |
| 25 - 30 | | | 8 | | 8 |
| 30 - 35 | | | 6 | 1 | 7 |
| 35 - 40 | | | 1 | 2 | 3 |
| 40 - 45 | | | 1 | | 1 |
| TOTAL | 2 | 14 | 23 | 3 | 42 |

TABELA 5. DISTRIBUIÇÃO DAS ÁRVORES EM CLASSES DE IDADE

| Classes de idades (anos) | Número de árvores |
|-----------------------------|----------------------|
| 20 - 25 | 8 |
| 25 - 30 | 2 |
| 30 - 35 | 9 |
| 35 - 40 | 19 |
| 40 - 45 | 4 |
| TOTAL | 42 |

3.3 METODOLOGIA DE ANÁLISE DE TRONCO

A metodologia de trabalho utilizada na análise de tronco, baseou-se na proposta por BARUSSO⁸, considerando as condições ecológicas sulbrasileiras. A mesma metodologia foi empregada por EMERENCIANO²⁵, DOLDAN²². A metodologia apresenta-se simples e prática, e fica subdividida nas fases descritas a seguir.

3.3.1 Escolha e locação das árvores

Com o intuito de abranger as variações da forma entre os sítios, as posições sociológicas e as idades, foram selecionadas inicialmente 14 parcelas.

As variações de sítio existentes na Floresta, foram cobertas considerando as alturas médias das árvores dominantes.

Considerando as distribuições diamétricas atuais de cada parcela, calculou-se, para cada uma delas, a média aritmética e o desvio padrão.

De posse dessas estatísticas, definiu-se as três classes diamétricas da tabela 6, as quais foram assumidas como sendo equivalentes às três posições sociológicas, devido à forte relação do diâmetro e altura, característica destes povoamentos.

Na definição proposta tentou-se considerar também as dispersões dos diâmetros de cada parcela.

TABELA 6. DEFINIÇÃO DAS CLASSES DIAMÉTRICAS

| Classe diamétrica | intervalo de diâmetros | posição sociológica |
|-------------------|----------------------------|---------------------|
| I | $dap < dm - s$ | inferior |
| II | $dm - s \leq dap < dm + s$ | média |
| III | $dap \geq dm + s$ | dominante |

onde:

dm = diâmetro médio da parcela

s = desvio padrão dos diâmetros

Separou-se então os diâmetros de cada parcela por classe, e calculou-se os diâmetros médios de cada classe, que serviram para a identificação na parcela, das três árvores representativas das correspondentes posições sociológicas.

Desta maneira foi obtido inicialmente um total de 42 árvores, das quais 14 dominantes, 14 médias e 14 inferiores.

As alturas das árvores dominantes no ano 20, foram empre-

gadas na definição das classes de sítio, existentes na Floresta, segundo a tabela 7.

TABELA 7. DEFINIÇÃO DAS CLASSES DE SÍTIO

| Classe de sítio | intervalo de alturas médias dominantes (m) | Índice de sítio (n) (idade índice=20) |
|-----------------|--|---------------------------------------|
| I | 15 < = Hdom < 17 | 16 |
| II | 13 < = Hdom < 15 | 14 |
| III | 11 < = Hdom < 13 | 12 |

onde:

Hdom = altura média dominante da parcela

Desta maneira 5 parcelas, ou seja 15 árvores pertenceram à classe de sítio I, 4 parcelas ou 12 árvores à classe II e 5 parcelas ou 15 árvores à classe III.

Os dados abrangem somente 3 classes sucessivas das 10 classes de sítio definidas por DE HOOG et alii²¹, para povoamentos da espécie em questão no Sudeste do Brasil.

3.3.2 Derrubada das árvores

Após ter sido locada a árvore a ser derrubada, marcava-se um ponto a 1,30 m do solo, o qual serve para localizar exatamente a posição do diâmetro à altura do peito da árvore em pé, após a derrubada da árvore.

Logo, as árvores foram cuidadosamente derrubadas, de maneira que as fatias inferiores não resultem danificadas.

3.3.3 Escolha, marcação e corte das fatias

As fatias empregadas no trabalho foram escolhidas segundo um padrão definido previamente, ou seja, às alturas de 0,1 m, 0,3 m, 0,7 m, 1,3 m, 2 m, e daí em diante a cada 3 m, até o topo da árvore.

A maior concentração de fatias na base do fuste das ár-

vores, deve-se aos fatos conhecidos de maior concentração do volume do tronco na base do mesmo, ao maior valor relativo desse volume e à forte mudança da forma na região basal.

A fatia tomada aos 1,30 m de altura é conhecida como a fatia da altura do peito, a qual é necessária para estudar a evolução do diâmetro e a área transversal à altura do peito em função da idade.

Após marcada a fatia, cortou-se o tronco acima e abaixo da marca, de maneira que a fatia retirada possuísse aproximadamente 5 cm de espessura. Essa espessura é recomendada por BARUSSO⁸, a fim de se obter uma secagem relativamente rápida e sem correr riscos de rachar.

A experiência prática sugere que as fatias sejam identificadas antes de serem cortadas, preferencialmente com fita plástica impressa "rotex", para se evitar a perda e a mescla das mesmas. Contudo, neste trabalho as fatias foram identificadas após o corte, com lápis de cor, indicando-se em cada fatia: a parcela, a posição sociológica da árvore e o número da fatia dentro do tronco, num sentido ascendente de altura.

3.3.4 Transporte das fatias

Depois de efetuado o corte, as fatias foram transportadas imediatamente, em sacos de estopa para o local de secagem.

O atraso no transporte ou transporte em recipiente fechado, pode ocasionar danos consideráveis, devido ao ataque de fungos, facilitado pela umidade existente nas fatias.

3.3.5 Secagem e lixamento das fatias

Segundo a teoria, a secagem das fatias devem ser realizadas em lugares bem arejados e à sombra, e a frente e o verso da fatia não deverão estar em contato com outra superfície, nem mesmo com

outra fatia. Chama-se frente e verso de uma fatia às partes transversais onde se têm os anéis de crescimento visíveis. As fatias devem ser colocadas em pé, com a casca somente em contato com outra superfície.

Embora o transporte tenha sido realizado segundo o previsto, as fatias foram tratadas com fungicida e depois secadas num galpão da Floresta, separadas e dispostas de maneira a receber ventilação em ambas as faces.

Quando as fatias apresentavam um teor de umidade adequado, foram levadas a Curitiba, para efetuar posteriormente o lixamento e a medição das mesmas.

O lixamento foi feito para facilitar a identificação dos anéis e as correspondentes medições. No caso do trabalho, as fatias foram lixadas somente nas faces superiores das mesmas.

3.3.6 Medição das fatias

Após todas terem sido cortadas, secas e lixadas, procedeu-se à marcação dos raios que deviam ser medidos para a estimação dos crescimentos passados.

Para determinar quais raios deveriam ser medidos em cada fatia, empregou-se o procedimento sugerido por BARUSSO⁸, que após aplicar um teste estatístico, sugeriu a marcação de quatro raios perpendiculares entre si, sendo que para a sua localização, determina-se inicialmente o raio maior a partir do anel mais externo, gira-se então 45 graus no sentido anti-horário e a partir deste ponto marcam-se os 4 raios.

A medição dos raios correspondentes a cada anel foram feitas em cima destes 4 raios marcados, formando uma cruz.

As medições foram realizadas a olho nu, empregando uma régua de material plástico estável, com graduações de milímetro em milímetro o qual permite uma aproximação de médio milímetro nas

medições.

De posse da régua coloca-se a mesma sobre o raio escolhido, de tal forma que o zero da régua coincida com o centro da medula da fatia, lendo-se diretamente a distância radial de cada anel em milímetros e registrando as medições em formulários pro-forma.

Desta maneira, realizaram-se as medições de todas as fatias de 39 árvores, registrando-se para cada uma delas, os quatro raios, contendo cada um deles "n" dados, conforme os "n" anéis de cada fatia.

Com a metodologia manual empregada, não foi possível realizar a medição das fatias de três árvores da amostra, devido à proximidade entre os anéis.

3.3.7 Gravação e Verificação dos dados

Os dados obtidos nas medições foram posteriormente gravados, verificados e corrigidos.

A verificação foi feita de duas maneiras. A primeira delas no computador, através de um programa que comparava os 4 raios de um anel, comparando os valores entre eles e registrando valores muito diferentes dos outros, comparando depois os valores com os valores do anel anterior e registrando nesse caso as situações onde um mesmo raio, apresentava um valor maior para um anel interior.

A segunda maneira de realizar a verificação dos dados, foi através da avaliação gráfica do perfil dos troncos, tentando detectar entrecruzamento entre os perfis correspondentes a dois anos sucessivos, e analisando as tendências de tais perfis. Verificando as medições, fazendo-se as remedições e corrigindo-se, quando necessário, todas as situações que se apresentam duvidosas no gráfico.

3.3.8 Processamento das análises de tronco

O processamento foi realizado num microcomputador pessoal, empregando-se um pacote de programas já publicados por BARUSSO⁸, e adaptados para o sistema operativo "MS-DOS" por Jorge Enrique Glade e o autor, no ano 1987.

O pacote permite a gravação, verificação e correção dos dados originais, o processamento das análises de tronco e o traçado dos perfis dos troncos.

A saída numérica pela impressora, a qual pode ser opcionalmente gravada, apresenta a evolução em função da idade dos valores absolutos e os incrementos correntes e médios anuais do diâmetro à altura do peito, a altura, a área transversal e o volume total do tronco, além dos fatores de forma artificial e natural e o diâmetro de Hohenadl, como sendo o diâmetro considerado no décimo da altura do tronco.

O mesmo programa foi acrescentado numa rotina que permitiu obter os registros dos diâmetros médios de cada anel em cada fatia, os quais uma vez gravados constituem depois os dados de entrada para o programa de traçado do perfil e ajustes de funções de forma.

3.4 METODOLOGIA DE ESTUDO DO EFEITO DOS FATORES IDADE, SÍTIO E POSIÇÃO SOCIOLOGICA NA FORMA DO FUSTE

Nesta parte do trabalho, empregou-se, para descrever e quantificar a forma das árvores, o fator de forma natural ou de Hohenadl, o qual é considerado uma medida pura da forma, independente do tamanho das árvores.

Tais fatores de forma foram obtidos através do programa de processamento das análises de tronco e determinados como o quociente entre o volume total calculado e o volume do cilindro com base no décimo da altura do tronco. O volume total calculado é o somatório dos volumes das toras de cada árvore obtida pela fór-

mula de Smalian para as secções inferiores e a fórmula do volume do cone para a tora do topo.

É importante destacar que ao trabalhar numa análise de tronco com fatias, não é possível obter medições dos diâmetros nas posições relativas de Hohenadl, para todas as idades.

Para avaliar o efeito do sítio, a posição sociológica e a idade sobre a forma do fuste das árvores, realizou-se uma análise de variância.

Para isto, foram estabelecidas 7 classes de idades, com uma idade inicial de 5 anos e intervalos de 5 anos até os 40 anos. Enquanto que o sítio ficou caracterizado pelas 3 classes descritas e a posição sociológica pelos três níveis considerados no amostragem.

Inicialmente, a partir dos resultados das análises de tronco, calculou-se os fatores de forma naturais médios por classes de idade-sítio-posição sociológica, resultando, desta maneira, 63 valores médios, obtidos a partir de diferentes números de observações por classe.

Empregou-se o método de análise de variância para um experimento fatorial de $7 \times 3 \times 3$ sem repetições. Conforme a metodologia proposta por GOMES & RONCEROS ³⁶, como não há possibilidade de calcular o erro experimental propriamente dito, propuseram substituí-lo pelo estimador da interação tripla, no caso a interação idade x sítio x posição sociológica.

Com o propósito de comparar o efeito sobre a forma e sobre o volume, efetuou-se a mesma análise empregando a variável volume das árvores.

Nos testes de "F" empregou-se os níveis de confiança de 95 e 99 %.

Para efetuar uma melhor análise do comportamento dos fatores

de forma naturais médios, descreve-se graficamente as tendências observadas nos dados. Assim, apresentam-se os gráficos dos fatores de forma em função da idade, segundo classes de sítio e posição sociológica. Finalmente apresenta-se o gráfico dos fatores de forma naturais médio em função das posições sociológicas segundo classes de sítio.

3.5 METODOLOGIA DE ESTUDO DA ESTIMATIVA DOS COEFICIENTES DAS FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS

Avaliou-se a possibilidade de se empregar a estimativa dos coeficientes ou parâmetros das equações de forma relativas, empregando no caso, os dados obtidos da análise de tronco como informação básica.

Inicialmente realizou-se uma pré-seleção dos modelos a serem estudados, os quais são apresentados na tabela 8.

Foram considerados os seguintes critérios na seleção dos modelos:

a) modelos que já tinham sido empregados sobre dados da espécie.

Procurou-se na literatura, dentre os inúmeros modelos alternativos de equações de forma, uma listagem dos modelos que já tinham sido usados sobre dados da espécie em questão.

Os dois primeiros modelos foram empregados por SILVA et alii⁸², sobre dados da espécie obtidos na Floresta Nacional de Passo Fundo. Os autores acharam o primeiro dos modelos como sendo o mais promissor, tanto no ajuste das funções individuais como na estimativa dos seus parâmetros.

O polinômio de quinto grau, tem sido usado com excelentes resultados, sobre dados de Araucaria angustifolia por HOSOKAWA⁴³, BURGER et alii¹⁵, GUIMARÃES⁴⁰, FUPEF³¹.

b) variação do número de coeficientes ou parâmetros dos

modelos, sendo que o primeiro deles conta com dois, o segundo com três e o último com 6 coeficientes.

c) variação da natureza matemática dos modelos, o primeiro modelo foi exponencial, o segundo corresponde à equação da parábola, enquanto que o terceiro foi o polinômio de quinto grau.

Tais variações foram estabelecidas tentando avaliar o efeito de tais características dos modelos no seu ajuste e sua prognose.

TABELA 8. MODELOS DE EQUAÇÕES DE FORMA AJUSTADAS

| modelo | equação | autores | No. |
|--------|---|-------------------------|------|
| 1 | $\ln \left(\frac{d_i}{d} \right) = b_0 + b_1 \ln \left(\frac{h - h_i}{h} \right)$ | anônimo | (23) |
| 2 | $\left(\frac{d_i}{d} \right)^2 = b_0 + b_1 \frac{h_i}{h} + b_2 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2$ | Kozak et alii (1969) | (19) |
| 3 | $\frac{d_i}{d_{0,1}} = b_0 + b_1 \frac{h_i}{h} + \dots + b_5 \left(\frac{h_i}{h} \right)^5$ | Wutt (1961) | (21) |

Após realizada a préseleção dos modelos, nesta parte do trabalho, consideram-se as seguintes fases:

a) ajuste dos modelos de equações de forma escolhidos;

b) ajuste de modelos que permitam estimar os coeficientes das equações de forma relativas.

3.5.1 Ajuste das equações de forma relativa

O primeiro modelo de natureza exponencial, foi apresentado aqui na forma da sua transformação logaritmica, a qual permite linearizar o modelo e ajustá-lo através de um algoritmo de regressão linear simples, pelo método dos mínimos quadrados.

O segundo modelo, através da transformação $y = (d_i/d)^2$, ajusta-se como um polinômio de segundo grau.

Da mesma maneira o segundo e o último modelo foram ajustados através de um algoritmo de regressão polinômica.

Os dois primeiros modelos ajustaram-se aos perfis individuais anuais. Enquanto que para o ajuste do terceiro modelo, empregou-se o mesmo método usado por BURGER et alii¹⁵, considerando intervalos de idades de três anos, juntando, desta maneira, os dados de três perfis anuais num perfil médio, devido à maior quantidade de coeficientes deste modelo.

O processamento dos ajustes das equações de forma, foi realizado através de programas escritos em linguagem basic pelo autor.

Os programas empregam como dados de entrada, a matriz de raios médios e os resultados das análises de tronco. Realiza depois as transformações correspondentes e ajusta a função de forma escolhida.

As saídas destes programas são arquivos gravados, correspondentes a cada uma das árvores, nos quais aparecem na forma de colunas os coeficientes das funções de forma ajustadas, as estatísticas de ajuste, os valores das idades, diâmetros e alturas e as transformações destas variáveis.

Os arquivos assim obtidos servem para o desenvolvimento do seguinte item.

3.5.2 Estimativa dos coeficientes das equações de forma relativas em função das idades, diâmetros e alturas das árvores

Ajustaram-se modelos de regressão linear múltipla, através do procedimento denominado "Stepwise"

O "F" de entrada e saída empregado foi o valor tabelar de 2,71, correspondentes a 1 e infinitos graus de liberdade, e 90 %

de confiança.

Os coeficientes das funções de forma relativas foram variáveis dependentes.

Os valores das idades, dos diâmetros à altura do peito, as alturas totais das árvores e as suas transformações quadrática, inversa, e logarítmica natural foram as variáveis independentes dos modelos.

O modelo geral máximo resultou em todos os casos:

$$b's = f (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \dots, x_{12}) \quad (110)$$

onde:

b's = coeficientes das equações de forma relativas ajustadas

$$\begin{array}{llll} x_1 = i & x_2 = i^2 & x_3 = 1/i & x_4 = \ln (i) \\ x_5 = d & x_6 = d^2 & x_7 = 1/d & x_8 = \ln (d) \\ x_9 = h & x_{10} = h^2 & x_{11} = 1/h & x_{12} = \ln (h) \end{array}$$

sendo:

i = idade (anos)

d = diâmetro à altura do peito (cm)

h = altura total (m)

Para os modelos selecionados, foram determinadas as estatísticas de ajuste, e representaram-se graficamente os resíduos padronizados em função da variável independente idade.

3.6 EMPREGO DO MÉTODO PROPOSTO POR SLOBODA PARA A PESQUISA DO CRESCIMENTO PASSADO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS

84

A idéia básica de SLOBODA, de que uma equação diferencial de primeiro grau é um modelo adequado para descrever a evolução do perfil de uma árvore, manifesta-se na prática como um método de pesquisa do crescimento passado de árvores e povoamentos.

De posse dos raios ou diâmetros em cada altura de medição por idade, além das alturas totais atingidas em cada idade, calculadas na análise de tronco, dispõe-se então da informação

necessária para achar uma ou várias funções matemáticas que descrevam o perfil empírico na forma de uma equação.

A fim de obter uma melhor precisão nas estimativas dos coeficientes das polinomiais, trabalhando com variáveis de precisão simples na memória do computador, decidiu-se fazer as aproximações sobre séries relativas de dados, segundo as seguintes variáveis dependente y e independente x :

$$y_i = r_i/r_{01}$$

$$x_i = h_i/h$$

onde:

y = diâmetro ou raio relativo do ponto i do perfil

x = altura relativa do ponto i

r_i = raio médio do ponto i

r_{01} = raio médio calculado ao décimo da altura total

h_i = altura de medição do ponto i

h = altura total da árvore à qual pertence o ponto i

As transformações realizadas são equivalentes às realizadas no ajuste de uma função de forma relativa, de maneira que cada polinomial aproximada equivale a uma equação do perfil da árvore em termos relativos. Contudo uma simples retransformação das mesmas permite obter os perfis absolutos por idade.

As alternativas existentes para a obtenção das equações dos perfis anuais são a interpolação e a aproximação; técnicas amplamente descritas nos livros de matemática numérica.

A interpolação consiste numa série de técnicas que permite achar uma função que passe exatamente pelos pontos observados, sendo que as funções normalmente empregadas são os polinômios simples ou vários polinômios no caso da interpolação "spline".

18

A aproximação segundo CONTE et alii, é uma técnica usada para restabelecer uma função da qual somente existe uma informa-

ção parcial, isto é, uma tabela de valores, as vezes somente aproximados.

A aproximação difere da interpolação no sentido em que as diferenças entre os valores estimados pela função aproximada e os valores observados, não devem superar um valor prefixado e considerado admissível, o qual tem que ser definido segundo cada situação. Na interpolação tais diferenças devem ser nulas.

Nos perfis das árvores, as aproximações realizam-se comumente com funções polinomiais ou "splines".

Empregou-se no caso, aproximações polinomiais com graus variando de 1 a 5, segundo o número de pontos observados, a distribuição dos pontos no perfil e a forma do perfil definido por eles.

As condições impostas aos polinômios aproximados, foram que os volumes totais estimados através da sua integração não deveria diferir mais de 5 %, daqueles calculados pelo programa de análise de tronco.

Como método de aproximação dos polinômios a cada perfil, ou seja, a determinação dos coeficientes de cada polinômio, foi empregado o método dos mínimos quadrados.

Tal método foi escolhido, considerando que os raios usados são as médias de quatro medições, porém sujeitos aos erros próprios das medições e às irregularidades do próprio tronco. Sendo possível observar raios correspondentes a um perfil, numa fatia de acima com um valor maior ao raio do mesmo perfil numa fatia inferior.

As aproximações foram processadas através de um programa escrito pelo autor em linguagem basic.

Os dados de entrada ao programa são a matriz de raios médios segundo altura de medição e idade, além da matriz de resultados

das análises de tronco.

A determinação dos coeficientes das polinomiais foi realizada através de uma rotina iterativa de mínimos quadrados, a qual testava sucessivamente, a partir de 1 até 5, os graus dos polinômios até achar aquele que verificava as condições impostas. Nas situações onde elas não foram verificadas, escolhia-se o polinômio que mais se aproximava das mesmas.

Após calculados todos os coeficientes para uma árvore, eles eram gravados e impressos segundo a idade.

A obtenção dos perfis aproximados, para cada uma das idades da árvore estudada, permite dispor de uma ferramenta dendrométrica muito completa para o estudo do crescimento passado de árvores individuais.

A avaliação das polinomiais aproximadas efetuou-se de três maneiras seguintes.

3.6.1 Avaliação das diferenças entre os raios médios medidos e os estimados pelas aproximações

Para cada uma das árvores, em cada uma das idades e em cada altura de medição, calculou-se a diferença em centímetros, entre os raios médios das medições e os valores correspondentes, estimados pelas polinomiais aproximadas. Ou seja:

$$d(i,j,k) = \bar{r}(i,j,k) - \hat{r}(i,j,k) \quad (111)$$

onde:

i = idade

j = altura de medição

k = número da árvore

$d(i,j,k)$ = diferença dos raios em centímetros.

$\bar{r}(i,j,k)$ = raio médio das medições

$\hat{r}(i,j,k)$ = raio estimado pela polinomial aproximada

O processamento destas diferenças foi feito empregando um

programa escrito pelo autor em linguagem basic.

Para cada árvore efetuou-se as leituras da matriz de raios médios observados, da matriz de resultados da análise de tronco e da matriz de coeficientes das polinomiais aproximadas por idade. Calcularam-se depois os raios estimados e as diferenças para cada idade e altura de medição. Imprimindo-se finalmente uma saída, onde aparecem as diferenças calculadas por idade e altura de medição.

3.6.2 Avaliação das diferenças percentuais entre os volumes e fatores de forma naturais observados e estimados

Neste caso, consideram-se as diferenças percentuais em ambas as variáveis, sendo que os valores calculados são considerados aqueles obtidos através do programa de análise de tronco. Enquanto que os valores estimados são obtidos através da polinomial aproximada, em cada uma das idades. Segundo as seguintes fórmulas:

$$ff01 \text{ est } (i,k) = \int_0^1 y (i,k)^2 dx \quad (112)$$

e

$$\text{vol est } (i,k) = \pi r01^2 h \int_0^1 y (i,k)^2 dx \quad (113)$$

onde:

i = idade

k = número da árvore

ff01 est (i,k) = fator de forma natural estimado

vol est (i,k) = volume estimado

y (i,k) = polinomial aproximada ao perfil

r01 (i,k) = raio médio observado ao décimo da altura

h (i,k) = altura total calculada pelo programa de análise de tronco

As diferenças percentuais foram calculadas em ambas as variáveis, como sendo:

$$\text{dif \% (i,k)} = \frac{(\text{est (i,k)} - \text{calc (i,k)})}{\text{calc (i,k)}} \cdot 100 \quad (114)$$

onde:

i = idade

k = número da árvore

dif % (i,k) = diferença percentual

est (i,k) = valor estimado da variável

calc (i,k) = valor calculado da variável

O processamento foi realizado empregando-se um programa escrito em linguagem basic pelo autor, com o qual efetuava-se a leitura das matrizes dos raios médios, dos resultados das análises de tronco e dos coeficientes das polinomiais aproximadas. Determinou-se então os valores estimados e calculou-se as diferenças percentuais, as quais foram impressas conjuntamente aos valores observados e estimados, em função da idade, numa saída por árvore.

3.6.3 Análise da monotonicidade das polinomiais aproximadas

A monotonicidade é uma propriedade que caracteriza determinadas funções matemáticas em determinados intervalos.

Uma função matemática é dita ser monotónica num determinado intervalo, se cresce ou decresce uniformemente nesse intervalo.

Tal propriedade foi considerada importante nas funções de forma por GROSENBAUGH³⁹ e GOULDING³⁷ et alii .

No trabalho considerou-se importante testar essa condição nas polinomiais aproximadas, após ter-se detectado nos testes preliminares, que ela não se apresentava ainda em funções de interpolação polinomiais de graus maiores de 7.

Embora as polinomiais passem aproximadamente ou exatamente por todos os pontos observados, no trajeto entre dois pontos sucessivos, apresentavam às vezes oscilações muito pronunciadas,

chegando inclusive a ter valores negativos.

Além disso, embora em determinadas idades e fatias, os raios médios não manifestem dita propriedade, considera-se natural supor a diminuição monotónica do raio com a altura, no sentido base-topo.

Do ponto de vista dendrométrico, a verificação dessa propriedade tem importância no uso posterior das polinomiais, tanto na estimativa dos diâmetros a diferentes alturas, como na determinação das alturas comerciais e também na determinação dos volumes.

Para realizar a análise de monotonicidade, consideraram-se em cada uma das polinomiais aproximadas, um total de 20 alturas relativas equidistantes, nas quais determinou-se o raio estimado pela polinomial, comparando-se posteriormente os raios no sentido base-topo.

Se um raio resultava superior ao anterior, considerava-se a polinomial não monotónica e registrava-se a árvore, a idade, a altura e os raios, onde manifestava-se o fato.

3.7 PESQUISA DO CRESCIMENTO PASSADO DOS POVOAMENTOS

É importante deixar claro neste ponto, que a metodologia empregada não deve ser considerada como uma alternativa aos métodos do estudo de crescimento de povoamentos, baseados em dados de parcelas permanentes.

Porém nas situações de inexistência de dados de parcelas permanentes, resulta interessante pesquisar e descrever o crescimento passado de povoamentos. Nessas circunstâncias o método empregado pode ser uma alternativa possível de ser aplicada.

O desenvolvimento passado dos povoamentos foi obtido considerando na distribuição diamétrica atual, três classes de diâmetro, segundo os limites definidos ao fazer referência à posição

sociológica.

Em cada uma das classes, chamadas dominante, média e inferior, considerou-se uma árvore média representativa da classe.

Para cada uma dessas árvores realizou-se a análise de tronco e a aproximação de polinomiais aos seus perfis por idade.

Além disso, dos dados do inventário pode-se dispor também das frequências atuais para cada uma das classes de diâmetro.

Para o processamento elaborou-se um programa de computação, escrito em linguagem basic que requer como entradas, as seguintes informações:

a) os resultados da análise de tronco de cada uma das árvores por classe diamétrica da parcela

b) os coeficientes das polinomiais aproximadas de cada uma das árvores médias por classe diamétrica

c) as frequências absolutas atuais (número de árvores) de cada uma das classes diamétricas

d) a superfície da parcela

e) o número e as dimensões (comprimentos e diâmetros na ponta fina) dos sortimentos cujo crescimento se deseja estudar.

Foram considerados os sortimentos e dimensões, válidos para a espécie em questão, no mercado madeireiro da região metropolitana de Curitiba, segundo FUPEF ³¹ e apresentados na tabela 9.

TABELA 9. DIMENSÕES DOS SORTIMENTOS ESTUDADOS

| Sortimentos número | utilização ou destino comercial | diâmetro na ponta fina sem casca (cm) | comprimento da tora (m) |
|-----------------------|---------------------------------------|---|-------------------------------|
| 0 | toco | -- | 0,1 |
| 1 | faqueado | 25 | 2,7 |
| 2 | laminado | 20 | 2,7 |
| 3 | serraria | 10 | 3,3 |
| 4 | pasta-lenha | 5 | 1,1 |
| 5 | resíduo | 1 | 0,5 |

A etapa de cálculo dos sortimentos compreendeu as seguintes fases:

a) determinação dos volumes correspondentes a cada sortimento, para cada árvore média por idade.

Para realizar esta operação empregaram-se os coeficientes das polinomiais aproximadas conjuntamente aos diâmetros no décimo da altura e as alturas totais obtidas no processamento das análises de tronco. Com esses dados é possível obter a equação do perfil absoluto do tronco, na idade considerada.

De posse da equação do perfil absoluto, desconta-se inicialmente o volume correspondente ao toco de 0,1 m de altura.

O resto do tronco divide-se idealmente em porções correspondentes a cada sortimento, segundo as dimensões citadas e priorizando-se sempre os sortimentos de maior valor.

Posteriores integrações do perfil absoluto permite obter os volumes correspondentes a cada sortimento, nessa idade e nessa árvore.

Nesta fase do processamento aplicou-se uma adaptação da rotina já usada pela FUPEF ³¹.

b) determinação dos volumes dos sortimentos por hectare por classe diamétrica por idade.

Para fazer tal determinação empregou-se a fórmula seguinte:

$$\text{Vol} (i,j,k,l) = \text{sort} (i,j,k,l) \cdot \text{freq} (k,l) \cdot (10 / \text{sup}(l)) \quad (115)$$

onde:

i = idade

j = número do sortimento

k = classe diamétrica

l = número da parcela

Vol = volume do sortimento na classe diamétrica (m³ /ha)

sort = volume do sortimento na idade (m³)

freq = frequência absoluta atual da classe diamétrica

sup = superfície da parcela (m²)

c) determinação do volume do sortimento por hectare por idade.

Tal volume é obtido simplesmente pelo somatório dos sortimentos obtidos nessa idade, em cada uma das classe diamétricas consideradas. Ou seja:

$$VOL(i,j,k) = \sum_{k=1}^{nc} Vol(i,j,k,l) \quad (116)$$

onde:

i = idade

j = número do sortimento

k = classe de diâmetro

l = número da parcela

VOL = volume do sortimento na idade na parcela (m³/ha)

Vol = volume do sortimento nas "nc" classes diamétricas (m³/ha)

d) determinação do volume total por hectare por idade

O volume total por idade resulta simplesmente dos volumes totais de todos os sortimentos nessa idade, ou seja:

$$VOL TOT(i,l) = \sum_{j=0}^5 VOL(i,j,l) \quad (117)$$

onde:

i = idade

j = número do sortimento

l = número da parcela

VOL = volume total do sortimento na idade (m³/ha)

VOL TOT = volume total da parcela na idade (m³/ha)

Como não existiam medições passadas das parcelas, as avaliações são feitas comparando os resultados obtidos para a idade de cada parcela, com os resultados obtidos pela FUPEF para as

mesmas parcelas.

31

O procedimento empregado pela FUFEP, consistiu na consideração de classes diamétricas de 3 cm de amplitude e a determinação dos volumes e sortimentos por classe, empregando uma combinação de função de volume e função de forma média de todas as árvores da amostra.

3.7.1 Avaliação das acurácidas da distribuição dos volumes por sortimentos

Os dados empregados nesta avaliação foram os volumes obtidos em cada parcela e em cada sortimento considerado.

31

Os resultados obtidos pela FUFEP, foram usados como padrão de comparação ou referência, e como valores a serem comparados os resultados obtidos na aplicação da metodologia empregada neste trabalho.

A avaliação da acuracidade das distribuições dos volumes por sortimento, realizou-se empregando o teste de Kolmogorov-Smirnov (GLADE³¹, STEEL et alii⁸⁶, AYRES et alii⁷).

Na forma como foi aplicado, o teste serve para comprovar estatisticamente se as duas amostras (neste caso os resultados obtidos pelos dois métodos), foram obtidos de uma mesma população, ou de populações com a mesma distribuição cumulativa. Nesta maneira de uso, o teste de Kolmogorov-Smirnov é chamado teste de independência.

Na notação da teoria estatística, testam-se as seguintes hipóteses:

$$H_0 : F_1(X) = F_2(X)$$

$$H_1 : F_1(X) \neq F_2(X)$$

onde:

$F_1(X)$ = distribuição cumulativa obtida pelo método Sloboda

$F_2(X)$ = distribuição cumulativa obtida pelo método FUFEP

Para a aplicação do teste empregou-se um programa escrito em

linguagem basic publicado por AYRES et alii⁷; empregando níveis de significância de 5 % e 1 %.

3.7.2 Avaliação da acuracidade nas estimativas do volume total sem casca

Para avaliar a acuracidade das estimativas dos volumes totais por parcela, empregou-se o teste de Qui-Quadrado proposto²⁶ por FREESE .

Os valores a serem testados são os volumes totais obtidos pela aplicação do método descrito, os quais são dados sem casca. Enquanto que os valores de referência são os valores obtidos pela³⁰ FUPEF³⁰, no processamento dos dados do Inventário da Floresta, empregando uma relação hipsométrica e função de volume.

Na aplicação desta avaliação, testa-se tanto a validade do método quanto à estimação dos volumes individuais das árvores médias, como à sua representatividade isto refere-se ao número de árvores consideradas por parcela e a maneira de escolhê-los.

A hipótese testada foi:

$$H_0 : V_r = V_o$$

$$H_1 : V_r \neq V_o$$

onde:

V_r = volumes de referência obtidos pela FUPEF³⁰

V_o = volumes obtidos pela aplicação do método estudado.

O teste realiza-se comparando o valor observado de qui-quadrado, o qual determina-se com a seguinte fórmula:

$$\chi^2 = \frac{196}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{V_o(i)}{V_r(i)} - 1 \right)^2 \quad (118)$$

onde:

i = número da parcela

n = tamanho da amostra

$V_o(i)$ = volume obtida pelo método testado

$V_r(i)$ = volume obtido pelo método de referência

p = acuracidade requerida em percentagem

O valor de qui-quadrado resultante da fórmula acima, compara-se com um valor tabelar, obtido com "n" graus de liberdade e o nível de significância empregado, no caso 5 e 1 %.

3.8 AVALIAÇÃO DA CONDIÇÃO NECESSÁRIA PARA A ACEITAÇÃO DA HIPÓTESE DO CRESCIMENTO EQUÍFORME

Antes da aplicação do método, na prognose do crescimento de árvores individuais, deve-se escolher entre uma das duas alternativas propostas por SLOBODA ⁸⁴.

A seleção depende das características do crescimento da das árvores da espécie estudada.

Segundo SLOBODA ⁸⁴, na apresentação dos seus métodos para a prognose do crescimento de árvores individuais, chamados de crescimento equiforme e afim, estabelece que a condição necessária para a aceitação do crescimento equiforme, é a seguinte, segundo a notação do mesmo autor:

$$d (t_o + \tau) / d (t_o) = h (t_o + \tau) / h (t_o) \quad (119)$$

em função do diâmetro na base do tronco ou equivalentemente:

$$d 1.3 (t_o + \tau) / d 1.3 (t_o) = h (t_o + \tau) / h(t_o) \quad (120)$$

em função do diâmetro à altura do peito.

Ou Também:

$$\lambda(d) = \lambda(d 1.3) = \lambda(h) \quad (121)$$

Se a condição acima é verificada pelos dados da espécie, recomenda-se o uso das fórmulas para o crescimento equiforme, enquanto que se a condição não é verificada pelos dados da espécie estudada, recomenda-se o uso das fórmulas do crescimento afim.

A verificação de tais igualdades foi empregada na avaliação

de tal condição. A partir dos resultados da análise de tronco, calcularam-se os valores das razões "lambda" para as três variáveis seguintes:

- a) o diâmetro aos 10 cm do solo, considerado no caso como diâmetro na base
- b) o diâmetro à altura do peito
- c) a altura total da árvore

Considerando os valores das razões "lambda" para a altura como valor de referência, calculou-se as diferenças percentuais para as outras duas variáveis.

O processamento foi realizado através de um programa escrito em linguagem basic. Os dados são as matrizes de raios médios, as quais contém os raios à altura de 10 cm do solo e as matrizes de resultados das análises de tronco onde aparecem as alturas totais e o diâmetro à altura do peito.

Calcula-se depois da entrada de dados, os valores de lambda para cada uma das variáveis em função da idade.

Os valores correspondentes ao diâmetro à altura do peito, podem ser calculados, somente a partir de um ano depois da idade na qual a árvore atinge a altura de 1,3 m.

A saída por impressora, inclui os valores de lambda para as três variáveis consideradas e as diferenças percentuais dos valores diamétricos respeito do valor correspondente à altura.

3.9 METODOLOGIA DE PROGNOSE DO CRESCIMENTO AFIM NA PROGNOSE DO CRESCIMENTO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS

Após a avaliação da condição do crescimento equiforme, decidiu-se aplicar as fórmulas do crescimento afim.

A avaliação da potencialidade do método, quanto ao seu emprego como modelo de prognose do crescimento de árvores individuais da espécie em questão, foi restrita aos aspectos relacio-

nados à forma.

Como não foram tratadas as prognoses da altura e do diâmetro, as conclusões são válidas para situações onde as prognoses do crescimento em altura e em diâmetro são acuradas.

84

Segundo SLOBODA , se são dados:

a) a forma do tronco no momento t_0 , definida pela equação do seu perfil $y = \phi(x)$

b) o desenvolvimento da altura e o diâmetro : $h(t)$ e $d(t) = 1$.

Isto refere-se às funções que descrevam o comportamento de tais variáveis em função tempo, para a árvore considerada.

c) as funções da dinâmica calculadas a partir de b).

Isto refere-se às funções que descrevem o comportamento de λ para um dado valor do momento inicial " t_0 " e um dado intervalo de tempo τ .

Tais funções são chamadas de $ht_0(\tau)$ para a altura e $dt_0(\tau)$ para o diâmetro. E definem-se da seguinte maneira:

$$ht_0(\tau) = h(t_0 + \tau) / h(t_0) \quad (105)$$

$$dt_0(\tau) = d(t_0 + \tau) / d(t_0) \quad (104)$$

d) O volume do tronco no momento t_0 , como sendo:

$$vt_0(\phi) = \pi \int_0^{h_0} [\phi(x)]^2 dx \quad (106)$$

e) a hipótese do crescimento "afim" (forma semelhante, mas não constante)

Disto resulta que:

a) a forma do tronco no futuro $t_0 + \tau$, será definida pela equação:

$$y = dt_0(\tau) \cdot \phi\left(\frac{x}{ht_0(\tau)}\right) \quad (107)$$

b) o volume do tronco no futuro $t_0 + \tau$, será

dado pela equação:

$$v t_0 + \tau(\phi) = dt_0(\tau) \cdot ht_0(\tau) \cdot vt_0(\phi) \quad (108)$$

No presente trabalho o método foi aplicado da maneira descrita a continuação.

Considerando inicialmente as polinomiais aproximadas aos perfis relativos, obteve-se a seguinte equação geral para cada perfil:

$$dr = f \text{ polinomial } (hr) \quad (122)$$

ou seja:

$$\frac{dh}{d01} = b_0 + b_1 \frac{h}{H} + \dots + b_n \left(\frac{h}{H}\right)^n \quad (123)$$

onde:

dr = diâmetro relativo = $dh/d01$

hr = altura relativa = h/H

dh = diâmetro absoluto na altura h

$d01$ = diâmetro ao décimo da altura

H = altura total

h = altura acima do solo $0 \leq h \leq H$

Essa função permite obter os pares de valores dr e hr , para qualquer hr compreendido no intervalo $0 \leq hr \leq 1$.

Se se deseja obter a equação do perfil absoluto da árvore, sendo que a sua altura é H , e o seu diâmetro ao décimo da altura $d01$, a transformação seguinte permite atingir tal objetivo:

$$dh = d01 \left[b_0 + b_1 \frac{h}{H} + \dots + b_n \left(\frac{h}{H}\right)^n \right] \quad (124)$$

No trabalho considerou-se a equação do perfil absoluto do tronco, no momento " t_0 ", como sendo:

$$dh = d01(t_0) \left[b_0(t_0) + b_1(t_0) \frac{h}{H(t_0)} + \dots + b_n(t_0) \left(\frac{h}{H(t_0)}\right)^n \right] \quad (125)$$

A projeção dessa curva ao momento " $t_0 + \tau$ ", seguindo a pro-

B4

posta de SLOBODA , resulta na seguinte equação:

$$dh = d01(t_0 + \tau) \left[b_0(t_0) + b_1(t_0) \frac{h}{H(t_0 + \tau)} + \dots + b_n(t_0) \left(\frac{h}{H(t_0 + \tau)} \right)^n \right] \quad (126)$$

No estudo os valores de $d01(t_0 + \tau)$ e $H(t_0 + \tau)$ não foram prognosticados, senão tomaram-se diretamente os valores calculados nas análises de tronco.

Porém, numa aplicação prática do método, esses valores deveriam ser prognosticados, seja diretamente a partir de informação do crescimento passado das árvores; seja indiretamente usando funções ajustadas sobre dados de outras árvores, e que tenham em conta por exemplo a idade, o sítio e a densidade da parcela onde a árvore cresce.

Foram considerados valores de t_0 , de 10, 12, 14 etc. de dois em dois anos, até a idade da árvore menos dois anos.

Fixou-se uma idade inicial mínima de 10 anos, após ter analisado a idade de aparição dos sortimentos nas parcelas analisadas, e sendo que nessa idade começa a aparecer em todas o primeiro sortimento de valor, ou seja a madeira para pasta ou lenha.

Além disso, considerou-se que na primeira fase do crescimento das árvores, acontece uma mudança da forma relativamente rápida e forte. Este fato não é favorável à aplicação do método que presupõe a existência de formas pelo menos afins.

As idades finais ou de prognose são obtidas ao somar à idade inicial " t_0 ", o valor do intervalo de prognose " τ ", sendo que foram considerados intervalos de prognose de 2, 4, 6, 8, etc.; de dois em dois anos, de maneira que as idades de prognose resultaram 12, 14, 16, 18 etc.

As funções de forma absolutas projetadas, sendo equações que definem o perfil do tronco, permitem que sejam usadas para resol-

ver os mesmos problemas que qualquer função de forma comum. Ou seja:

- a) determinação dos diâmetros obtidos a uma dada altura do tronco
- b) determinação das alturas às quais o tronco atinge um determinado diâmetro
- c) determinação de volumes parciais ou totais por integração

Como elementos de referência na idades de projeção $t_0 + \tau$, tinham-se os raios médios observados nessa idade, às alturas de medições adotadas; além disso o volume total do tronco determinado na análise de tronco e por fim a polinomial aproximada ao perfil.

3.9.1 Avaliação das diferenças dos raios a diferentes alturas de medição

A avaliação das diferenças entre os raios estimados pelas equações projetadas e os raios médios das medições, objetiva estudar a capacidade do método, quanto à solução dos dois primeiros problemas acima citados, que as funções de forma devem resolver.

Para cada combinação de idades " t_0 " e " $t_0 + \tau$ " de cada árvore estudada, calcularam-se as diferenças entre os raios médios das medições, obtidos pelo programa de análise de tronco e os raios obtidos através da equação projetada do perfil, nas mesmas alturas de medição.

A quantidade de pontos no perfil, nos quais são calculadas as diferenças, depende das alturas totais das árvores na altura $t_0 + \tau$.

Tais diferenças foram obtidas da seguinte maneira:

$$\text{dif}(i,j,k) = \bar{r}(i,j,k) - \hat{r}(i,j,k) \quad (127)$$

onde:

i = idade

j = altura de medição

k = número da árvore

$\bar{r}(i,j,k)$ = raio médio das medições

$\hat{r}(i,j,k)$ = raio estimado através da polinomial projetada, segundo a seguinte fórmula:

$$= \frac{d01(i)}{2} \left[b0(t0) + b1(t0) \frac{j}{H(i)} + \dots + bn(t0) \left(\frac{j}{H(i)} \right)^n \right]$$

dif = diferença em centímetros

3.9.2 Avaliação das acuracidades das estimativas dos volumes

A avaliação das acuracidades das estimativas dos volumes a diferentes alturas, realiza-se com o intuito de testar a capacidade do método em resolver o terceiro problema citado antes, ou seja a determinação de volumes parciais e totais.

Neste estudo obtiveram-se inicialmente tanto para a função projetada desde a idade t_0 , como para a polinomial aproximada na idade final $t_0 + \tau$, os volumes parciais para as alturas relativas de 0,2, 0,4, 0,6 e 0,8, que foram depois comparados entre si.

O volume total obtido pela função projetada (correspondente à altura relativa 1), comparou-se com o volume total determinado no programa de análise de tronco.

As referidas diferenças percentuais foram calculadas da seguinte maneira:

$$\text{difv}(i,j,k) = (\text{volob}(i,j,k) - \text{volprog}(i,j,k) / \text{volob}(i,j,k)) \cdot 100 \quad (128)$$

onde:

i = idade

j = altura relativa (j = 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1)

k = número da árvore

volob = volume observado (calculado através da polinomial aos dados da idade $t_0 + \tau$, se j = 1 então volobs = volume obtido na análise de tronco)

volprog = volume prognosticado (calculado através da polinomial do ano t_0 , projetada para o ano $t_0 + \tau$).

de análise de tronco de coníferas européias, obtidos por Güttemberg (1915) obteve diferenças percentuais dos volumes, quase todas abaixo do 10 %. Considerou-se nesse caso $t_0 = 40$ anos, e em períodos de prognose de até 60 anos.

O presente trabalho tenta avaliar as estimativas obtidas pelo método, sobre dados de uma conífera sulamericana, para diferentes idades iniciais e períodos de prognoses.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados são apresentados numa sequência de acordo com as fases descritas na metodologia, tratando-se inicialmente as análises de tronco e o estudo dos efeitos da idade, o sítio e a posição sociológica na forma das árvores.

Segue-se depois com o tratamento da estimativa dos parâmetros das equações de forma e finalmente a aplicação do método proposto por Sloboda, para a pesquisa e a prognose dos crescimentos de árvores individuais e povoamentos, em termos dos seus sortimentos.

4.1 ANÁLISES DE TRONCO

Nas tabelas 10 e 11 e nas figuras 14 e 15 são apresentados parte dos resultados, na maneira como eles foram fornecidos pelo programa descrito.

As tabelas são apresentadas com o intuito de descrever o tipo de informação disponível, quanto às variáveis estudadas e as unidades e as precisões empregadas.

As tabelas 10 e 11 apresentam as seguintes colunas e unidades:

- 1.- idade em anos;
- 2.- diâmetro à altura do peito (DAP) em cm;
- 3.- incremento corrente anual do diâmetro (ICA(D)) em cm/ano;
- 4.- incremento médio anual do diâmetro (IMA(D)) em cm/ano;
- 5.- altura total em m;
- 6.- incremento corrente anual da altura (ICA(H)) em m/ano;
- 7.- incremento médio anual da altura (IMA(H)) em m/ano;
- 8.- área transversal (A. TRANSV.) em m^2 ;
- 9.- incremento corrente anual da área transversal (ICA(G)) em m^2 /ano;
- 10.- incremento médio anual da área transversal (IMA(G)) em

- 2
m /ano;
- 3
- 11.- volume total (m³);
- 12.- incremento corrente anual do volume (ICA(V)) em m³ /ano;
- 13.- incremento médio anual do volume (IMA(V)) em m³ /ano;
- 14.- fator de forma comercial ou comum (FFCOM);
- 15.- fator de forma natural ou de Hohenadl (FFHOH);
- 16.- diâmetro no décimo da altura total da árvore (HOH) em cm.

Quanto que as figuras 14 e 15 apresentam os perfis anuais observados, gráfico dos diâmetros em função da altura, nos quais os pontos correspondentes às medições são unidos por sucessivos segmentos de retas. Uma maior continuidade dos perfis obtém-se aumentando o número de pontos medidos em cada perfil, ou seja considerando uma maior quantidade de fatias por árvore.

Nas figuras 14 e 15, observam-se algumas situações não-típicas, onde os diâmetros de um mesmo perfil são maiores numa fatia que em outra fatia situada abaixo.

Percebe-se também a mudança contínua da forma com a idade.

4.2 AVALIAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS EFEITOS DA IDADE, O SÍTIO E A POSIÇÃO SOCIOLOGICA NA FORMA DOS FUSTES

4.2.1 Avaliação do efeito dos fatores idade, sítio e posição sociológica nos fatores de forma naturais

Na tabela 12 apresenta-se os valores médios dos fatores de forma de Hohenadl, os quais são empregados depois na realização da análise da variância.

A análise de variância dos dados de fatores de forma médios, forneceu como resultado a tabela 13.

De acordo com a tabela 13, nota-se que a idade possui um efeito altamente significativo sobre o comportamento da forma das árvores de *Araucaria angustifolia*. Além disso, dos três fatores, a idade é a que apresenta um valor de "F" mais altamente signi-

TABELA 10. EVOLUÇÃO DOS PARÂMETROS DENDROMÉTRICOS DA ÁRVORE 1
OBTIDO NA ANÁLISE DE TRONCO

| IDADE | DIÂMETRO DAP (CM) | ICA (D) (CM) | IMA (D) (CM) | ALTURA (M) | ICA (H) (M) | IMA (H) (M) | A. TRANSV. (M ²) | ICA (G) (M ²) | IMA (G) (M ²) | VOLUME (M ³) | ICA (V) (M ³) | IMA (V) (M ³) | FFCOR | FDMH | DHON (CM) |
|-------|----------------------|-----------------|-----------------|---------------|----------------|----------------|---------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-------|-------|--------------|
| 1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.30 | 0.30 | 0.30 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.222 | 0.3 |
| 2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.70 | 0.40 | 0.35 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.306 | 0.5 |
| 3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.90 | 0.20 | 0.30 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00002 | 0.00001 | 0.00001 | 0.000 | 0.340 | 0.8 |
| 4 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.30 | 0.40 | 0.33 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00008 | 0.00007 | 0.00002 | 0.000 | 0.393 | 1.4 |
| 5 | 1.2 | 1.2 | 0.2 | 1.95 | 0.65 | 0.39 | 0.00011 | 0.00011 | 0.00002 | 0.00037 | 0.00029 | 0.00007 | 1.702 | 0.461 | 2.3 |
| 6 | 2.6 | 1.3 | 0.4 | 3.03 | 1.08 | 0.50 | 0.00051 | 0.00040 | 0.00009 | 0.00118 | 0.00081 | 0.00020 | 0.766 | 0.471 | 3.3 |
| 7 | 3.6 | 1.0 | 0.5 | 3.97 | 0.95 | 0.57 | 0.00099 | 0.00048 | 0.00014 | 0.00233 | 0.00114 | 0.00033 | 0.592 | 0.438 | 4.1 |
| 8 | 4.5 | 1.0 | 0.6 | 5.00 | 1.03 | 0.63 | 0.00159 | 0.00060 | 0.00020 | 0.00419 | 0.00187 | 0.00052 | 0.527 | 0.436 | 5.0 |
| 9 | 5.3 | 0.8 | 0.6 | 5.46 | 0.46 | 0.61 | 0.00216 | 0.00057 | 0.00024 | 0.00693 | 0.00274 | 0.00077 | 0.586 | 0.490 | 5.7 |
| 10 | 6.1 | 0.8 | 0.6 | 5.95 | 0.49 | 0.60 | 0.00292 | 0.00076 | 0.00029 | 0.00977 | 0.00284 | 0.00098 | 0.562 | 0.501 | 6.5 |
| 11 | 6.8 | 0.7 | 0.6 | 6.56 | 0.61 | 0.60 | 0.00363 | 0.00071 | 0.00033 | 0.01341 | 0.00363 | 0.00122 | 0.563 | 0.511 | 7.1 |
| 12 | 7.6 | 0.8 | 0.6 | 7.17 | 0.61 | 0.60 | 0.00448 | 0.00085 | 0.00037 | 0.01819 | 0.00478 | 0.00152 | 0.567 | 0.512 | 7.9 |
| 13 | 8.5 | 0.9 | 0.7 | 7.85 | 0.68 | 0.60 | 0.00561 | 0.00113 | 0.00043 | 0.02516 | 0.00697 | 0.00194 | 0.571 | 0.533 | 8.8 |
| 14 | 9.5 | 1.0 | 0.7 | 8.28 | 0.43 | 0.59 | 0.00701 | 0.00141 | 0.00050 | 0.03434 | 0.00918 | 0.00245 | 0.591 | 0.563 | 9.7 |
| 15 | 10.3 | 0.8 | 0.7 | 8.88 | 0.60 | 0.59 | 0.00825 | 0.00124 | 0.00055 | 0.04172 | 0.00738 | 0.00278 | 0.569 | 0.554 | 10.4 |
| 16 | 11.0 | 0.7 | 0.7 | 9.36 | 0.48 | 0.59 | 0.00942 | 0.00117 | 0.00059 | 0.04936 | 0.00764 | 0.00308 | 0.560 | 0.545 | 11.1 |
| 17 | 11.7 | 0.7 | 0.7 | 9.84 | 0.48 | 0.58 | 0.01066 | 0.00124 | 0.00063 | 0.05901 | 0.00965 | 0.00347 | 0.563 | 0.550 | 11.8 |
| 18 | 12.4 | 0.8 | 0.7 | 10.24 | 0.40 | 0.57 | 0.01208 | 0.00142 | 0.00067 | 0.06858 | 0.00957 | 0.00381 | 0.555 | 0.548 | 12.5 |
| 19 | 13.1 | 0.7 | 0.7 | 10.76 | 0.52 | 0.57 | 0.01338 | 0.00130 | 0.00070 | 0.08150 | 0.01293 | 0.00429 | 0.566 | 0.558 | 13.1 |
| 20 | 13.6 | 0.6 | 0.7 | 11.00 | 0.24 | 0.55 | 0.01453 | 0.00115 | 0.00073 | 0.08949 | 0.00799 | 0.00447 | 0.560 | 0.553 | 13.7 |
| 21 | 14.1 | 0.5 | 0.7 | 11.53 | 0.53 | 0.55 | 0.01561 | 0.00109 | 0.00074 | 0.10424 | 0.01475 | 0.00496 | 0.579 | 0.574 | 14.2 |
| 22 | 14.7 | 0.6 | 0.7 | 11.73 | 0.20 | 0.53 | 0.01697 | 0.00136 | 0.00077 | 0.11771 | 0.01347 | 0.00535 | 0.591 | 0.584 | 14.8 |
| 23 | 15.2 | 0.5 | 0.7 | 12.02 | 0.29 | 0.52 | 0.01815 | 0.00117 | 0.00079 | 0.12882 | 0.01110 | 0.00560 | 0.590 | 0.585 | 15.3 |
| 24 | 15.6 | 0.4 | 0.7 | 12.33 | 0.31 | 0.51 | 0.01911 | 0.00097 | 0.00080 | 0.13703 | 0.00821 | 0.00571 | 0.581 | 0.579 | 15.6 |
| 25 | 16.0 | 0.4 | 0.6 | 12.60 | 0.27 | 0.50 | 0.02011 | 0.00099 | 0.00080 | 0.14647 | 0.00944 | 0.00586 | 0.578 | 0.577 | 16.0 |
| 26 | 16.5 | 0.5 | 0.6 | 12.96 | 0.36 | 0.50 | 0.02125 | 0.00115 | 0.00082 | 0.15818 | 0.01171 | 0.00608 | 0.574 | 0.574 | 16.5 |
| 27 | 16.9 | 0.4 | 0.6 | 13.34 | 0.38 | 0.49 | 0.02230 | 0.00105 | 0.00083 | 0.17023 | 0.01205 | 0.00630 | 0.572 | 0.574 | 16.8 |
| 28 | 17.4 | 0.5 | 0.6 | 13.69 | 0.36 | 0.49 | 0.02364 | 0.00134 | 0.00084 | 0.18539 | 0.01516 | 0.00662 | 0.573 | 0.576 | 17.3 |
| 29 | 17.6 | 0.3 | 0.6 | 14.00 | 0.31 | 0.48 | 0.02433 | 0.00069 | 0.00084 | 0.19631 | 0.01092 | 0.00677 | 0.576 | 0.580 | 17.5 |
| 30 | 18.0 | 0.4 | 0.6 | 14.40 | 0.40 | 0.48 | 0.02531 | 0.00098 | 0.00084 | 0.21156 | 0.01525 | 0.00705 | 0.581 | 0.587 | 17.9 |
| 31 | 18.4 | 0.4 | 0.6 | 14.64 | 0.25 | 0.47 | 0.02659 | 0.00128 | 0.00086 | 0.22548 | 0.01392 | 0.00727 | 0.579 | 0.587 | 18.3 |
| 32 | 18.8 | 0.4 | 0.6 | 14.90 | 0.26 | 0.47 | 0.02776 | 0.00117 | 0.00087 | 0.24107 | 0.01559 | 0.00753 | 0.583 | 0.592 | 18.7 |
| 33 | 19.3 | 0.5 | 0.6 | 15.20 | 0.30 | 0.46 | 0.02926 | 0.00150 | 0.00089 | 0.25883 | 0.01776 | 0.00784 | 0.582 | 0.594 | 19.1 |
| 34 | 19.7 | 0.4 | 0.6 | 15.46 | 0.26 | 0.45 | 0.03033 | 0.00107 | 0.00089 | 0.27384 | 0.01501 | 0.00805 | 0.584 | 0.597 | 19.4 |
| 35 | 20.1 | 0.5 | 0.6 | 15.69 | 0.23 | 0.45 | 0.03173 | 0.00140 | 0.00091 | 0.29017 | 0.01633 | 0.00829 | 0.583 | 0.599 | 19.8 |
| 36 | 20.6 | 0.4 | 0.6 | 15.95 | 0.26 | 0.44 | 0.03317 | 0.00144 | 0.00092 | 0.30863 | 0.01846 | 0.00857 | 0.583 | 0.601 | 20.3 |
| 37 | 21.0 | 0.4 | 0.6 | 16.23 | 0.28 | 0.44 | 0.03447 | 0.00130 | 0.00093 | 0.32933 | 0.02070 | 0.00890 | 0.588 | 0.604 | 20.7 |
| 38 | 21.4 | 0.4 | 0.6 | 16.47 | 0.23 | 0.43 | 0.03597 | 0.00150 | 0.00095 | 0.35019 | 0.02086 | 0.00922 | 0.591 | 0.605 | 21.2 |
| 39 | 21.8 | 0.4 | 0.6 | 16.67 | 0.20 | 0.43 | 0.03733 | 0.00136 | 0.00096 | 0.37168 | 0.02149 | 0.00953 | 0.597 | 0.615 | 21.5 |
| 40 | 22.3 | 0.5 | 0.6 | 16.85 | 0.19 | 0.42 | 0.03888 | 0.00156 | 0.00097 | 0.39040 | 0.01873 | 0.00976 | 0.596 | 0.619 | 21.8 |
| 41 | 22.7 | 0.4 | 0.6 | 17.00 | 0.15 | 0.41 | 0.04029 | 0.00141 | 0.00098 | 0.40896 | 0.01856 | 0.00997 | 0.597 | 0.620 | 22.2 |

TABELA 11. EVOLUÇÃO DOS PARÂMETROS DENDROMÉTRICOS DA
ÁRVORE 10, OBTIDOS NA ANÁLISE DE TRONCO

| IDADE | DIÂMETRO DAP(CM) | ICA(D) (CM) | IMA(D) (CM) | ALTURA (M) | ICA(H) (M) | IMA(H) (M) | A.TRANSV. (M2) | ICA(G) (M2) | IMA(G) (M2) | VOLUME (M3) | ICA(V) (M3) | IMA(V) (M3) | FFCOM | FHGH | DHOH (CM) |
|-------|---------------------|----------------|----------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|-------|--------------|
| 1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.26 | 0.26 | 0.26 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.205 | 0.2 |
| 2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.62 | 0.36 | 0.31 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.227 | 0.5 |
| 3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.97 | 0.35 | 0.32 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00002 | 0.00002 | 0.00001 | 0.000 | 0.446 | 0.9 |
| 4 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.19 | 0.22 | 0.30 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00010 | 0.00007 | 0.00002 | 0.000 | 0.460 | 1.5 |
| 5 | 0.6 | 0.6 | 0.1 | 1.70 | 0.51 | 0.34 | 0.00003 | 0.00003 | 0.00001 | 0.00028 | 0.00018 | 0.00006 | 5.853 | 0.441 | 2.2 |
| 6 | 1.9 | 1.3 | 0.3 | 2.55 | 0.85 | 0.42 | 0.00027 | 0.00024 | 0.00004 | 0.00076 | 0.00048 | 0.00013 | 1.117 | 0.404 | 3.1 |
| 7 | 3.2 | 1.3 | 0.5 | 3.30 | 0.75 | 0.47 | 0.00078 | 0.00051 | 0.00011 | 0.00164 | 0.00088 | 0.00023 | 0.639 | 0.435 | 3.8 |
| 8 | 4.2 | 1.0 | 0.5 | 4.18 | 0.89 | 0.52 | 0.00139 | 0.00061 | 0.00017 | 0.00315 | 0.00151 | 0.00039 | 0.543 | 0.467 | 4.5 |
| 9 | 5.3 | 1.1 | 0.6 | 5.00 | 0.82 | 0.56 | 0.00216 | 0.00078 | 0.00024 | 0.00543 | 0.00228 | 0.00060 | 0.502 | 0.492 | 5.3 |
| 10 | 6.3 | 1.0 | 0.6 | 5.97 | 0.97 | 0.60 | 0.00307 | 0.00090 | 0.00031 | 0.00952 | 0.00409 | 0.00095 | 0.520 | 0.548 | 6.1 |
| 11 | 7.0 | 0.7 | 0.6 | 6.75 | 0.78 | 0.61 | 0.00379 | 0.00073 | 0.00034 | 0.01325 | 0.00373 | 0.00120 | 0.518 | 0.554 | 6.7 |
| 12 | 7.7 | 0.7 | 0.6 | 7.43 | 0.68 | 0.62 | 0.00460 | 0.00080 | 0.00038 | 0.01854 | 0.00528 | 0.00154 | 0.543 | 0.556 | 7.6 |
| 13 | 8.4 | 0.7 | 0.6 | 8.00 | 0.57 | 0.62 | 0.00554 | 0.00095 | 0.00043 | 0.02473 | 0.00619 | 0.00190 | 0.558 | 0.569 | 8.3 |
| 14 | 9.3 | 0.9 | 0.7 | 8.76 | 0.76 | 0.63 | 0.00672 | 0.00118 | 0.00048 | 0.03368 | 0.00895 | 0.00241 | 0.572 | 0.581 | 9.2 |
| 15 | 9.9 | 0.6 | 0.7 | 9.32 | 0.56 | 0.62 | 0.00770 | 0.00098 | 0.00051 | 0.04074 | 0.00706 | 0.00272 | 0.568 | 0.571 | 9.9 |
| 16 | 10.7 | 0.8 | 0.7 | 9.92 | 0.60 | 0.62 | 0.00891 | 0.00121 | 0.00056 | 0.04981 | 0.00907 | 0.00311 | 0.564 | 0.561 | 10.7 |
| 17 | 11.5 | 0.8 | 0.7 | 10.50 | 0.58 | 0.62 | 0.01030 | 0.00139 | 0.00061 | 0.06114 | 0.01133 | 0.00360 | 0.565 | 0.568 | 11.4 |
| 18 | 12.3 | 0.8 | 0.7 | 11.00 | 0.50 | 0.61 | 0.01179 | 0.00149 | 0.00065 | 0.07474 | 0.01361 | 0.00415 | 0.577 | 0.577 | 12.3 |
| 19 | 13.5 | 1.2 | 0.7 | 11.63 | 0.63 | 0.61 | 0.01421 | 0.00242 | 0.00075 | 0.09828 | 0.02353 | 0.00517 | 0.595 | 0.594 | 13.5 |
| 20 | 14.3 | 0.9 | 0.7 | 12.05 | 0.42 | 0.60 | 0.01606 | 0.00185 | 0.00080 | 0.11482 | 0.01654 | 0.00574 | 0.593 | 0.593 | 14.3 |
| 21 | 15.2 | 0.8 | 0.7 | 12.59 | 0.54 | 0.60 | 0.01803 | 0.00197 | 0.00086 | 0.13346 | 0.01864 | 0.00636 | 0.588 | 0.588 | 15.2 |
| 22 | 16.0 | 0.8 | 0.7 | 12.95 | 0.36 | 0.59 | 0.01998 | 0.00195 | 0.00091 | 0.15110 | 0.01763 | 0.00687 | 0.584 | 0.584 | 16.0 |
| 23 | 16.8 | 0.8 | 0.7 | 13.41 | 0.46 | 0.58 | 0.02204 | 0.00205 | 0.00096 | 0.17030 | 0.01921 | 0.00740 | 0.576 | 0.578 | 16.7 |
| 24 | 17.5 | 0.8 | 0.7 | 14.00 | 0.59 | 0.58 | 0.02405 | 0.00202 | 0.00100 | 0.19785 | 0.02755 | 0.00824 | 0.588 | 0.590 | 17.5 |
| 25 | 18.5 | 1.0 | 0.7 | 14.19 | 0.19 | 0.57 | 0.02688 | 0.00283 | 0.00108 | 0.22432 | 0.02647 | 0.00897 | 0.588 | 0.593 | 18.4 |
| 26 | 19.3 | 0.8 | 0.7 | 14.35 | 0.16 | 0.55 | 0.02910 | 0.00222 | 0.00112 | 0.24839 | 0.02408 | 0.00955 | 0.595 | 0.600 | 19.2 |
| 27 | 20.0 | 0.8 | 0.7 | 14.52 | 0.17 | 0.54 | 0.03142 | 0.00231 | 0.00116 | 0.27031 | 0.02192 | 0.01001 | 0.593 | 0.599 | 19.9 |
| 28 | 20.5 | 0.5 | 0.7 | 14.69 | 0.18 | 0.52 | 0.03301 | 0.00159 | 0.00118 | 0.28985 | 0.01954 | 0.01035 | 0.598 | 0.605 | 20.4 |
| 29 | 21.1 | 0.5 | 0.7 | 14.85 | 0.16 | 0.51 | 0.03480 | 0.00179 | 0.00120 | 0.31023 | 0.02038 | 0.01070 | 0.600 | 0.609 | 20.9 |
| 30 | 21.5 | 0.4 | 0.7 | 15.02 | 0.16 | 0.50 | 0.03614 | 0.00134 | 0.00120 | 0.33122 | 0.02099 | 0.01104 | 0.610 | 0.620 | 21.3 |
| 31 | 22.2 | 0.7 | 0.7 | 15.18 | 0.17 | 0.49 | 0.03853 | 0.00240 | 0.00124 | 0.35671 | 0.02549 | 0.01151 | 0.610 | 0.621 | 21.9 |
| 32 | 22.7 | 0.5 | 0.7 | 15.30 | 0.12 | 0.48 | 0.04029 | 0.00176 | 0.00126 | 0.38130 | 0.02459 | 0.01192 | 0.619 | 0.629 | 22.5 |

FIGURA 14. PERFIL DA ÁRVORE 1 OBTIDO NA ANÁLISE DE TRONCO

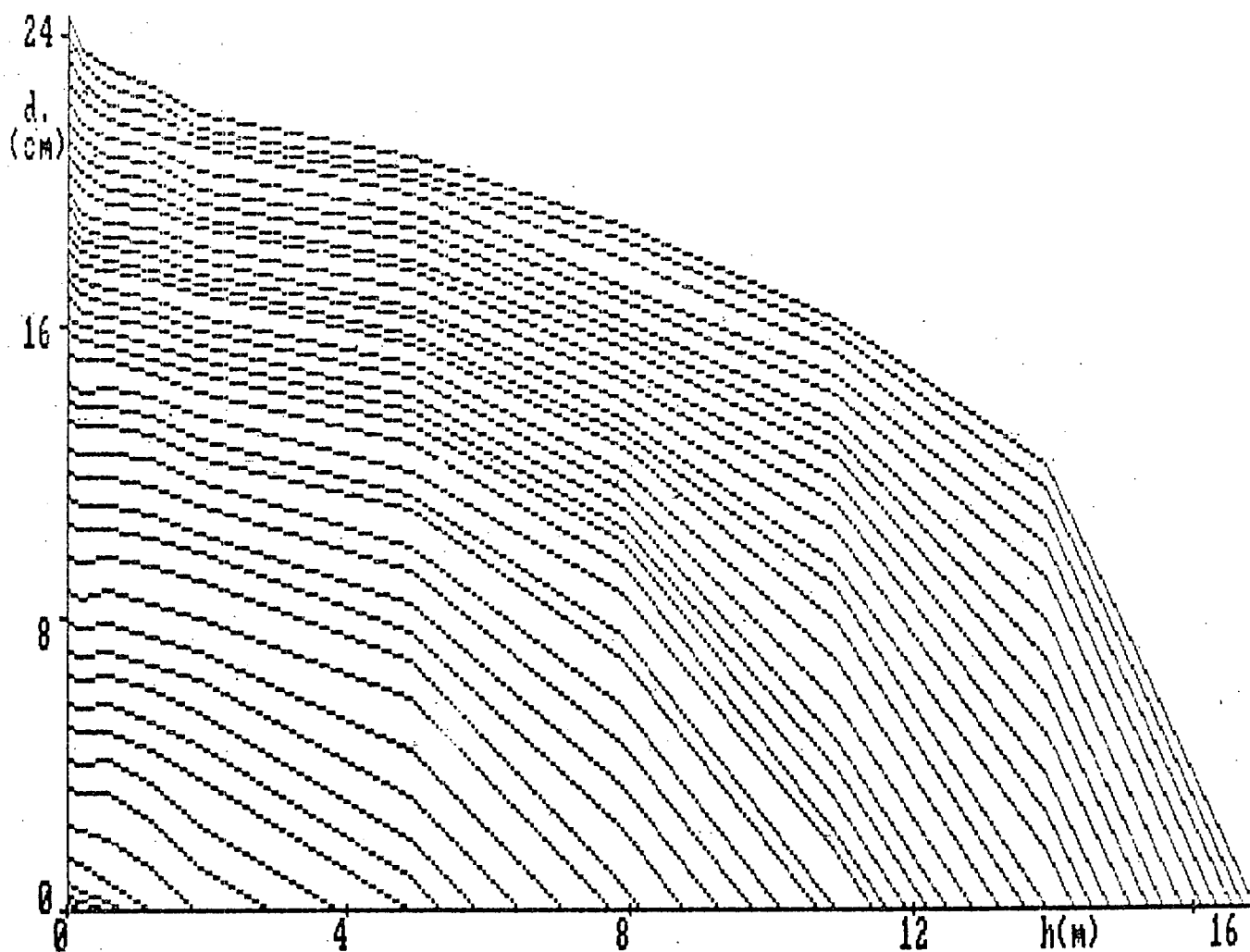
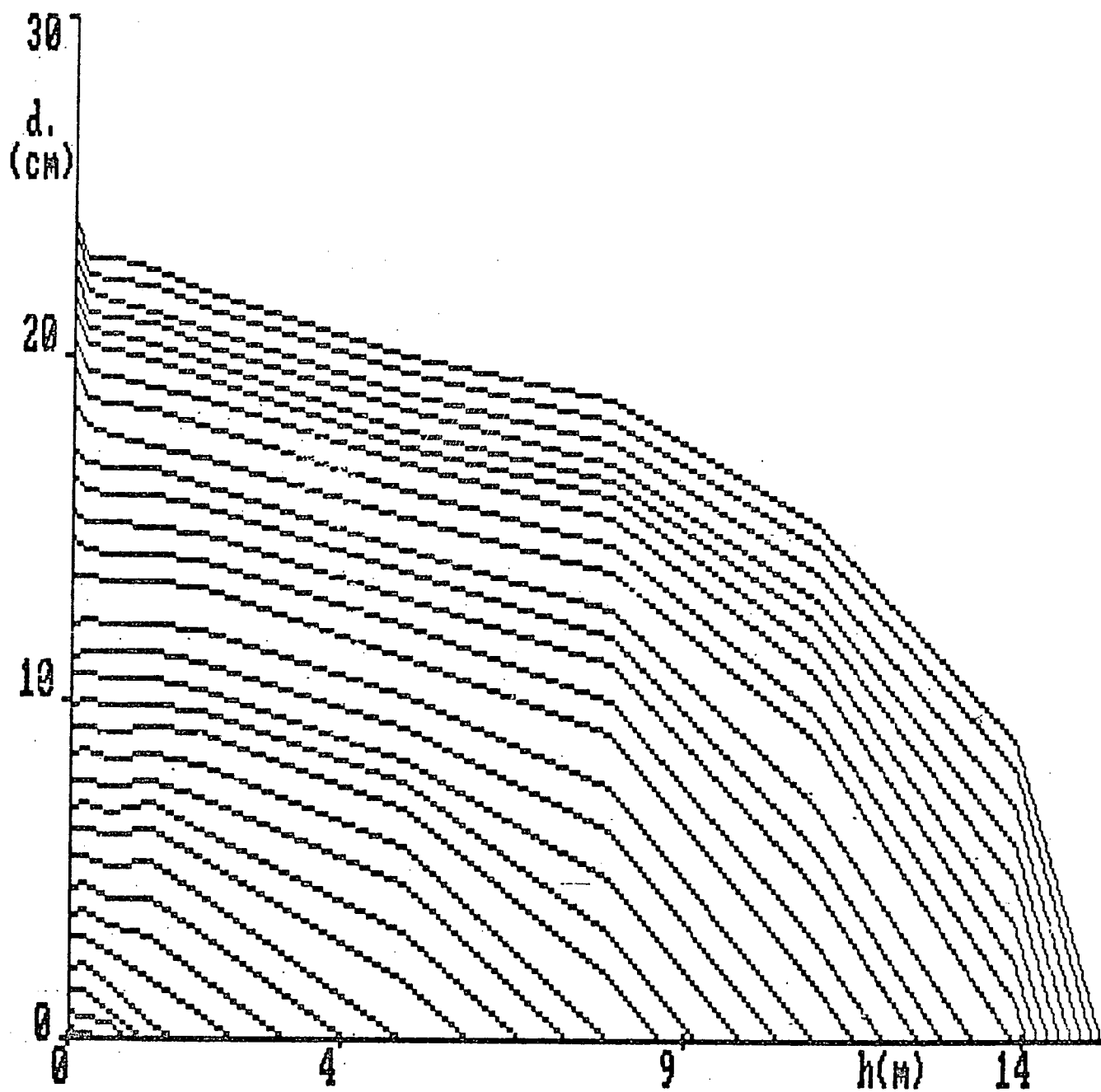


FIGURA 15. PERFIL DA ÁRVORE 10 OBTIDO NA ANÁLISE DE TRONCO



ficativo.

TABELA 12. FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS SEGUNDO CLASSES DE IDADE, SÍTIO E POSIÇÃO SOCIOLÓGICA

| classe de sítio | classes de posição sociológica | classes de idade | | | | | | |
|-----------------|--------------------------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| I | dominante | .4665 | .5264 | .5485 | .5666 | .5901 | .6017 | .6217 |
| | média | .4617 | .5243 | .5670 | .5854 | .5934 | .6107 | .6282 |
| | inferior | .4572 | .5324 | .5765 | .5978 | .6193 | .6351 | .6493 |
| II | dominante | .4569 | .4828 | .5307 | .5568 | .5696 | .5897 | .6068 |
| | média | .4758 | .5332 | .5810 | .6026 | .6055 | .6166 | .6303 |
| | inferior | .4444 | .4754 | .5599 | .5930 | .6135 | .6282 | .6482 |
| III | dominante | .4804 | .5354 | .5661 | .5847 | .5999 | .6136 | .6168 |
| | média | .4654 | .5287 | .5672 | .5907 | .5953 | .6068 | .6165 |
| | inferior | .4623 | .5437 | .5800 | .5883 | .6031 | .6122 | .6020 |

TABELA 13. ANÁLISE DA VARIÂNCIA DOS FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS

| FONTE DE VARIAÇÃO | GRAUS DE LIBERDADE | SOMA DE QUADRADOS | QUADRADOS MÉDIOS | F OBSERVADOS | F tabelar 0.05 | F tabelar 0.01 |
|------------------------|--------------------|-------------------|------------------|--------------|----------------|----------------|
| IDADE (I) | 6 | 1769.8750 | 294.979 | 350.04 ** | 2.51 | 3.67 |
| SÍTIO (S) | 2 | 8.3125 | 4.156 | 4.93 * | 3.40 | 5.61 |
| P. SOCIOL.(PS) | 2 | 27.7186 | 13.859 | 16.45 ** | 3.40 | 5.61 |
| I x S | 12 | 30.0469 | 2.504 | 2.97 * | 2.18 | 3.03 |
| I x PS | 12 | 24.2344 | 2.020 | 2.40 * | 2.18 | 3.03 |
| S x PS | 4 | 35.7188 | 8.930 | 10.60 ** | 2.62 | 3.90 |
| I x S x PS ou residual | 24 | 20.2246 | 0.8427 | | | |
| TOTAL | 62 | 1916.1319 | | | | |

A posição sociológica apresenta também um efeito altamente significativo.

Enquanto que o sítio apresenta um efeito estatístico somente significativo. Contudo, o efeito do sítio encontra-se restrito, devido ao fato que os dados somente abrangem, aproximadamente 3 classes consecutivas das 10 classes de sítios propostas por De Hoog et alii²¹. De maneira que neste fator, os resultados somente seriam válidos para situações com a mesma variação dos sítios.

Se fosse deixada de lado a consideração da significância dos fatores sob análise e se fosse empregada a variação explicada pelo sítio como unidade de medida, tem-se que a variação devida à idade resultaria ser 70.98 vezes da mesma. Enquanto que a variação devida à posição sociológica resulta ser 3.33 vezes aquela variação.

Na variação explicada pelos três fatores idade, posição sociológica e sítio observou-se uma proporção de 70,98:3,33:1.

A idade explica então uma parte mais importante da variação do fator de forma natural.

No caso de se desejar obter grupos homogêneos na forma das árvores provindas de várias idades, classes de sítio e posições sociológicas, deve-se começar por fazer uma estratificação dos dados em classes de idade.

Se se desejar uma maior homogeneidade, deve-se continuar fazendo grupos homogêneos de posições sociológicas, dentro das classes de idade e finalmente, estratificar os dados por classe de sítio dentro das classes de posição sociológica.

O agrupamento de árvores em grupos homogêneos na forma, pode ser necessário no inventário florestal nas situações onde os volumes individuais são obtidos através de funções de forma.

A análise da variância dos dados de volumes médios, resultou na tabela 14.

O efeito dos fatores avaliados no volume, difere do efeito no fator de forma natural, sendo que os três fatores apresentam um efeito altamente significativo.

Porém as variações devidas à idade, à posição sociológica e ao sítio mantem neste caso, uma proporção de 1,68 : 1,32 : 1,00. As quais são decididamente mais equilibradas do que as proporções 70,98 : 3,33 : 1, verificadas no caso do fator de forma.

TABELA 14. TABELA DE ANÁLISE DA VARIÂNCIA DOS VOLUMES MÉDIOS

| FONTE DE VARIACÃO | GRAUS DE LIBERDADE | SOMA DE QUADRADOS | QUADRADOS MÉDIOS | F OBSERVADOS | F tabelar | |
|------------------------|--------------------|-------------------|------------------|--------------|-----------|------|
| | | | | | 0.05 | 0.01 |
| IDADE (I) | 6 | 1.74194 | 0.29032 | 199.88 ** | 2.51 | 3.67 |
| SÍTIO (S) | 2 | 0.34538 | 0.17269 | 118.89 ** | 3.40 | 5.61 |
| P. SOCIOL. (PS) | 2 | 0.45640 | 0.22820 | 157.11 ** | 3.40 | 5.61 |
| I x S | 12 | 0.19476 | 0.01623 | 11.17 ** | 2.18 | 3.03 |
| I x PS | 12 | 0.30309 | 0.02526 | 17.39 ** | 2.18 | 3.03 |
| S x PS | 4 | 0.05243 | 0.01311 | 9.02 ** | 2.62 | 3.90 |
| I x S x PS ou residual | 24 | 0.03486 | 0.00145 | | | |
| TOTAL | 62 | 3.12885 | | | | |

Ou seja os fatores avaliados, atuam de maneira bastante diferente sobre a forma que sobre o volume das árvores.

4.2.2 Descrição da dinâmica dos fatores de forma naturais médios por classes de idade, de sítio e posição sociológica

Os resultados obtidos pelos programas de processamento, são apresentados nas tabelas 15, 16 e 17 e as figuras 16, 17 e 18.

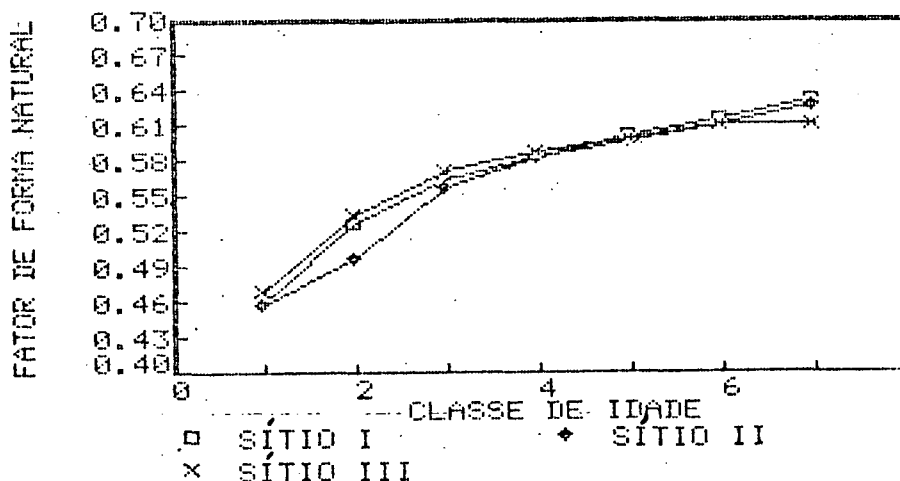
A observação das tabelas de fatores de forma naturais médios, apresenta uma tendência crescente dos mesmos em função da idade, a qual coincide com a tendência considerada normal, para tal variável por PIENAAR ⁷².

TABELA 15. FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS POR CLASSE DE IDADE E CLASSE DE SÍTIO

| CLASSE DE SÍTIO | CLASSE DE IDADE | | | | | | | MÉDIAS |
|-----------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| I | .4618 | .5277 | .5640 | .5833 | .6009 | .6158 | .6330 | .5695 |
| II | .4590 | .4971 | .5572 | .5841 | .5962 | .6114 | .6284 | .5619 |
| III | .4694 | .5359 | .5710 | .5879 | .5994 | .6108 | .6118 | .5695 |
| MÉDIAS | .4634 | .5203 | .5641 | .5851 | .5989 | .6127 | .6244 | |

Essa tendência aparece em concordância com a evolução da forma da copa descrita por SEITZ ⁸⁰, e com as hipóteses do crescimento do tronco de PRESSLER.

Figura 16. EVOLUÇÃO DOS FATORES DE FORMA NATURAIS EM FUNÇÃO DA IDADE SEGUNDO CLASSES DE SÍTIO



A possibilidade da simulação da arquitetura da copa, proposta por SEITZ⁸⁰, assim como a provável associação da dinâmica da copa com a dinâmica da forma do fuste, mostra-se como um aspecto interessante de ser estudado, com o objetivo de desenvolver modelos de árvores individuais para a espécie em questão.

A citada associação se possível de ser provada e quantificada, permitiria obter um sistema biológico-dendrométrico de simulação das árvores.

Os valores dos fatores de forma, permitem afirmar que as árvores em média assemelham-se a um cone entre os 5 e 10 anos, para logo melhorar a sua forma progressivamente até assemelhar-se a um parabolóide aos 16-20 anos, e continuando o aumento com o tempo, no sentido do cilindro, atingindo uma média de 0.6244 aos 36-40 anos.

A melhoria deve continuar no sentido do cilindro, ou melhor no sentido de atingir um valor máximo característico da espécie e origem, segundo o comprovado em populações naturais por PELLICO NETTO & HOSOKAWA⁸⁹.

Os fatores de forma naturais médios observados para diferentes níveis dos fatores idade, posição sociológica e sítio estudados, concordam com a significância dos fatores na análise da variância.

O fator idade, de maior significação, apresenta uma diferença entre a máxima e a mínima de 0,1610, ou seja uma diferença de 34,74 % em relação à mínima e uma clara tendência de crescimento do fator de forma médio com o aumento da idade.

No caso do fator posição sociológica, de menos significação, a diferença entre os valores extremos foi de 0,0148, ou seja uma diferença de 2,65 % em relação à mínima, enquanto a tendência foi levemente decrescente da classe inferior à classe dominante.

Já no caso do fator sítio, de menor significação, a diferença entre os valores extremos foi de somente 0,0076, ou seja de 1,35 % em relação à mínima. Além disso a tendência não aparece clara, obtendo-se um valor médio de 0,5695 para a classe de sítio I, descendo para 0,5615 na classe de sítio II e voltando a subir para 0,5695 na classe de sítio III.

A existência de interações significativas, indicam um efeito não uniforme dos fatores avaliados.

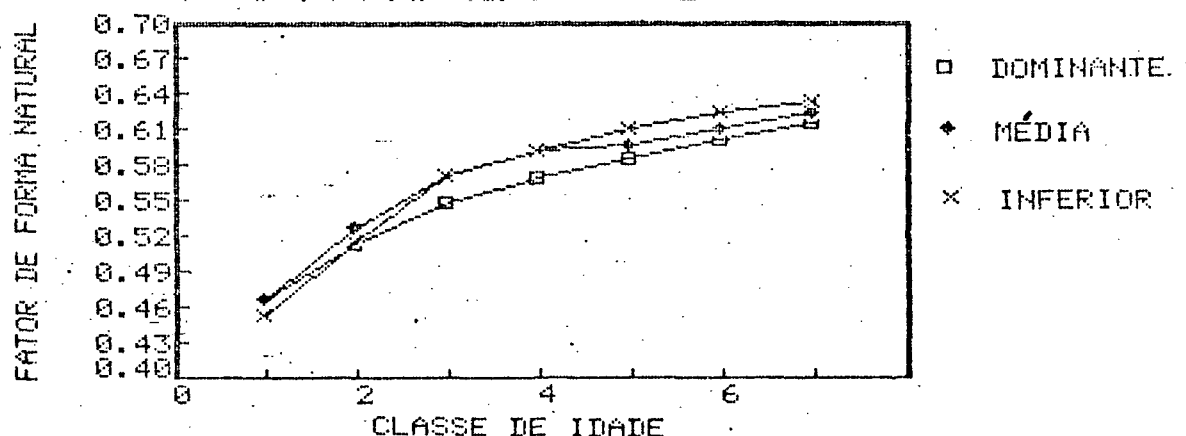
Em outras palavras, o efeito de um fator interagente não resulta independente dos níveis do outro fator. Esse fato apresenta-se claramente nas tabelas 15, 16 e 17 e figuras 16, 17 e 18.

A significância da interação idade x sítio, manifesta-se por exemplo na tabela 15 e na figura 16, observa-se que na primeira classe de idade o maior fator de forma produz-se na classe de sítio III, seguido pela I e logo pela II. Já na última classe de idade, o maior fator de forma médio, produz-se na classe de sítio I, seguido pela II e finalmente pela III.

TABELA 16. FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS POR CLASSE DE IDADE E POSIÇÃO SOCIOLÓGICA

| CLASSE DE POSIÇÃO SOCIOLÓGICA | CLASSE DE IDADE | | | | | | | MÉDIAS |
|-------------------------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| Dominante | .4679 | .5149 | .5484 | .5694 | .5865 | .6016 | .6151 | .5577 |
| Média | .4676 | .5287 | .5717 | .5929 | .5981 | .6114 | .6250 | .5708 |
| Inferior | .4546 | .5172 | .5721 | .5930 | .6120 | .6252 | .6332 | .5725 |
| MÉDIAS | .4634 | .5203 | .5641 | .5851 | .5989 | .6127 | .6244 | |

Figura 17. EVOLUÇÃO DOS FATORES DE FORMA NATURAIS SEGUNDO CLASSES DE POSIÇÃO SOCIOLÓGICA.



A evolução dos fatores de forma naturais em função da idade, apresenta também tendências consideradas normais por PIENNAR ⁷².

No caso da interação significativa entre a posição sociológica e a idade, observa-se na tabela 16 e figura 17, que na primeira classe de idade, as árvores dominantes apresentam um fator de forma natural médio maior, seguido pelas árvores médias e finalmente as inferiores.

Enquanto no transcurso do tempo, na última classe de idade, as árvores inferiores apresentam um maior fator de forma médio seguido pelas árvores médias, ficando as árvores dominantes com o menor fator.

Este último fato também coincide com as hipóteses de crescimento de Pressler, segundo as quais as árvores dominantes, mantem proporcionalmente um maior comprimento de copa e tendem a ser mais cônicos do que as inferiores, as quais diminuem mais

rapidamente o comprimento da copa, devido ao dêsgalhamento natural.

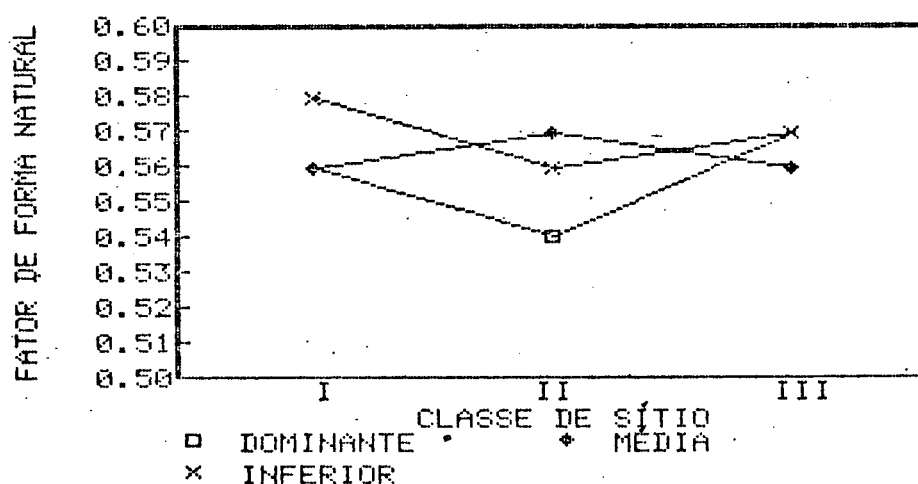
A tabela 17 e a figura 18, ilustra a interação altamente significativa entre os efeitos do sítio e a posição sociológica.

Na classe de sítio I, as árvores dominante e médias apresentam um fator de forma médio menor do que a classe inferior, porém, na classe de sítio II as árvores dominantes apresentam o menor fator de forma médio, enquanto que as médias apresentam o maior, seguido pelas inferiores.

TABELA 17. FATORES DE FORMA NATURAIS MÉDIOS POR CLASSE DE SÍTIO E POSIÇÃO SOCIOLÓGICA

| CLASSE DE POSIÇÃO SOCIOLOGICA | CLASSE DE SÍTIO | | | MÉDIAS |
|-------------------------------------|--------------------|-------|-------|--------|
| | I | II | III | |
| Dominante | .5602 | .5418 | .5709 | .5577 |
| Média | .5672 | .5778 | .5672 | .5708 |
| Inferior | .5810 | .5660 | .5702 | .5725 |
| MÉDIAS | .5695 | .5619 | .5695 | |

Figura 18. COMPORTAMENTO DOS FATORES DE FORMA NATURAIS EM FUNÇÃO DAS CLASSES DE POSIÇÃO SOCIOLÓGICA SEGUNDO CLASSES DE SÍTIO



Na classe de sítio III, a situação muda novamente, sendo que as árvores dominantes apresentam o maior fator de forma médio, seguido pelas árvores inferiores e somente logo as árvores médias.

4.3 ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE FORMA

4.3.1 Ajuste dos modelos de equações de forma

As tabelas 18, 19 e 20, apresentam os coeficientes ajustados, segundo idade e as estatísticas de ajuste R^2 , s_{yx} e F.

Na análise de um mesmo modelo e na mesma árvore, pode-se notar que a precisão do ajuste mostra uma leve tendência à melhoria com a idade, o qual relaciona-se com a melhor distribuição dos pontos amostrados no perfil ao aumentar a altura da árvore com a idade e à mudança que ocorre na forma das árvores com a idade.

Uma comparação entre os modelos, permite dizer que em geral os três modelos apresentaram um bom ajuste aos dados.

Embora as diferenças não sejam muito grandes, o modelo polinomial apresenta em geral melhores estatísticas de ajuste, do que o modelo 1 (logarítmico) e o modelo de Kozak et alii (parabólico), os quais praticamente não diferem.

A precisões dos ajustes dos modelos relacionam-se à natureza e o número de coeficientes dos mesmos. Razão pela qual o modelo polinomial com 6 coeficientes apresenta-se como sendo mais preciso do que os modelos 1 e 2 (logarítmico e parabólico), com 2 e 3 coeficientes respectivamente.

A quantidade de coeficientes ou também de variáveis independentes, associa-se em parte à capacidade do modelo de assumir variadas formas, ou a adaptar melhor a sua forma aos dados. Assim o modelo com mais coeficientes é relativamente mais flexível, enquanto os modelos com menos coeficientes aparecem como sendo relativamente mais rígidos.

4.3.2 Estimativa dos coeficientes das equações de forma em função das idades, diâmetros e alturas

Apresentam-se nas tabelas 21 e 22, os coeficientes e as

TABELA 18. COEFICIENTES, DIMENSÕES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO
 MODELO 1 AOS DADOS DA ÁRVORE 30, SEGUNDO A IDADE

| idade (anos) | COEFICIENTE | | DIMENSÕES | | ESTATÍSTICAS | | |
|-----------------|-------------|---------|------------------|---------------|--------------|----------|---------|
| | b0 | b1 | diâmetro (cm) | altura (m) | 2 R | sxy | F |
| 39 | .0505695 | .325427 | 17.7 | 16 | .98825 | .0267411 | 588.775 |
| 38 | .0493513 | .330592 | 17.55 | 15.9375 | .989311 | .0262182 | 647.859 |
| 37 | .0499774 | .339439 | 17.45 | 15.8646 | .98965 | .0268781 | 669.331 |
| 36 | .0499632 | .346396 | 17.3 | 15.7917 | .991089 | .0258211 | 778.475 |
| 35 | .0483694 | .355468 | 17.15 | 15.7083 | .992232 | .0251698 | 894.147 |
| 34 | .0457241 | .361969 | 16.95 | 15.625 | .99298 | .0248102 | 990.151 |
| 33 | .049649 | .371842 | 16.65 | 15.5313 | .993013 | .0259815 | 994.836 |
| 32 | .0519681 | .392666 | 16.5 | 15.3854 | .993228 | .0279867 | 1026.69 |
| 31 | .054209 | .406799 | 16.25 | 15.2604 | .991198 | .0341898 | 788.235 |
| 30 | .063063 | .428538 | 15.8 | 15.0938 | .989559 | .0411677 | 663.412 |
| 29 | .0755425 | .45492 | 15.35 | 14.9167 | .986536 | .0525986 | 512.91 |
| 28 | .0779685 | .49204 | 15.15 | 14.7188 | .9843 | .0662229 | 438.843 |
| 27 | .0902653 | .541023 | 14.9 | 14.5104 | .983805 | .081502 | 425.221 |
| 26 | .101381 | .57832 | 14.65 | 14.375 | .984711 | .0917497 | 450.834 |
| 25 | .12222 | .656116 | 14.35 | 14.1667 | .987706 | .112683 | 562.373 |
| 24 | .0587087 | .504413 | 14.1 | 13.9552 | .982019 | .0404178 | 327.684 |
| 23 | .0721792 | .54643 | 13.6 | 13.4403 | .977111 | .0542124 | 256.137 |
| 22 | .081675 | .58003 | 13.15 | 13.0149 | .971231 | .0704789 | 202.554 |
| 21 | .0936223 | .633065 | 12.65 | 12.4552 | .967866 | .093146 | 180.718 |
| 20 | .116479 | .708375 | 12.1 | 11.806 | .966124 | .132699 | 171.117 |
| 19 | .146158 | .782261 | 11.5 | 11.3358 | .97567 | .160741 | 240.605 |
| 18 | .063496 | .511173 | 11.1 | 10.832 | .984154 | .0346361 | 310.525 |
| 17 | .0683658 | .54185 | 10.6 | 10.448 | .982437 | .0418101 | 279.689 |
| 16 | .0763935 | .595451 | 9.9 | 9.872 | .989625 | .0402546 | 476.944 |
| 15 | .0786344 | .675902 | 9.35 | 9.176 | .988697 | .0588467 | 437.344 |
| 14 | .0984884 | .782048 | 8.45 | 8.408 | .99396 | .0730721 | 822.891 |
| 13 | .0793433 | .753013 | 7.55 | 7.55172 | .954801 | .0741112 | 84.4974 |
| 12 | .116646 | .875662 | 6.6 | 6.31035 | .985173 | .0711126 | 265.775 |
| 11 | .175844 | 1.14022 | 5.85 | 5 | .840678 | .114726 | 15.8298 |
| 10 | .264572 | 1.25813 | 4.75 | 3.64789 | .837766 | .199934 | 15.4918 |
| 9 | .354901 | 1.18103 | 3.5 | 2.67606 | .859304 | .301191 | 18.3225 |
| 8 | .283624 | .250138 | 2.3 | 1.8863 | .966526 | .0281853 | 57.7465 |
| 7 | .831369 | .46333 | 1 | 1.55926 | .999153 | .0129452 | 2358.79 |

TABELA 19. COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO MODELO DE KÖZAK AOS DADOS DA ÁRVORE 30, SEGUNDO A IDADE

| idade (anos) | COEFICIENTES | | | ESTATÍSTICAS | | |
|-----------------|--------------|----------|----------|--------------|----------|---------|
| | b0 | b1 | b2 | R | sxy | F |
| 39 | 1.12281 | -.699742 | -.36205 | .979274 | .0648588 | 165.371 |
| 38 | 1.11924 | -.710019 | -.35059 | .980135 | .063577 | 172.686 |
| 37 | 1.12156 | -.750792 | -.314153 | .980351 | .0637507 | 174.627 |
| 36 | 1.11771 | -.745197 | -.320325 | .981479 | .0620498 | 185.475 |
| 35 | 1.11391 | -.773561 | -.291286 | .983415 | .0588747 | 207.534 |
| 34 | 1.10351 | -.758261 | -.300299 | .984038 | .0575629 | 215.769 |
| 33 | 1.11054 | -.785356 | -.283626 | .983992 | .0584697 | 215.144 |
| 32 | 1.10895 | -.812529 | -.262605 | .985496 | .0563027 | 237.81 |
| 31 | 1.10287 | -.789441 | -.284945 | .984159 | .0590998 | 217.45 |
| 30 | 1.10935 | -.788421 | -.299746 | .986292 | .0560016 | 251.818 |
| 29 | 1.11858 | -.779229 | -.32487 | .986918 | .055903 | 264.035 |
| 28 | 1.09897 | -.750065 | -.343149 | .989682 | .0495247 | 335.699 |
| 27 | 1.10409 | -.815065 | -.287273 | .990831 | .0475463 | 378.212 |
| 26 | 1.1119 | -.869718 | -.242025 | .989648 | .05133 | 334.608 |
| 25 | 1.11795 | -.956171 | -.163993 | .991349 | .0477284 | 401.052 |
| 24 | 1.10745 | -1.00847 | -.102386 | .983263 | .0613344 | 176.247 |
| 23 | 1.11893 | -1.02212 | -.110063 | .983351 | .0633191 | 177.187 |
| 22 | 1.12361 | -1.0281 | -.113046 | .980456 | .0702492 | 150.496 |
| 21 | 1.11912 | -1.00614 | -.135647 | .980922 | .0708638 | 154.252 |
| 20 | 1.11283 | -.942189 | -.190894 | .97871 | .0764629 | 137.908 |
| 19 | 1.13461 | -1.05723 | -.083247 | .984172 | .0677756 | 186.533 |
| 18 | 1.14398 | -1.24385 | .108299 | .984108 | .0636188 | 154.808 |
| 17 | 1.15691 | -1.35952 | .210879 | .982145 | .0693217 | 137.519 |
| 16 | 1.16732 | -1.46836 | .301321 | .987792 | .0593016 | 202.282 |
| 15 | 1.15572 | -1.56822 | .406668 | .983937 | .0696413 | 153.137 |
| 14 | 1.1941 | -1.88641 | .69332 | .983241 | .0752253 | 146.668 |
| 13 | 1.23186 | -2.25346 | 1.03579 | .972099 | .0968109 | 69.6829 |
| 12 | 1.30693 | -2.51455 | 1.20865 | .975348 | .0999898 | 79.1296 |
| 11 | 1.32885 | -2.40841 | 1.06759 | .934177 | .16483 | 21.2883 |
| 10 | 1.4286 | -2.29179 | .823585 | .905745 | .222186 | 14.4143 |
| 9 | 1.38892 | -1.02992 | -.47451 | .910247 | .232143 | 15.2124 |
| 8 | 1.72548 | -.234697 | -1.44765 | .977649 | .149126 | 43.74 |
| 7 | 5.29273 | -4.89416 | -.365853 | .998348 | .122437 | 604.183 |

TABELA 20. COEFICIENTES, DIMENSÕES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO MODELO POLINOMIAL DE QUINTO GRAU AOS DADOS DA ÁRVORE 30 SEGUNDO A IDADE

| idade (anos) | COEFICIENTES | | | | | DIMENSÕES | | ESTATÍSTICAS | | | |
|-----------------|--------------|-----------|---------|----------|----------|-----------|------------------|---------------|----------------|----------|---------|
| | b0 | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | diâmetro (cm) | altura (m) | R ² | sky | F |
| 38 | 1.10796 | -2.04941 | 12.3538 | -36.8145 | 46.3953 | -20.9932 | 17.55 | 15.9375 | .999197 | .010168 | 5970.68 |
| 35 | 1.11051 | -2.07057 | 12.1498 | -35.6243 | 44.4082 | -19.9736 | 17.15 | 15.7083 | .999437 | .008646 | 8514.89 |
| 32 | 1.11143 | -2.08507 | 11.8589 | -34.0228 | 41.7382 | -18.6007 | 16.5 | 15.3854 | .999302 | .009864 | 6870.21 |
| 29 | 1.10719 | -1.96065 | 10.8094 | -30.4172 | 36.6588 | -16.1975 | 15.35 | 14.9167 | .999421 | .009425 | 8284.23 |
| 26 | 1.10207 | -1.88321 | 9.7699 | -26.3067 | 30.2392 | -12.9213 | 14.65 | 14.375 | .999059 | .012953 | 5094.74 |
| 23 | 1.10018 | -1.76556 | 6.8704 | -13.6225 | 10.9423 | -3.52478 | 13.6 | 13.4403 | .998609 | .014581 | 3016.30 |
| 20 | 1.10282 | -1.60043 | 4.42154 | -4.76047 | -.667243 | 1.50378 | 12.1 | 11.806 | .998386 | .017435 | 2598.50 |
| 17 | 1.10101 | -1.17828 | .507336 | 5.09753 | -10.5495 | 5.0219 | 10.6 | 10.448 | .997868 | .018792 | 1700.85 |
| 14 | 1.07874 | -.0504234 | 8.6534 | 26.2842 | -30.0812 | 11.4221 | 8.45 | 8.408 | .992195 | .0397939 | 432.21 |
| 11 | 1.1223 | -2.48642 | 18.4218 | -67.005 | 89.162 | -39.2146 | 5.85 | 5 | .980864 | .0652222 | 133.26 |
| 8 | 1.07143 | -1.26766 | 4.71808 | -8.6617 | 4.82628 | -.686423 | 2.3 | 1.8963 | .941998 | .118459 | 32.48 |
| 5 | 1.179 | -3.34756 | 20.0056 | -52.7817 | 56.225 | -21.2803 | 0 | .98421 | .994753 | .0448091 | 189.57 |

estatísticas de ajuste das melhores equações obtidas para cada coeficiente de cada modelo de função de forma, pelo procedimento de seleção de variáveis na regressão linear múltipla, chamado "Stepwise".

Sejam:

$$\begin{array}{llll} x_1 = i & x_2 = i^2 & x_3 = 1/i & x_4 = \ln(i) \\ x_5 = d & x_6 = d^2 & x_7 = 1/d & x_8 = \ln(d) \\ x_9 = h & x_{10} = h^2 & x_{11} = 1/h & x_{12} = \ln(h) \end{array}$$

onde:

x 's = variáveis testadas nos modelos

i = idade das árvores

d = diâmetro à altura do peito

h = altura total

Os valores apresentados nas tabelas 21 e 22 sugerem que para os modelos de funções de forma mais simples: 1 e 2, são obtidas equações para a estimativa dos seus coeficientes mais precisas do que as obtidas para o modelo polinomial: 3.

Ao serem avaliadas somente as estatísticas de ajuste, e coincidindo com o estudo de SILVA et alii⁸², o modelo 1 aparece como sendo promissor quanto à possibilidade de se estimar os seus parâmetros conhecidas a idade, a altura e o diâmetro à altura do peito da árvore. O modelo 2 ou de Kozak et alii, apresenta estatísticas levemente inferiores às do modelo 1. Enquanto que as estatísticas correspondentes ao modelo 3 (polinomial de quinto grau) resultaram globalmente menos precisas que aquelas dos outros dois modelos.

Fazendo uma avaliação conjunta dos resultados obtidos, no ajuste das funções e no posterior ajuste para a estimativa dos seus parâmetros, percebe-se que o modelo polinomial apresentava geralmente melhores estatísticas nos ajustes das funções individualmente, enquanto que no caso dos modelos de estimativa dos

TABELA 21. COEFICIENTES DOS MÓDELOS DE PROGNÓSE DOS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS OBTIDOS PELO MÉTODO "STEPWISE"

| modelo número | parâmetro | variables independientes | | | | | | | | | | | | |
|------------------|-----------|--------------------------|-----------|-----------|----------|-----|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|
| | | b0 | i | 2 | | 1/i | ln(i) | d | 2 | | h | 2 | | |
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | b0 | 0 | -2,336E-3 | 0 | 0 | 0 | 0,054 | -7,453E-4 | 0,16988 | -0,3806 | -0,01827 | 0 | 0,93066 | 0,264867 |
| 1 | b1 | 2,13798 | -0,02494 | 1,9589E-4 | 0 | 0 | 0,08415 | -0,001208 | 0 | -0,406975 | 0 | 0 | -2,185 | -0,336235 |
| 2 | b0 | -1,5224 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -5,992E-4 | 7,52603 | 0,648691 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | b1 | -6,18761 | 0 | 0 | -14,3857 | 0 | -0,6972 | 9,785E-3 | -9,91451 | 4,09922 | 0,166176 | 0 | 20,0138 | 0 |
| 2 | b2 | 7,48051 | 0 | 0 | 12,924 | 0 | 0,66257 | -8,724E-3 | 2,22865 | -4,81746 | -0,14498 | 0 | -18,8231 | 0 |
| 3 | b0 | 1,0488 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,00308 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | b1 | -1,74782 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,48569 | 0,437427 | 0 | -4,533E-3 | 0 | 0 |
| 3 | b2 | 9,96582 | 0 | 3,6805E-3 | 0 | 0 | -0,34334 | 0 | -9,51731 | 0 | 0 | 0,04062 | 0 | -3,28 |
| 3 | b3 | 0 | 0 | -0,01233 | 0 | 0 | 0 | 0,0169737 | 0 | 0 | 0 | -0,063368 | 0 | 0 |
| 3 | b4 | 0 | 0 | 0,023824 | 124,816 | 0 | -1,61591 | 0 | -27,0426 | 0 | 0 | 0,120054 | 0 | 0 |
| 3 | b5 | 0 | 0 | -0,011704 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

seus parâmetros, aparece como sendo o menos promissor.

Por outro lado, os modelos 1 e 2 que apresentavam um comportamento levemente inferior, quanto ao ajuste das funções de forma individuais, manifestam um melhor comportamento quanto aos modelos de prognose dos seus parâmetros.

TABELA 22. ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS MODELOS DE PROGNÓSE DOS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE FORMA RELATIVAS

| modelo número | parâmetro | b0 | ESTATÍSTICAS | | |
|------------------|-----------|----------|--------------|---------|----------|
| | | | R | F | syx |
| 1 | b0 | 0 | 0,937983 | 2176,04 | 0,057991 |
| 1 | b1 | 2,13798 | 0,463914 | 142,292 | 0,125519 |
| 2 | b0 | -1,5224 | 0,821629 | 1773,43 | 0,656244 |
| 2 | b1 | -6,18761 | 0,727974 | 440,03 | 1,39857 |
| 2 | b2 | 7,48051 | 0,513514 | 173,564 | 0,883691 |
| 3 | b0 | 1,0488 | 0,118413 | 50,9063 | 0,041637 |
| 3 | b1 | -1,74782 | 0,208861 | 33,1761 | 0,805029 |
| 3 | b2 | 9,96582 | 0,237922 | 23,4152 | 5,68687 |
| 3 | b3 | 0 | 0,427928 | 94,2322 | 17,3813 |
| 3 | b4 | 0 | 0,410432 | 52,3511 | 21,4869 |
| 3 | b5 | 0 | 0,384836 | 237,721 | 9,53652 |

As figuras 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, apresentam os gráficos dos resíduos padronizados em função da idade, dos modelos de estimativa dos parâmetros das equações de forma relativas.

Avaliando-se numa forma conjunta os gráficos, para efetuar uma comparação dos modelos, observa-se que as equações em geral não apresentam tendenciosidade, porém apresentam na sua maioria, sintomas de heterocedasticidade (variâncias não homogêneas).

Em concordância com as estatísticas de ajuste, em geral os modelos de estimativa dos coeficientes correspondentes ao modelo 3 (polinomial de quinto grau), evidenciam uma maior variabilidade relativa dos parâmetros a serem estimados. Isto refere-se ao fato

FIGURA 19. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_0
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 1

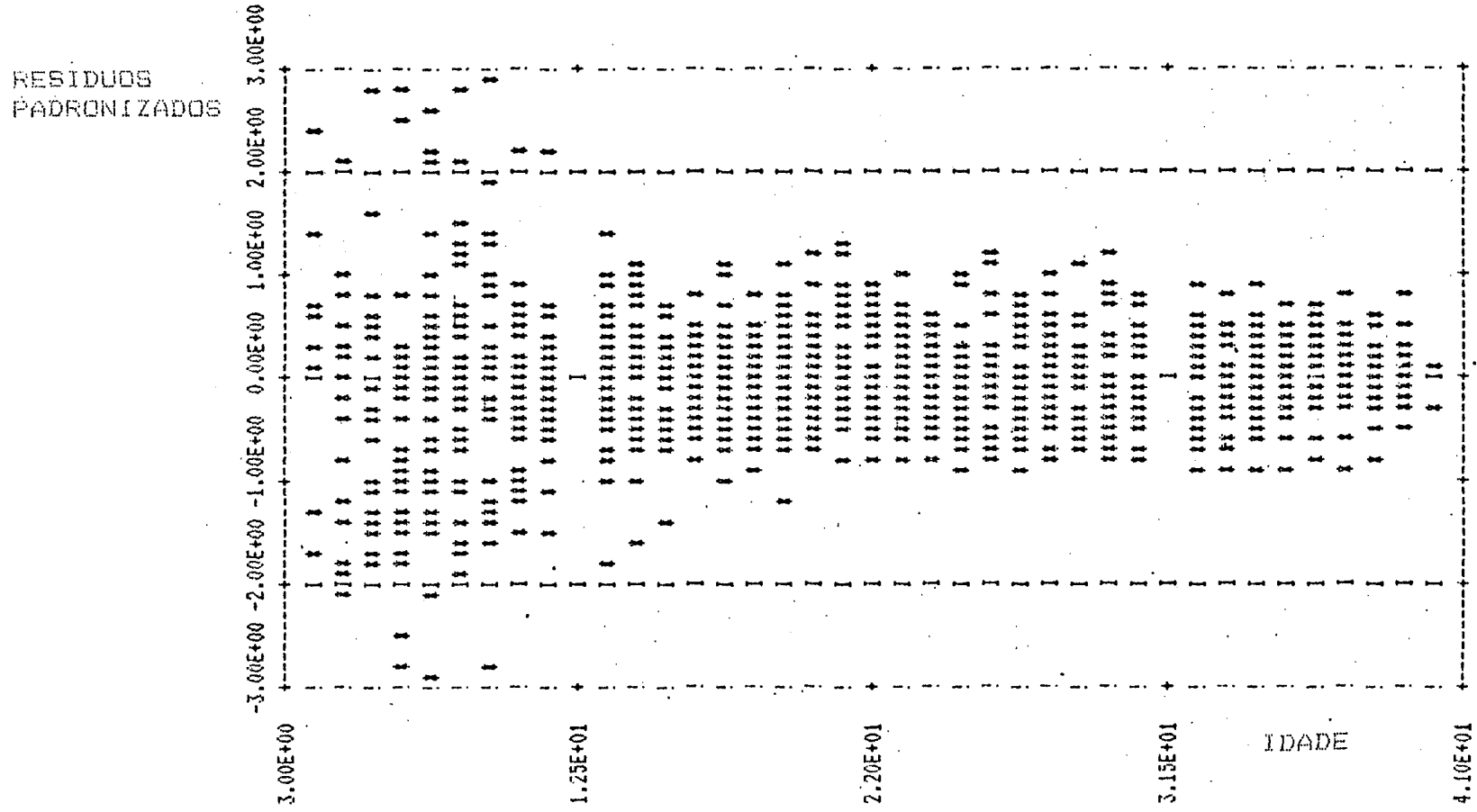


FIGURA 20. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_1
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 1

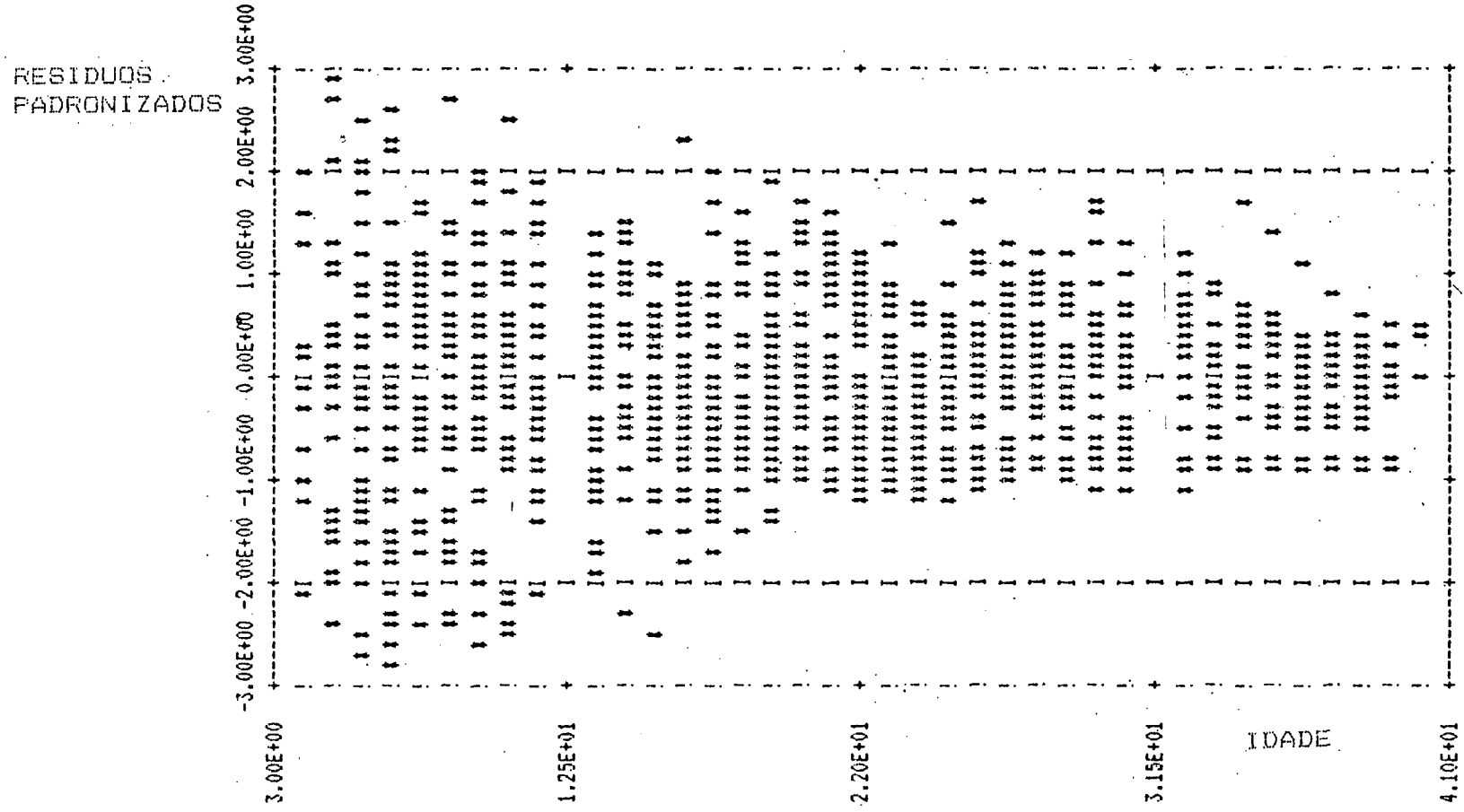


FIGURA 21. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_0
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 2 (KOZAK et al11)

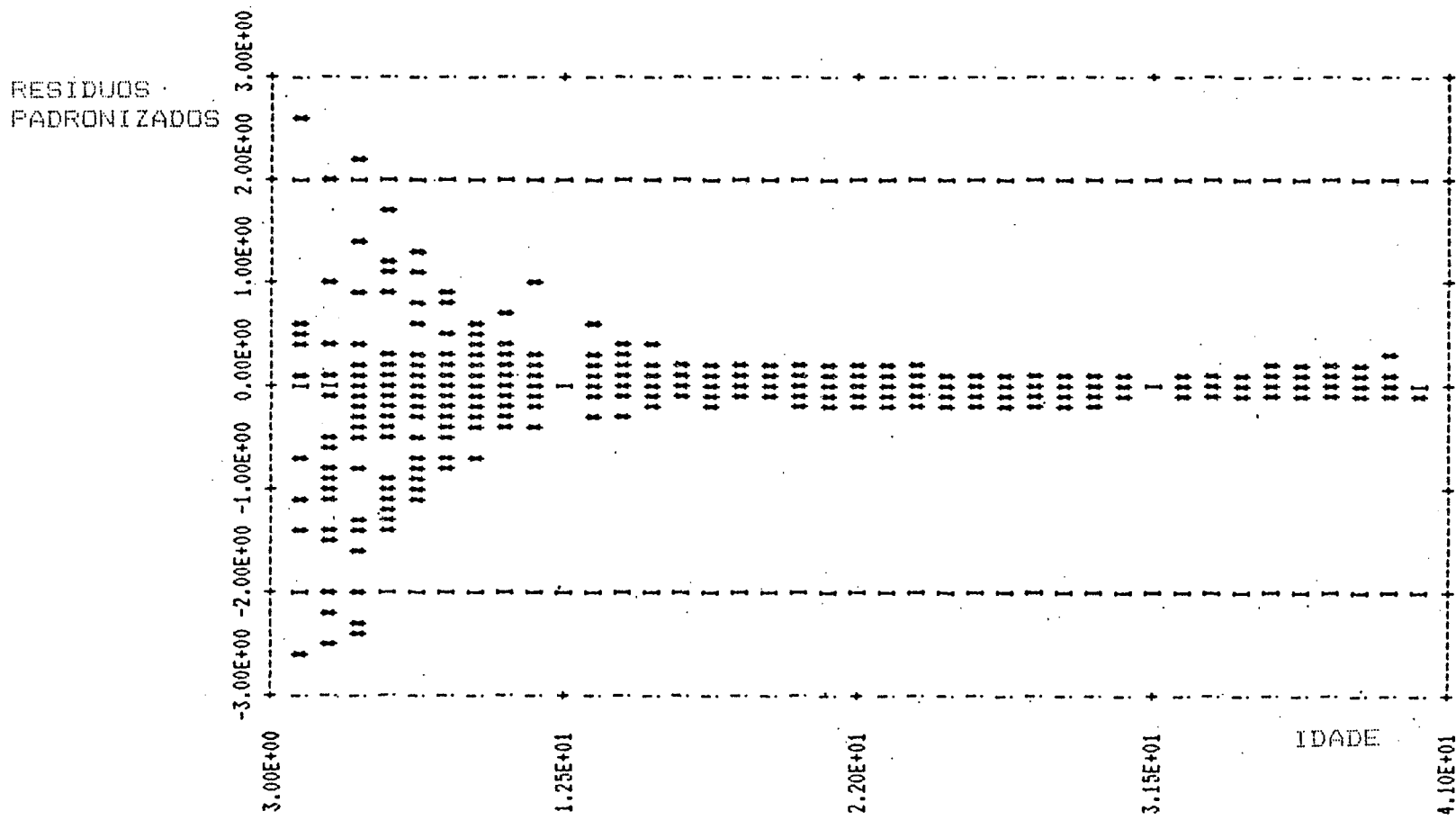


FIGURA 22. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_1
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 2 (KOZAK et alli)

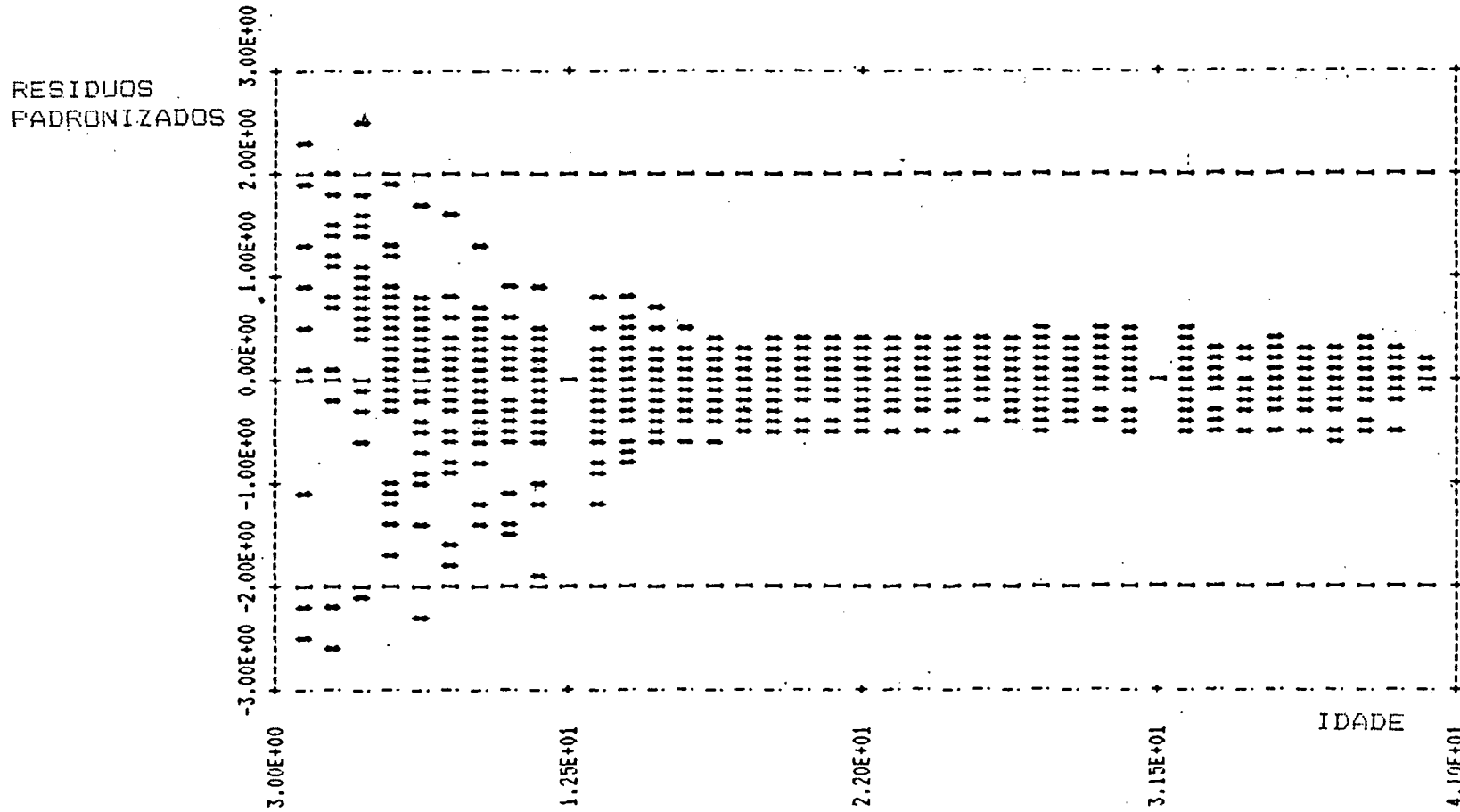


FIGURA 23. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_2
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 2 (KOZAK et alii)

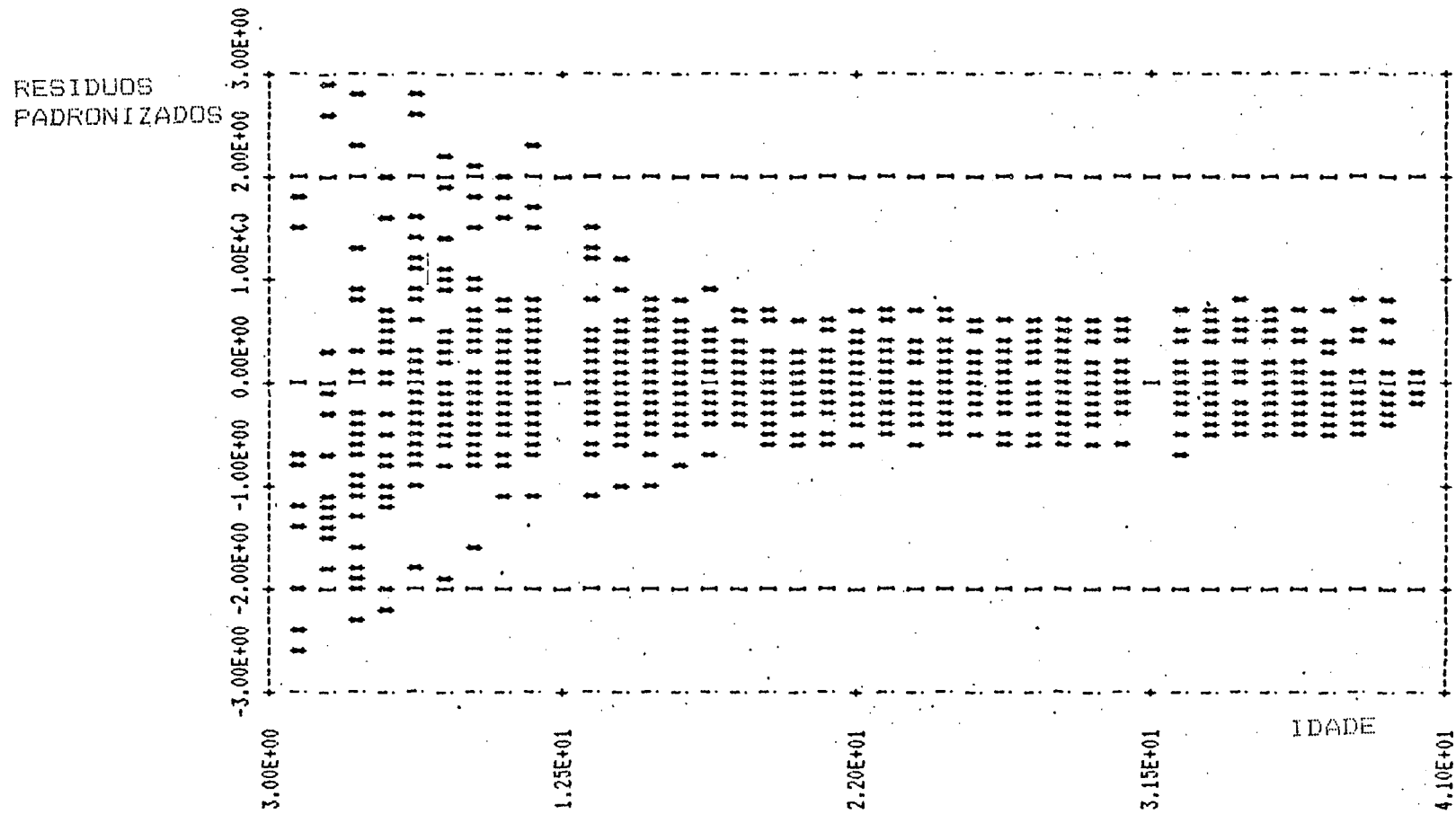


FIGURA 24. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_0
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3
 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU)

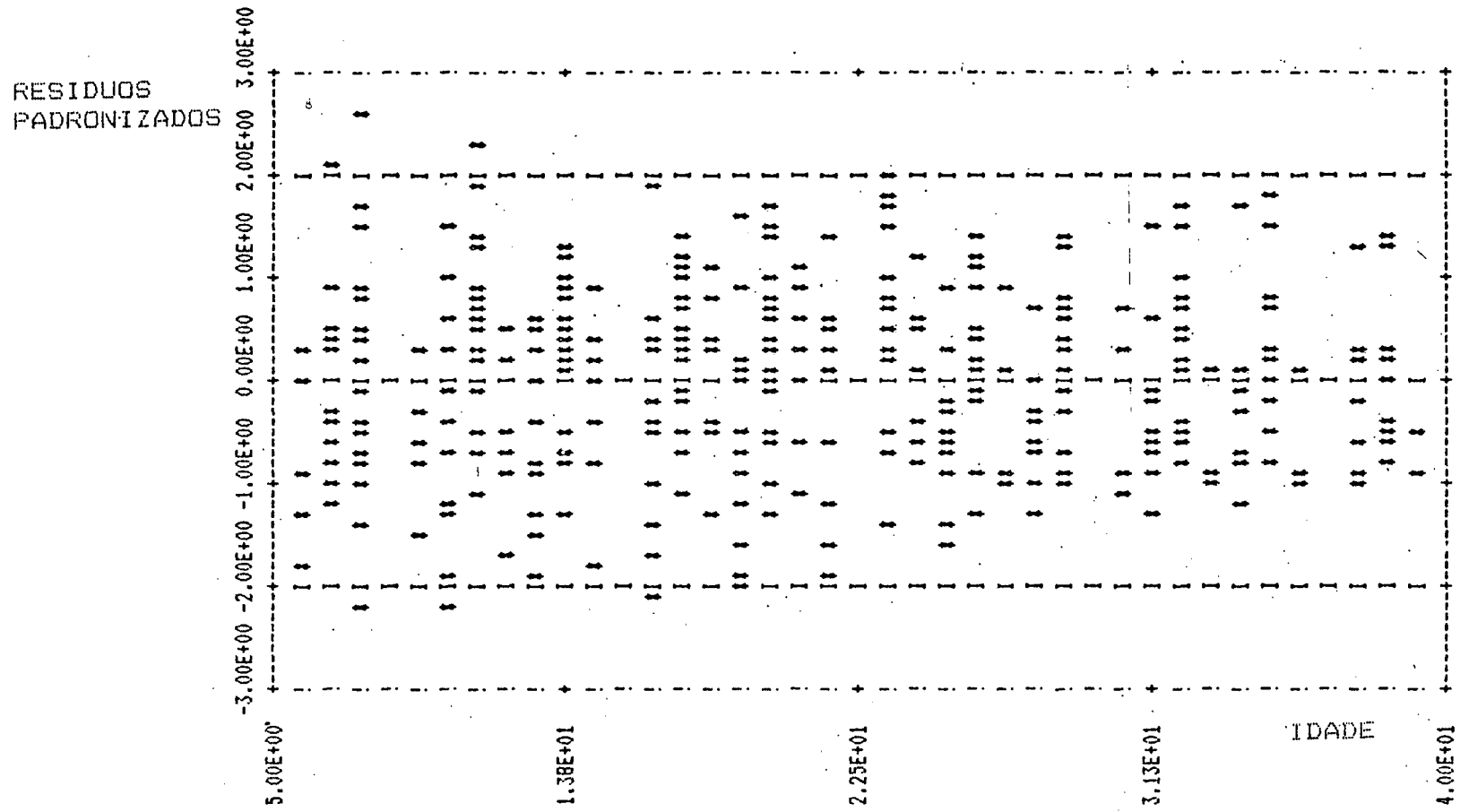


FIGURA 25. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_1
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3
 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU)

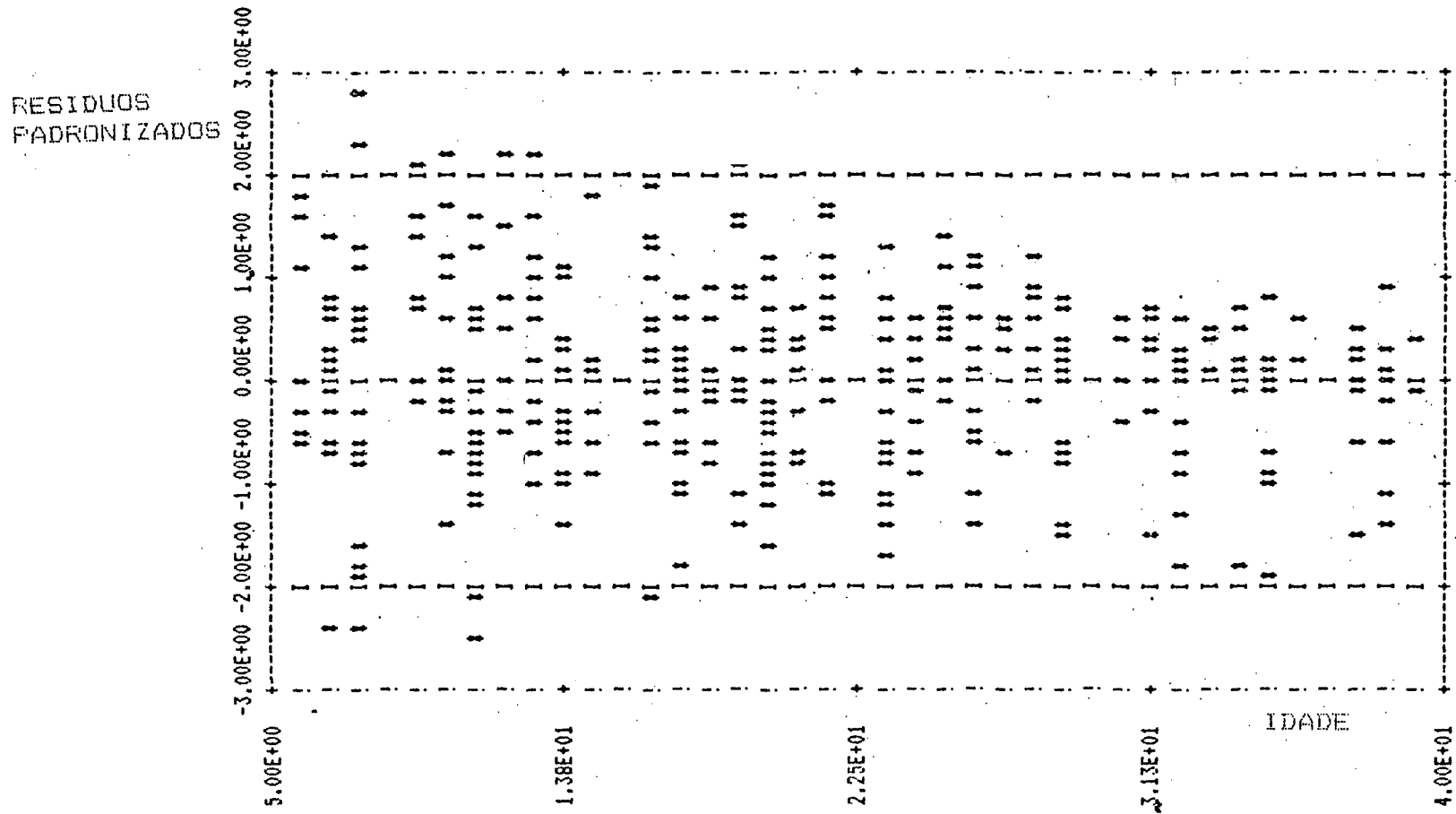


FIGURA 26. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_2
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3
 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU)

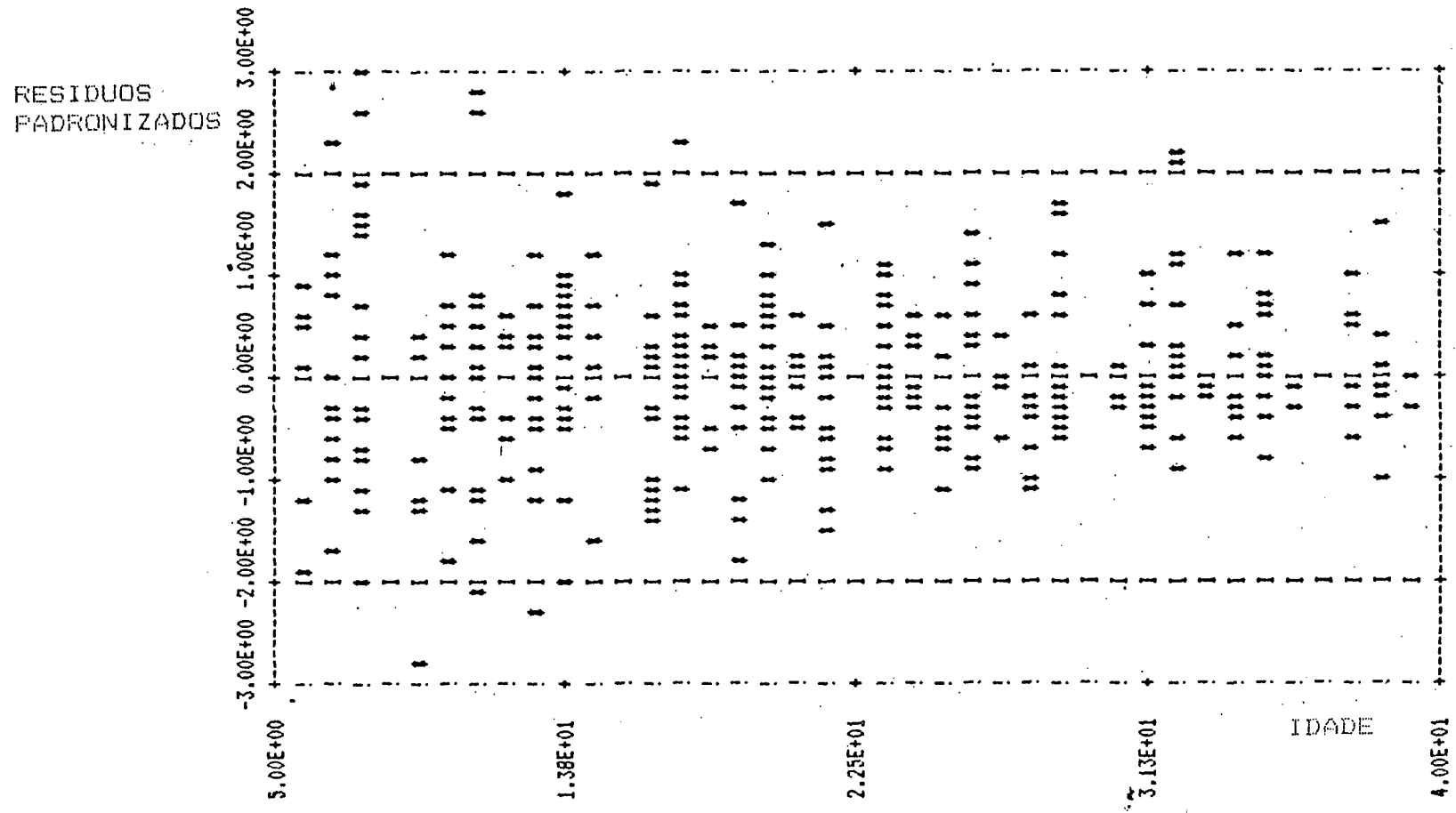


FIGURA 27. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_3
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3
 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU)

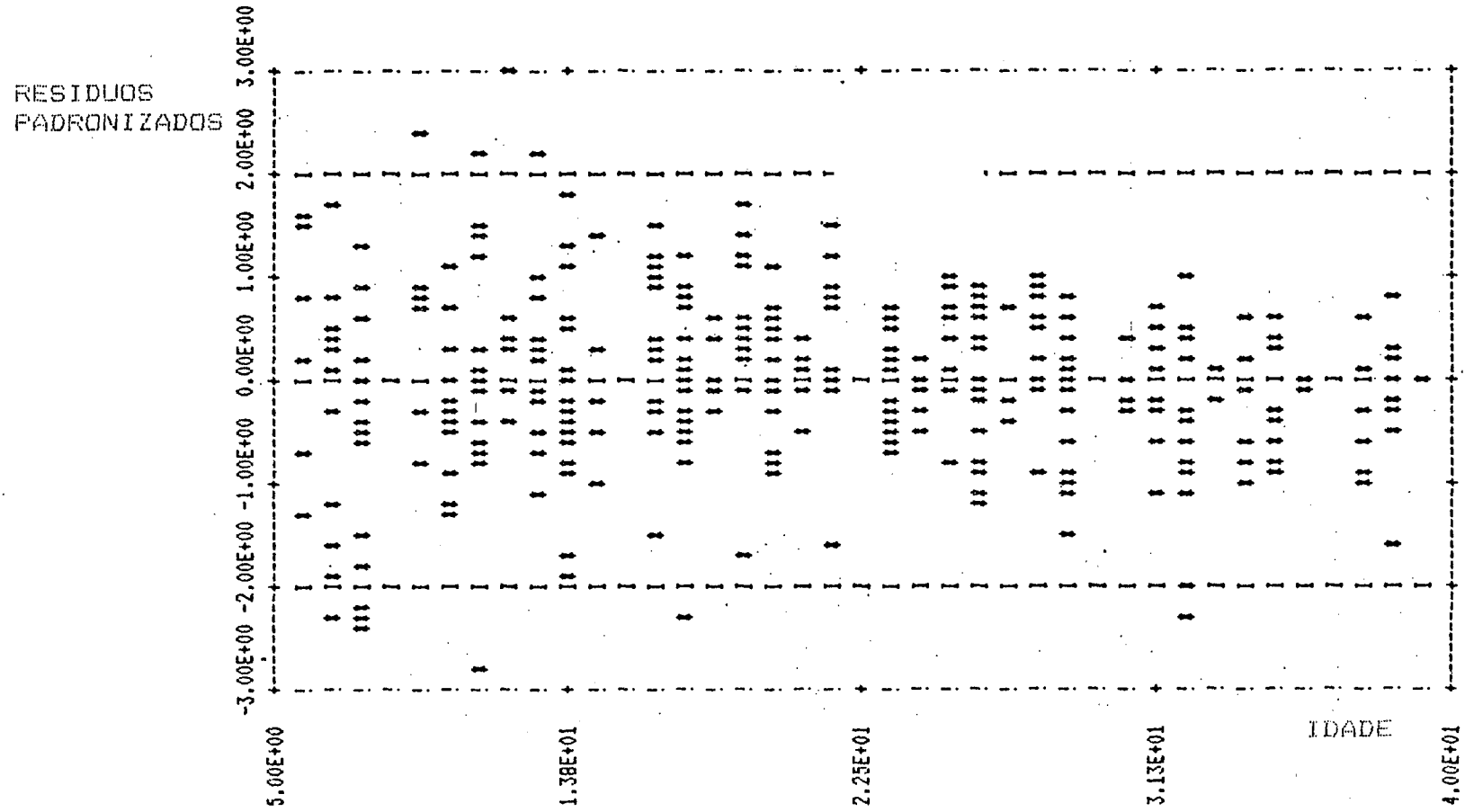


FIGURA 28. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_4
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3
 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU)

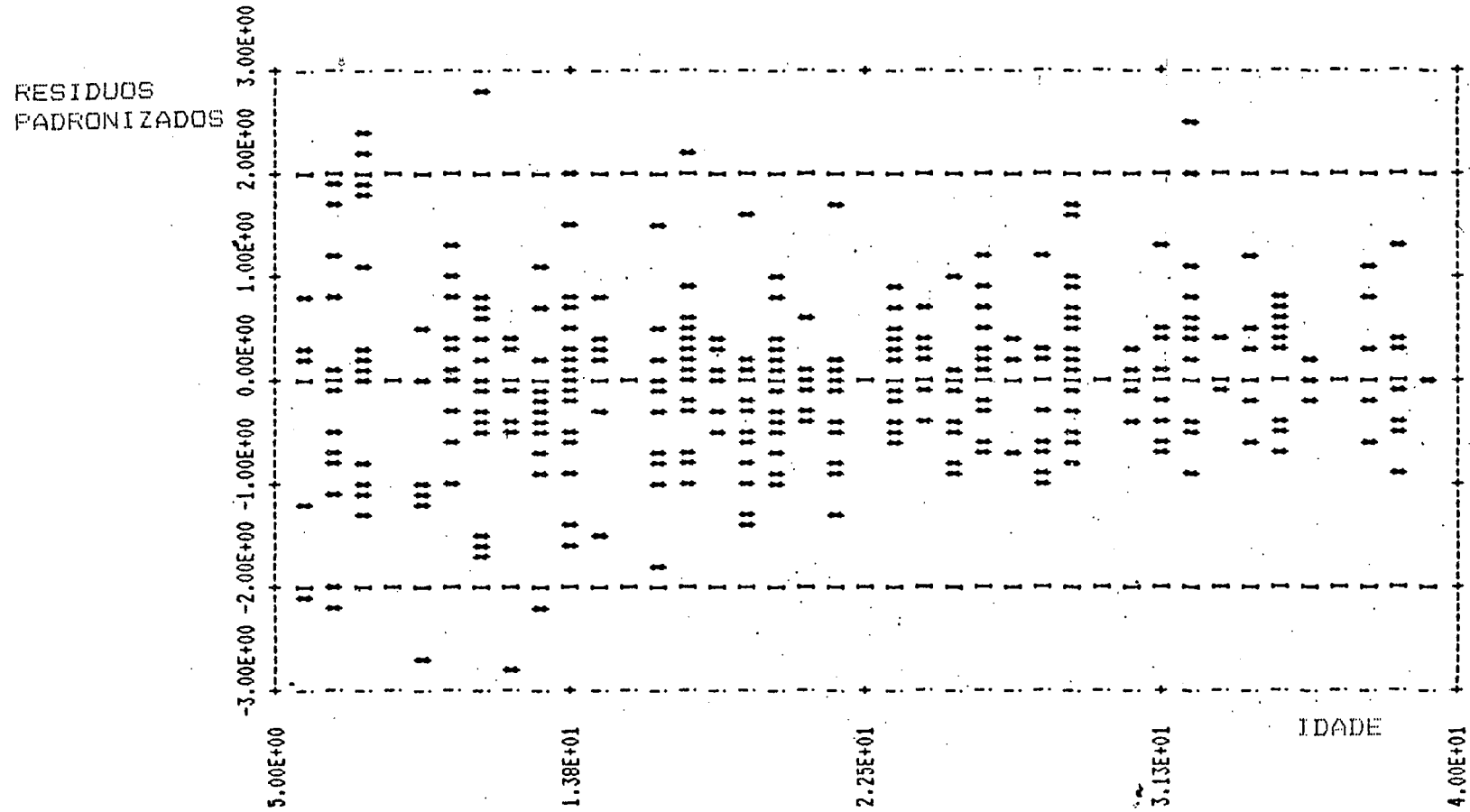
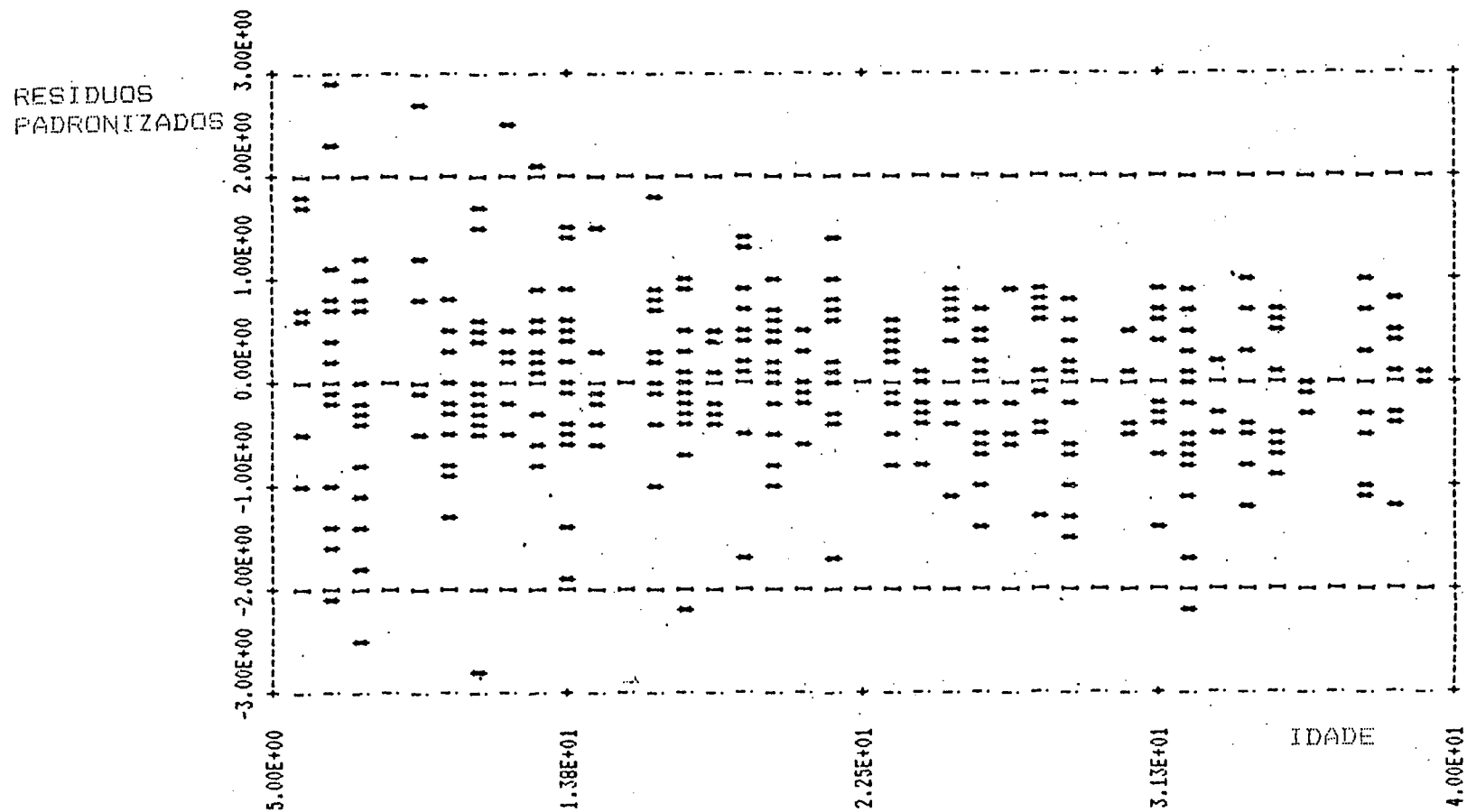


FIGURA 29. GRÁFICO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS EM FUNÇÃO DA IDADE
 OBTIDO NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE: b_5
 MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA RELATIVA: 3
 (POLINOMIAL DE QUINTO GRAU)



de todos os gráficos serem realizados em termos dos resíduos padronizados e que os gráficos correspondentes aos parâmetros do modelo 3, apresentam-se mais dispersos no sentido vertical.

O fato manifesta-se embora o ajuste do modelo polinomial foi realizado agrupando os dados de três anos consecutivos, com o intuito de se obter uma diminuição das variabilidades dos mesmos. Assim se o ajuste fosse realizado segundo perfis individuais, a variação deve ser ainda maior.

Os gráficos de resíduos do modelo 1, manifestam uma variabilidade média dos coeficientes deste modelo, no que se refere aos outros dois.

Os gráficos do modelo 2 ou de Kozak et alli, indicam que os seus parâmetros são os menos dispersos em torno das equações de ajuste.

Todos os gráficos de resíduos, apresentaram em menor ou maior medida, evidências de heterocedasticidade no sentido da idade.

O fato encontra-se provocado em parte pelo método de amostragem empregado, no qual ao trabalhar com árvores de diferentes idades, gera-se uma amostra onde as idades inferiores são relativamente super-amostradas e as superiores sub-amostradas.

A maneira de se resolver isto no futuro, seria trabalhar com árvores da mesma idade e idades avançadas, de modo que cada classe de idade possa resultar aproximadamente na mesma quantidade de pontos amostrais.

No caso dos modelos 1 e 3, como a heterocedasticidade abrange todo o intervalo de idades amostrado, uma outra alternativa de solução seria trabalhar com modelos de regressão ponderada, sendo que o fator de ponderamento seria justamente a idade.

No caso do modelo 2, a heterocedasticidade é restrita ao intervalo de idades menores que 12 anos. A solução é empregar o

modelo somente acima daquela idade, o qual apresenta-se coerente com a prática, já que somente nessa idade podem ser obtidos no material estudado os sortimentos de maior valor. Então as funções de forma manifestam uma utilidade maior do que outras técnicas de se calcular o volume das árvores em pé, como as tabelas de volume ou os fatores de forma.

No caso desse modelo, se fosse necessário a estimativa das funções de forma antes dos 12 anos, o melhor seria trabalhar com dois modelos independentes. Um dos quais seria válido até os 12 anos e o outro acima dessa idade.

Numa avaliação global, o modelo de Kozak et alli (2) aparece como sendo o mais promissor, quanto à estimativa dos seus parâmetros em função da idade o diâmetro e a altura das árvores.

Isto permite dizer que os modelos flexíveis ajustam-se melhor a uma série determinada de dados do que os modelos relativamente mais rígidos, enquanto que os últimos permitem uma melhor estimativa dos seus coeficientes.

No caso, o modelo polinomial (flexível) apresenta pela sua própria natureza, a capacidade de se adaptar melhor aos dados dos perfis individuais por idade, mas essa mesma capacidade faz que os seus coeficientes variem relativamente mais e conseqüentemente as regressões para estimá-los resultam menos precisas.

Alem disso, ainda com as mesmas precisões, resulta mais provável obter um modelo global coerente, a partir de estimativas independentes dos seus parâmetros, no caso de um modelo com menor número de coeficientes.

A análise leva a pensar que, do ponto de vista de uma aplicação prática, um modelo ideal para este tipo de aplicações deve ser um modelo simples (de poucos coeficientes) e flexível no sentido que permita adaptar os seus coeficientes a diferentes

séries de dados sem afetar muito os seus parâmetros.

4.4 EMPREGO DO MÉTODO PROPOSTO POR SLOBODA PARA A PESQUISA DO CRESCIMENTO PASSADO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS

4.4.1 Avaliação das diferenças entre raios

As tabelas 23, 24, 25, apresentam as diferenças entre os raios médios das medições e os raios estimados pelas polinomiais aproximadas, segundo altura de medição e idade.

A distribuição de frequências das diferenças obtidas no primeiro ajuste, apresentam-se na tabela 26.

A tabela 26 indica que as diferenças entre os raios médios das medições e os estimados pelas aproximações polinomiais resultaram num primeiro ajuste, 95,0832 % abaixo de 2 mm., enquanto que 99 % resultaram inferior a 5 mm.

Esses resultados dão uma idéia da magnitude do trabalho adicional, que deve ser feito se são impostas condições de diferenças máximas admissíveis.

Por exemplo, se fosse imposta a condição de diferenças menores de 5 mm, deveram ser reajustados menos de 1 % dos casos se fosse imposta a condição de diferenças menores de 2 mm, deveram ser reconsiderados menos de 5 % dos casos.

Na maioria das situações as diferenças maiores aparecem reunidas num mesmo perfil, o qual facilita detectar as diferenças acima do limite fixado e a procura de uma outra polinomial mais precisa.

TABELA 26. DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DAS DIFERENÇAS OBSERVADAS

| classes de diferenças (cm) | frequência absolutas (número) | frequência relativas % | frequência relativa cumulativa % |
|----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|--|
| < 0,1 | 8195 | 83,5969 | 83,5969 |
| 0,1 - 0,2 | 1126 | 11,4862 | 95,0832 |
| 0,2 - 0,3 | 345 | 3,5193 | 98,6025 |
| 0,3 - 0,4 | 50 | 0,5100 | 99,1125 |
| 0,4 - 0,5 | 30 | 0,3060 | 99,4185 |
| > 0,5 | 57 | 0,5815 | 100,0000 |

4.4.2 Diferenças entre os volumes e fatores de forma naturais calculados na análise de tronco e estimados pelas polinomiais aproximadas

As tabelas 27, 28 e 29 apresentam os valores dos volumes totais e dos fatores de forma naturais, calculados pela análise de tronco e através das polinomiais aproximadas. Também as suas diferenças percentuais, para idades de 10 até a idade final das árvores no momento do estudo.

As diferenças percentuais entre os volumes totais e os fatores de forma naturais de uma mesma árvore, são aproximadamente iguais, as pequenas diferenças devem-se somente ao arredondamento.

Na tabela 30, apresenta-se a distribuição das diferenças percentuais.

O total das diferenças resultam inferiores de 5 %, enquanto que 95 % delas, resultam inferior a 3 %.

As diferenças observadas devem-se a uma série de fontes de erro, entre as quais encontram-se:

a) o programa de análise de tronco considera a tora do topo como sendo um cone, cujo perfil é uma reta; enquanto que no cálculo através das polinomiais aproximadas, considera-se tal parte do tronco como sendo um sólido cujo perfil é definido pela polinomial. Isto explica o fato da maioria das diferenças serem

TABELA 27. DIFERENÇAS PERCENTUAIS DAS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES E FATORES DE FORMA NATURAIS NA PARCELA: 53 ÁRVORE:22 POSIÇÃO SOCIOLOGICA: DOMINANTE

| IDADE | VOLUME | VOLUME | DESVIO | FFHO | FFHO | DESVIO |
|-------|----------------|----------------|------------|----------|-----------|--------------|
| anos | estimado | calculado | percentual | natural | natural | percentual |
| | m ³ | m ³ | volume | estimado | calculado | f.f. natural |
| 10 | 0.0198 | 0.0196 | 0.8940 | 0.4806 | 0.4764 | 0.8938 |
| 11 | 0.0343 | 0.0338 | 1.5157 | 0.4775 | 0.4703 | 1.5155 |
| 12 | 0.0502 | 0.0506 | -0.8705 | 0.4804 | 0.4846 | -0.8701 |
| 13 | 0.0720 | 0.0715 | 0.6977 | 0.5008 | 0.4974 | 0.6976 |
| 14 | 0.0952 | 0.0963 | -1.1642 | 0.5113 | 0.5173 | -1.1646 |
| 15 | 0.1254 | 0.1261 | -0.5526 | 0.5259 | 0.5289 | -0.5523 |
| 16 | 0.1541 | 0.1544 | -0.1988 | 0.5183 | 0.5194 | -0.1996 |
| 17 | 0.1852 | 0.1863 | -0.6232 | 0.5236 | 0.5268 | -0.6230 |
| 18 | 0.2069 | 0.2077 | -0.3542 | 0.5271 | 0.5290 | -0.3546 |
| 19 | 0.2350 | 0.2354 | -0.1530 | 0.5429 | 0.5437 | -0.1529 |
| 20 | 0.2702 | 0.2701 | 0.0636 | 0.5621 | 0.5618 | 0.0637 |
| 21 | 0.3058 | 0.3073 | -0.5022 | 0.5716 | 0.5745 | -0.5029 |
| 22 | 0.3387 | 0.3399 | -0.3365 | 0.5783 | 0.5802 | -0.3366 |
| 23 | 0.3750 | 0.3762 | -0.3026 | 0.5759 | 0.5776 | -0.3031 |
| 24 | 0.4102 | 0.4110 | -0.2046 | 0.5809 | 0.5821 | -0.2049 |
| 25 | 0.4415 | 0.4418 | -0.0854 | 0.5894 | 0.5899 | -0.0854 |
| 26 | 0.4856 | 0.4856 | -0.0042 | 0.5970 | 0.5970 | -0.0040 |
| 27 | 0.5172 | 0.5166 | 0.1093 | 0.6027 | 0.6020 | 0.1091 |
| 28 | 0.5518 | 0.5512 | 0.1188 | 0.6099 | 0.6092 | 0.1187 |
| 29 | 0.5923 | 0.5910 | 0.2279 | 0.6184 | 0.6169 | 0.2280 |
| 30 | 0.6329 | 0.6310 | 0.3081 | 0.6221 | 0.6202 | 0.3079 |
| 31 | 0.6768 | 0.6793 | -0.3736 | 0.6253 | 0.6276 | -0.3739 |
| 32 | 0.7082 | 0.7103 | -0.2990 | 0.6257 | 0.6276 | -0.2992 |
| 33 | 0.7502 | 0.7512 | -0.1428 | 0.6319 | 0.6328 | -0.1431 |
| 34 | 0.7928 | 0.7942 | -0.1703 | 0.6374 | 0.6385 | -0.1708 |
| 35 | 0.8330 | 0.8372 | -0.5087 | 0.6382 | 0.6414 | -0.5087 |
| 36 | 0.8704 | 0.8747 | -0.4917 | 0.6467 | 0.6499 | -0.4920 |
| 37 | 0.9202 | 0.9181 | 0.2311 | 0.6611 | 0.6596 | 0.2314 |
| 38 | 0.9585 | 0.9548 | 0.3857 | 0.6658 | 0.6633 | 0.3855 |
| 39 | 0.9912 | 0.9883 | 0.2961 | 0.6663 | 0.6643 | 0.2960 |

TABELA 28. DIFERENÇAS PERCENTUAIS DAS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES E FATORES DE FORMA NATURAIS NA PARCELA: 72 ÁRVORE: 17 POSIÇÃO SOCIOLÓGICA: MÉDIA

| IDADE | VOLUME | VOLUME | DESVIO | FFHO | FFHO | DESVIO |
|-------|----------------|----------------|------------|----------|-----------|--------------|
| anos | estimado | calculado | percentual | natural | natural | percentual |
| | m ³ | m ³ | volume | estimado | calculado | f.f. natural |
| 10 | 0.0139 | 0.0134 | 3.5835 | 0.5183 | 0.5004 | 3.5839 |
| 11 | 0.0173 | 0.0169 | 2.1515 | 0.5216 | 0.5106 | 2.1510 |
| 12 | 0.0221 | 0.0221 | 0.1752 | 0.5428 | 0.5418 | 0.1753 |
| 13 | 0.0295 | 0.0292 | 1.0220 | 0.5546 | 0.5490 | 1.0219 |
| 14 | 0.0363 | 0.0359 | 1.2677 | 0.5602 | 0.5532 | 1.2680 |
| 15 | 0.0436 | 0.0427 | 2.1537 | 0.5756 | 0.5635 | 2.1535 |
| 16 | 0.0505 | 0.0504 | 0.3156 | 0.5728 | 0.5710 | 0.3154 |
| 17 | 0.0589 | 0.0585 | 0.7968 | 0.5901 | 0.5854 | 0.7971 |
| 18 | 0.0695 | 0.0688 | 0.9703 | 0.6015 | 0.5958 | 0.9697 |
| 19 | 0.0835 | 0.0825 | 1.2602 | 0.6032 | 0.5957 | 1.2596 |
| 20 | 0.0975 | 0.0960 | 1.5668 | 0.6122 | 0.6028 | 1.5659 |
| 21 | 0.1135 | 0.1114 | 1.8587 | 0.6168 | 0.6055 | 1.8578 |
| 22 | 0.1307 | 0.1280 | 2.1093 | 0.6175 | 0.6048 | 2.1099 |
| 23 | 0.1479 | 0.1471 | 0.5527 | 0.6062 | 0.6029 | 0.5525 |
| 24 | 0.1693 | 0.1680 | 0.7947 | 0.6089 | 0.6041 | 0.7953 |
| 25 | 0.1891 | 0.1878 | 0.6792 | 0.6108 | 0.6067 | 0.6785 |
| 26 | 0.2059 | 0.2042 | 0.8315 | 0.6123 | 0.6072 | 0.8316 |
| 27 | 0.2190 | 0.2170 | 0.9158 | 0.6172 | 0.6116 | 0.9161 |
| 28 | 0.2366 | 0.2340 | 1.1118 | 0.6304 | 0.6235 | 1.1112 |
| 29 | 0.2576 | 0.2546 | 1.1595 | 0.6372 | 0.6299 | 1.1592 |
| 30 | 0.2814 | 0.2777 | 1.3289 | 0.6386 | 0.6302 | 1.3293 |
| 31 | 0.3049 | 0.3007 | 1.3776 | 0.6414 | 0.6327 | 1.3774 |
| 32 | 0.3261 | 0.3217 | 1.3509 | 0.6406 | 0.6321 | 1.3505 |

TABELA 29. DIFERENÇAS PERCENTUAIS DAS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES E FATORES DE FORMA NATURAIS NA PARCELA: 46 ÁRVORE: 27 POSIÇÃO SOCIOLOGICA: INFERIOR

| IDADE | VOLUME | VOLUME | DESVIO | FFHO | FFHO | DESVIO |
|-------|----------|-----------|------------|----------|-----------|--------------|
| anos | estimado | calculado | percentual | natural | natural | percentual |
| | m3 | m3 | volume | estimado | calculado | f.f. natural |
| 10 | 0.0181 | 0.0183 | -1.2059 | 0.4560 | 0.4616 | -1.2063 |
| 11 | 0.0277 | 0.0278 | -0.4080 | 0.4917 | 0.4937 | -0.4083 |
| 12 | 0.0374 | 0.0370 | 0.9773 | 0.5349 | 0.5297 | 0.9774 |
| 13 | 0.0504 | 0.0500 | 0.8638 | 0.5396 | 0.5349 | 0.8638 |
| 14 | 0.0638 | 0.0639 | -0.1513 | 0.5435 | 0.5443 | -0.1521 |
| 15 | 0.0857 | 0.0854 | 0.3368 | 0.5795 | 0.5776 | 0.3377 |
| 16 | 0.1089 | 0.1080 | 0.7970 | 0.5931 | 0.5884 | 0.7968 |
| 17 | 0.1375 | 0.1360 | 1.1084 | 0.5931 | 0.5866 | 1.1087 |
| 18 | 0.1605 | 0.1610 | -0.3397 | 0.6069 | 0.6090 | -0.3395 |
| 19 | 0.1851 | 0.1851 | -0.0098 | 0.6019 | 0.6020 | -0.0100 |
| 20 | 0.2044 | 0.2045 | -0.0408 | 0.6018 | 0.6020 | -0.0408 |
| 21 | 0.2272 | 0.2271 | 0.0391 | 0.6054 | 0.6052 | 0.0387 |
| 22 | 0.2503 | 0.2509 | -0.2131 | 0.6090 | 0.6103 | -0.2132 |
| 23 | 0.2713 | 0.2715 | -0.0828 | 0.6092 | 0.6097 | -0.0830 |
| 24 | 0.2944 | 0.2939 | 0.1656 | 0.6128 | 0.6118 | 0.1655 |
| 25 | 0.3152 | 0.3142 | 0.3257 | 0.6151 | 0.6131 | 0.3254 |
| 26 | 0.3348 | 0.3338 | 0.3018 | 0.6144 | 0.6125 | 0.3017 |
| 27 | 0.3528 | 0.3512 | 0.4737 | 0.6179 | 0.6150 | 0.4733 |
| 28 | 0.3714 | 0.3694 | 0.5500 | 0.6269 | 0.6235 | 0.5494 |
| 29 | 0.3894 | 0.3870 | 0.6249 | 0.6323 | 0.6284 | 0.6249 |
| 30 | 0.4049 | 0.4020 | 0.7156 | 0.6345 | 0.6299 | 0.7161 |
| 31 | 0.4192 | 0.4162 | 0.7214 | 0.6344 | 0.6299 | 0.7212 |
| 32 | 0.4316 | 0.4281 | 0.8329 | 0.6414 | 0.6361 | 0.8327 |
| 33 | 0.4424 | 0.4386 | 0.8466 | 0.6398 | 0.6344 | 0.8463 |
| 34 | 0.4525 | 0.4490 | 0.7910 | 0.6407 | 0.6357 | 0.7913 |
| 35 | 0.4628 | 0.4589 | 0.8359 | 0.6418 | 0.6365 | 0.8354 |
| 36 | 0.4744 | 0.4704 | 0.8505 | 0.6413 | 0.6359 | 0.8504 |

positivas.

TABELA 30. DISTRIBUIÇÃO DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS DOS VOLUMES TOTAIS E FATORES DE FORMA NATURAIS

| classes de diferenças percentuais | freqüência relativa % | freqüência relativa acumulada % |
|-----------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| < 1 | 62,9156 | 62,9156 |
| 1 - 2 | 24,1688 | 87,0844 |
| 2 - 3 | 8,5678 | 95,6522 |
| 3 - 4 | 2,3018 | 97,9540 |
| 4 - 5 | 2,0460 | 100,0000 |

b) falta de precisão das polinomiais aproximadas

Observou-se uma associação entre a falta de precisão das polinomiais aproximadas (diferenças maiores entre os raios medidos e estimados), a falta de monotonicidade e as maiores diferenças entre os volumes e fatores de formas naturais calculados e estimados.

Nas idades pequenas de três e quatro anos, observaram-se, às vezes, diferenças percentuais superiores a 5 %, devido ao fato dos volumes serem expressos em metros cúbicos, razão pela qual, com a precisão empregada na memória do computador, pequenas diferenças absolutas resultam em diferenças relativas de até 40 %.

4.4.3 Avaliação da monotonicidade das polinomiais aproximadas

A avaliação da verificação da propriedade de monotonicidade, levou a determinar várias situações nas quais tal propriedade não era preenchida.

Uma parte das situações associa-se aos mesmos dados empregados nas aproximações. Ou seja, em muitas situações os mesmos raios médios das medições não apresentavam tal propriedade, o que condiciona a forma e os coeficientes das polinomiais aproximadas.

A hipótese da associação entre a falta de monotonicidade nas polinomiais e os dados empregados no seu ajuste, deriva da observação que a falta daquela propriedade apresentava-se no mesmo perfil e no mesmo intervalo de altura, no qual os dados tinham tal comportamento, enquanto que não acontecia o mesmo no resto dos perfis.

Em outras situações observou-se uma associação entre a falta de monotonicidade e a altura das árvores, ou melhor, com o correspondente número de pontos observados e a distribuição destes no perfil.

Por exemplo, numa árvore com 4,70 m de altura, as medições foram feitas a 0,1; 0,3; 0,7, 1,3 e 2 m, as quais somente cobrem menos da metade inferior da árvore, enquanto que mais da metade superior não tem ponto nenhum. Nestas circunstâncias, ao trabalhar com polinomiais de maior grau, as curvas resultantes da aproximação apresentam não monotonicidade geralmente no intervalo sem medições.

Outra situação similar apresentou-se numa árvore com 7,70 m de altura, nela as medições foram tomadas a 0,1; 0,3; 0,7; 1,3; 2 e 5 m; ou seja tem-se várias medições nos primeiros dois metros e somente um ponto medido nos 5,70 m seguintes. Nestas circunstâncias também apareceram problemas de não monotonicidade.

Conforme ficou evidenciado nos dois parágrafos acima, o problema associa-se em parte à distribuição dos pontos amostrais no perfil e em parte ao grau do polinômio empregado que, se for superior ao necessário, vai apresentar tal problema.

Se a hipótese formulada resultar verdadeira, a solução do problema obtém-se ao aumentar o número de pontos de observação, o que no caso da análise de tronco, implica num maior número de fatias, ou equivalentemente, fatias menos separadas.

Outra solução já verificada no trabalho é diminuir o grau do polinômio empregado, o que geralmente permite atingir a condição de monotonicidade, porém isto pode resultar em aproximações menos precisas.

4.5 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SLOBODA NO ESTUDO DO CRESCIMENTO PASSADO DE POVOAMENTOS

4.5.1 Avaliação das acuracidades obtidas nas distribuições dos volumes por sortimento

A aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov, foi realizada para se testar se as distribuições dos volumes por sortimentos obtidas na aplicação do método de SLOBODA (tabelas 31, 32 e 33), resultam equivalente aos valores obtidos pela FUPEF.

Os resultados obtidos segundo a parcela testada são resumidos na tabela 34.

TABELA 34. APLICAÇÃO DO TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV A DISTRIBUIÇÃO DOS SORTIMENTOS

| parcela no. | desvio máximo bilateral | valor crítico 0,05 | valor crítico 0,01 | significância |
|-------------|-------------------------|--------------------|--------------------|---------------|
| 6 | 0,016 | 0,224 | 0,268 | ns |
| 11 | 0,246 | 0,190 | 0,227 | ** |
| 63 | 0,066 | 0,172 | 0,206 | ns |
| 65 | 0,111 | 0,156 | 0,187 | ns |
| 72 | 0,175 | 0,173 | 0,207 | * |
| 52 | 0,214 | 0,156 | 0,187 | ** |
| 53 | 0,113 | 0,151 | 0,181 | ns |
| 46 | 0,054 | 0,134 | 0,160 | ns |
| 51 | 0,071 | 0,167 | 0,200 | ns |
| 26 | 0,074 | 0,146 | 0,175 | ns |

Ao nível de confiança do 95 %, o método de SLOBODA produz resultados estatisticamente equivalentes, quanto à distribuição dos volumes por classe de sortimentos, em relação ao procedimento empregado pela FUPEF.

Ao nível de confiança do 99 %, em 70 % das parcelas produzem-se similares distribuições dos sortimentos.

TABELA 31. VOLUMES SEM CASCA POR SORTIMENTOS SEGUNDO A IDADE
PARCELA: 46 INDICE DE SÍTIO: 17 m

| IDADE anos | POVOAMENTO REMANESCENTE | | | | | | TOTAL m ³ /ha |
|---------------|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| | TOCO m ³ /ha | FAQUEADO m ³ /ha | LAMINADO m ³ /ha | SERRARIA m ³ /ha | CELULOSE m ³ /ha | RESÍDUO m ³ /ha | |
| 1 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0001 |
| 2 | 0.0004 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0004 |
| 3 | 0.0008 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0008 |
| 4 | 0.0017 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0017 |
| 5 | 0.0036 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0132 | 0.0168 |
| 6 | 0.0111 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0745 | 0.0857 |
| 7 | 0.0218 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.2241 | 0.2460 |
| 8 | 0.0427 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.5662 | 0.6089 |
| 9 | 0.0804 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.6090 | 0.7010 | 1.3903 |
| 10 | 0.1126 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 1.7054 | 0.8172 | 2.6352 |
| 11 | 0.1734 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 2.7390 | 0.5312 | 3.4435 |
| 12 | 0.1936 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 5.7167 | 1.1110 | 7.0213 |
| 13 | 0.2411 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 8.7367 | 0.9045 | 9.8823 |
| 14 | 0.2929 | 0.0000 | 0.0000 | 1.2414 | 10.8723 | 0.8935 | 13.3002 |
| 15 | 0.3682 | 0.0000 | 0.0000 | 8.7725 | 8.1573 | 0.7927 | 18.0907 |
| 16 | 0.4715 | 0.0000 | 0.0000 | 13.1894 | 10.6327 | 0.9162 | 25.2098 |
| 17 | 0.5759 | 0.0000 | 0.0000 | 25.5929 | 5.4359 | 0.9198 | 32.5245 |
| 18 | 0.6687 | 0.0000 | 0.0000 | 31.8040 | 7.1022 | 0.8919 | 40.4668 |
| 19 | 0.7694 | 0.0000 | 0.0000 | 38.4257 | 8.7138 | 0.7597 | 48.6686 |
| 20 | 0.8576 | 0.0000 | 0.0000 | 44.8369 | 10.5428 | 0.7948 | 57.0321 |
| 21 | 0.9368 | 0.0000 | 3.5719 | 54.7787 | 5.6848 | 0.5332 | 65.5054 |
| 22 | 1.0179 | 0.0000 | 3.8876 | 62.6268 | 5.9920 | 1.0317 | 74.5560 |
| 23 | 1.1187 | 0.0000 | 26.9264 | 45.2664 | 11.1498 | 0.6117 | 85.0731 |
| 24 | 1.2029 | 0.0000 | 29.0645 | 57.7289 | 5.6383 | 0.8221 | 94.4567 |
| 25 | 1.2731 | 0.0000 | 34.7451 | 62.0680 | 5.1725 | 0.4911 | 103.7500 |
| 26 | 1.3169 | 0.0000 | 36.0625 | 65.4275 | 6.5411 | 0.9744 | 110.3220 |
| 27 | 1.3624 | 0.0000 | 56.4990 | 49.1065 | 11.4210 | 0.4162 | 118.8050 |
| 28 | 1.4157 | 5.8563 | 57.5139 | 59.4273 | 4.0746 | 0.6153 | 128.9030 |
| 29 | 1.4790 | 11.6752 | 54.9140 | 64.6062 | 5.8395 | 0.5171 | 139.0310 |
| 30 | 1.5566 | 12.3062 | 77.3441 | 50.7122 | 8.0683 | 0.4505 | 150.4380 |
| 31 | 1.6388 | 18.4011 | 75.0050 | 53.1546 | 9.4500 | 0.7173 | 158.3670 |
| 32 | 1.7060 | 19.2258 | 82.2699 | 60.3561 | 3.4409 | 0.5252 | 167.5240 |
| 33 | 1.7912 | 49.8402 | 57.1686 | 63.9539 | 4.0582 | 0.7718 | 177.5840 |
| 34 | 1.8842 | 52.4239 | 63.9240 | 66.7100 | 2.8304 | 1.1859 | 188.9580 |
| 35 | 1.9797 | 88.5595 | 52.9635 | 49.6980 | 5.7767 | 0.7456 | 199.7230 |
| 36 | 2.0594 | 91.9402 | 59.0550 | 48.6940 | 6.6143 | 0.9977 | 209.3610 |
| 37 | 2.1395 | 94.2097 | 65.1484 | 46.5707 | 7.7269 | 1.1518 | 216.9470 |
| 38 | 2.2014 | 96.7905 | 67.0491 | 48.6300 | 9.5107 | 0.2952 | 224.4770 |

TABELA 32. VOLUMES SEM CASCA POR SORTIMENTOS SEGUNDO A IDADE
 PARCELA: 53 ÍNDICE DE SÍTIO: 16.8188 m

| POVOAMENTO REMANESCENTE | | | | | | | |
|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| IDADE | TOCO | FAQUEADO | LAMINADO | SERRARIA | CELULOSE | RESÍDUO | TOTAL |
| anos | m ³ /ha | m ³ /ha | m ³ /ha | m ³ /ha | m ³ /ha | m ³ /ha | m ³ /ha |
| 1 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0002 |
| 2 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0002 |
| 3 | 0.0004 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0004 |
| 4 | 0.0011 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0011 |
| 5 | 0.0024 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0047 | 0.0071 |
| 6 | 0.0061 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0306 | 0.0367 |
| 7 | 0.0157 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.1597 | 0.1754 |
| 8 | 0.0381 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.5277 | 0.5659 |
| 9 | 0.0682 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.4276 | 0.9121 | 1.4079 |
| 10 | 0.1189 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 1.8792 | 0.9120 | 2.9101 |
| 11 | 0.1706 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 4.9845 | 0.8677 | 6.0227 |
| 12 | 0.2182 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 7.2100 | 1.1070 | 8.5352 |
| 13 | 0.2681 | 0.0000 | 0.0000 | 2.5414 | 8.3511 | 1.3457 | 12.5103 |
| 14 | 0.3195 | 0.0000 | 0.0000 | 3.0455 | 12.8973 | 1.0789 | 17.3411 |
| 15 | 0.3858 | 0.0000 | 0.0000 | 13.7851 | 8.4085 | 1.0339 | 23.6132 |
| 16 | 0.4621 | 0.0000 | 0.0000 | 16.3676 | 11.7857 | 1.1117 | 29.7271 |
| 17 | 0.5259 | 0.0000 | 0.0000 | 25.7189 | 8.9956 | 0.8412 | 36.0815 |
| 18 | 0.5607 | 0.0000 | 0.0000 | 31.4757 | 7.6099 | 0.5759 | 40.2223 |
| 19 | 0.5953 | 0.0000 | 0.0000 | 34.4381 | 10.0046 | 0.9008 | 45.9388 |
| 20 | 0.6482 | 0.0000 | 0.0000 | 38.3489 | 13.3640 | 0.7202 | 53.0813 |
| 21 | 0.7097 | 0.0000 | 0.0000 | 50.7382 | 8.4891 | 0.9347 | 60.8716 |
| 22 | 0.7701 | 0.0000 | 0.0000 | 58.4485 | 8.3713 | 0.6571 | 68.2471 |
| 23 | 0.8525 | 0.0000 | 6.4240 | 58.6360 | 9.0283 | 0.9555 | 75.8963 |
| 24 | 0.9111 | 0.0000 | 12.6234 | 56.7309 | 12.2525 | 0.6129 | 83.1307 |
| 25 | 0.9608 | 0.0000 | 13.2448 | 68.5528 | 6.4804 | 0.5950 | 89.8339 |
| 26 | 1.0174 | 0.0000 | 19.9796 | 71.0718 | 6.1122 | 0.3877 | 98.5686 |
| 27 | 1.0644 | 0.0000 | 20.9170 | 74.7733 | 7.5243 | 0.5007 | 104.7800 |
| 28 | 1.1202 | 0.0000 | 21.9284 | 79.9582 | 8.8181 | 0.8638 | 112.6890 |
| 29 | 1.1960 | 0.0000 | 23.2171 | 85.4523 | 11.0717 | 0.4762 | 121.4130 |
| 30 | 1.2744 | 0.0000 | 30.6136 | 85.7688 | 12.2162 | 0.6038 | 130.4770 |
| 31 | 1.3776 | 9.7739 | 42.3684 | 83.6981 | 2.4784 | 1.1614 | 140.8580 |
| 32 | 1.4588 | 18.8928 | 35.5678 | 88.1524 | 4.0447 | 0.3981 | 148.5150 |
| 33 | 1.5394 | 19.6981 | 57.2355 | 72.7626 | 6.2859 | 0.8900 | 158.4110 |
| 34 | 1.5958 | 29.4893 | 50.6600 | 76.0756 | 6.9183 | 1.0913 | 165.8300 |
| 35 | 1.6622 | 30.8658 | 58.5512 | 72.9678 | 9.4641 | 0.2358 | 173.7470 |
| 36 | 1.7149 | 31.9424 | 80.8928 | 54.0778 | 12.2424 | 0.9925 | 181.8630 |
| 37 | 1.7752 | 33.1818 | 84.3430 | 56.8410 | 13.7091 | 1.2299 | 191.0800 |
| 38 | 1.8337 | 34.2693 | 90.2782 | 55.2075 | 16.7391 | 0.1936 | 198.5210 |
| 39 | 1.8768 | 35.1425 | 92.8456 | 69.6150 | 4.8048 | 1.0217 | 205.3060 |

TABELA 33. VOLUMES SEM CASCA POR SORTIMENTOS SEGUNDO A IDADE
 PARCELA: 51 ÍNDICE DE SÍTIO: 13.3878 m

| IDADE anos | POVOAMENTO REMANESCENTE | | | | | | |
|---------------|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| | TOCO m ³ /ha | FAQUEADO m ³ /ha | LAMINADO m ³ /ha | SERRARIA m ³ /ha | CELULOSE m ³ /ha | RESÍDUO m ³ /ha | TOTAL m ³ /ha |
| 1 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0002 |
| 2 | 0.0003 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0003 |
| 3 | 0.0006 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0006 |
| 4 | 0.0010 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0010 |
| 5 | 0.0029 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0029 |
| 6 | 0.0049 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0199 | 0.0248 |
| 7 | 0.0122 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0801 | 0.0922 |
| 8 | 0.0218 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.2251 | 0.2469 |
| 9 | 0.0347 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.5584 | 0.5931 |
| 10 | 0.0646 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 1.1478 | 1.2124 |
| 11 | 0.0988 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.8394 | 1.3327 | 2.2708 |
| 12 | 0.1317 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 2.5931 | 1.1021 | 3.8270 |
| 13 | 0.2099 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 4.6348 | 0.9980 | 5.8427 |
| 14 | 0.2204 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 7.8418 | 0.7829 | 8.8451 |
| 15 | 0.2798 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 11.5263 | 0.9347 | 12.7408 |
| 16 | 0.3330 | 0.0000 | 0.0000 | 3.0529 | 11.8873 | 1.3290 | 16.6022 |
| 17 | 0.3924 | 0.0000 | 0.0000 | 10.0152 | 9.4349 | 1.1075 | 20.9500 |
| 18 | 0.4365 | 0.0000 | 0.0000 | 10.9904 | 12.1340 | 0.7876 | 24.3485 |
| 19 | 0.4817 | 0.0000 | 0.0000 | 16.8935 | 10.7841 | 0.5591 | 28.7183 |
| 20 | 0.5310 | 0.0000 | 0.0000 | 19.0319 | 13.1634 | 0.7049 | 33.4312 |
| 21 | 0.5876 | 0.0000 | 0.0000 | 28.3166 | 8.9637 | 0.9171 | 38.7850 |
| 22 | 0.6517 | 0.0000 | 0.0000 | 35.9334 | 6.9906 | 0.7504 | 44.3261 |
| 23 | 0.7217 | 0.0000 | 0.0000 | 40.0380 | 8.6187 | 1.0126 | 50.3911 |
| 24 | 0.7867 | 0.0000 | 0.0000 | 44.0071 | 11.4117 | 0.9966 | 57.2020 |
| 25 | 0.8296 | 0.0000 | 0.0000 | 47.1811 | 14.3349 | 0.6632 | 63.0088 |
| 26 | 0.8816 | 0.0000 | 0.0000 | 59.1120 | 8.7618 | 0.9809 | 69.7363 |
| 27 | 0.9218 | 0.0000 | 0.0000 | 62.0176 | 11.2881 | 0.6773 | 74.9049 |
| 28 | 0.9681 | 0.0000 | 8.3312 | 62.5261 | 9.0908 | 1.0666 | 81.9828 |
| 29 | 1.0536 | 0.0000 | 8.8718 | 67.5342 | 11.7836 | 0.9402 | 90.1833 |
| 30 | 1.1294 | 0.0000 | 17.5979 | 72.5343 | 7.2665 | 0.9711 | 99.4992 |
| 31 | 1.2205 | 0.0000 | 18.8626 | 83.2189 | 5.8050 | 0.6480 | 109.7550 |
| 32 | 1.2939 | 0.0000 | 19.7521 | 88.1306 | 7.1300 | 0.6912 | 116.9980 |
| 33 | 1.3536 | 0.0000 | 29.0856 | 85.0827 | 9.6372 | 0.6100 | 125.7690 |
| 34 | 1.4232 | 0.0000 | 31.1003 | 90.2892 | 11.4610 | 0.5153 | 134.7890 |
| 35 | 1.4804 | 0.0000 | 32.8351 | 94.7411 | 12.9396 | 0.7917 | 142.7880 |
| 36 | 1.5303 | 13.1243 | 41.6664 | 88.1705 | 6.1268 | 0.5118 | 151.1300 |
| 37 | 1.5901 | 13.7130 | 52.0572 | 82.9748 | 8.2226 | 0.5947 | 159.1520 |
| 38 | 1.6462 | 26.6089 | 41.6302 | 91.1608 | 4.3983 | 0.7240 | 166.1680 |
| 39 | 1.6916 | 27.3346 | 62.1175 | 73.8281 | 7.2735 | 0.6909 | 172.9360 |

4.5.2 Avaliação das acuracidades obtidas nas estimativas dos volumes totais

Na tabela 35 apresentam-se os volumes totais estimados por parcela, segundo foram obtidos pela FUPEF³⁰, pelo procedimento derivado do método de SLOBODA⁸⁴ e as diferenças absolutas e relativas percentuais respectivas.

TABELA 35. VOLUMES TOTAIS E DIFERENÇAS ABSOLUTAS E RELATIVAS

| parcela número | volume observado 3 m | volume estimado 3 m | diferença absoluta 3 m | diferença relativa % |
|----------------|----------------------------|---------------------------|------------------------------|-------------------------|
| 6 | 61,2155 | 93,8079 | -32,5924 | -53,2407 |
| 11 | 96,8000 | 109,9510 | -13,1510 | -13,5857 |
| 63 | 103,6823 | 157,0900 | -53,4077 | -51,5109 |
| 65 | 125,1754 | 192,4270 | -67,2516 | -53,7258 |
| 72 | 111,4344 | 138,7890 | -27,3546 | -24,5477 |
| 52 | 137,3168 | 169,4210 | -32,1042 | -23,3797 |
| 53 | 134,3772 | 205,3060 | -70,9288 | -52,7834 |
| 46 | 192,5808 | 224,4770 | -31,8962 | -16,5625 |
| 51 | 108,3559 | 172,9360 | -64,5801 | -59,6000 |
| 26 | 159,6997 | 191,2320 | -31,8761 | -19,9600 |
| | | | média | -36,8896 |

A aplicação do teste de qui-quadrado, resultou num valor amostral de:

$$X^2_{\text{obs}} = \frac{196}{10} \cdot 0,7536916 = 289,5382$$

Enquanto que os valores tabelares são:

$$X^2(10 \text{ g. l.}, 0,05) = 18,31$$

$$X^2(10 \text{ g. l.}, 0,01) = 23,21$$

O valor de qui-quadrado amostral, resultou altamente significativo, ou seja existe uma diferença altamente significativa entre os volumes obtidos pela FUPEF³⁰ e os resultados obtidos pelo método testado.

Alem disso, pode-se visualizar uma constante sobre-estimativa do método aplicado, em relação ao método considerado padrão, a sobre-estimativa resultou em média 36,89 %.

Na procura das fontes das diferenças, detectaram-se as três seguintes:

a) Na aplicação do método de Sloboda, as árvores realmente cortadas, não coincidem exatamente com as médias calculadas a partir dos dados da parcela.

Contudo, as diferenças devidas a esta fonte podem resultar positivas ou negativas e não podem ser as justificativas das sistemáticas superestimativas obtidas.

b) Os volumes totais das árvores médias cortadas, calculados tanto pela análise de tronco como pelas polinomiais aproximadas, apresentam-se sistematicamente maiores aos valores estimados pela equação de volume empregada pela FUPEF³⁰.

Tais diferenças embora não pareçam importantes, no nível das árvores individuais, alcançam valores maiores quando são acumuladas, ao serem considerados os volumes por unidade de superfície.

Esta fonte, considerada isoladamente, pode explicar as diferenças achadas.

c) As parcelas amostrais apresentam distribuições diamétricas não contínuas e não simétricas.

Estes fatos provocam que as árvores médias não representem adequadamente as classes diamétricas, quando definidas na maneira descrita.

4.6 AVALIAÇÃO DA CONDIÇÃO NECESSÁRIA PARA A ACEITAÇÃO DA HIPÓTESE DO CRESCIMENTO EQUÍFORME

As tabelas 36, 37 e 38, são algumas das tabelas obtidas nesta avaliação.

Nelas observa-se que os valores das razões anuais calculadas

para o diâmetro na base da árvore e o diâmetro à altura do peito, apresentam na sua grande maioria diferenças percentuais abaixo de 5 %.

Enquanto que o valor da média das diferenças percentuais anuais resultam para todas as árvores inferiores ao 5 %.

Embora essas diferenças anuais relativamente pequenas pudessem levar a inferir a verificação da hipótese do crescimento equiforme, elas apresentam um efeito multiplicativo ao serem considerados períodos de vários anos.

A hipótese testada, verifica-se somente em pequenos períodos de tempo, se fosse aceito um determinado erro admissível.

Por exemplo, se fosse necessário determinar o valor da razão para uma dada variável, num período de 5 anos, a partir dos valores anuais, deveria-se efetuar o produto dos valores anuais.

Se nesses valores anuais aparecem pequenas diferenças, os sucessivos produtos irão incorporando acumulativamente tais diferenças.

Os valores chamados razões totais do período considerado, por exemplo 3,7984 ; 3,7131 e 2,8566 para a árvore 1, significam que no período considerado (dos 10 aos 40-anos), o diâmetro da base da árvore cresceu 3,7984 vezes, o diâmetro à altura do peito 3,7131 vezes, enquanto que a altura somente cresceu 2,8566 vezes, respectivamente.

Esses valores são obtidos dos produtos acumulativos das razões anuais e eles manifestam o efeito acumulativo das pequenas diferenças anuais, obtendo-se uma diferença percentual periódica de 32,9730 % do diâmetro na base e 29,9857 % para o diâmetro à altura do peito respectivamente.

O fato observado associa-se à conhecida defasagem entre a curva de crescimento da altura e do diâmetro.

TABELA 36. RAZÕES DE CRESCIMENTO DO DIÂMETRO DA BASE, DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO E DA ALTURA TOTAL EM FUNÇÃO DA IDADE ÁRVORE: 1

| IDADE anos (1) | RAZÃO d0.1 m (2) | RAZÃO dap (3) | RAZÃO h (4) | DIFERENÇA percentual (2)-(4)/(4)% | DIFERENÇA percentual (3)-(4)/(4)% |
|----------------------|------------------------|---------------------|-------------------|---|---|
| 10 | 1.10853 | 1.11475 | 1.10246 | 0.55036 | 1.11519 |
| 11 | 1.11189 | 1.11029 | 1.09294 | 1.73407 | 1.58823 |
| 12 | 1.10692 | 1.11921 | 1.09524 | 1.06641 | 2.18826 |
| 13 | 1.10795 | 1.11834 | 1.05429 | 5.09055 | 6.07594 |
| 14 | 1.09231 | 1.08466 | 1.07246 | 1.85030 | 1.13684 |
| 15 | 1.07042 | 1.06829 | 1.05405 | 1.55291 | 1.35084 |
| 16 | 1.05702 | 1.06393 | 1.05128 | 0.54557 | 1.20281 |
| 17 | 1.05394 | 1.06438 | 1.04065 | 1.27723 | 2.28005 |
| 18 | 1.06299 | 1.05242 | 1.05078 | 1.16207 | 0.15590 |
| 19 | 1.03704 | 1.04215 | 1.02230 | 1.44108 | 1.94079 |
| 20 | 1.03929 | 1.03676 | 1.04804 | -0.83496 | -1.07551 |
| 21 | 1.05155 | 1.04255 | 1.01775 | 3.32095 | 2.43732 |
| 22 | 1.03922 | 1.03401 | 1.02469 | 1.41746 | 0.90979 |
| 23 | 1.02830 | 1.02632 | 1.02552 | 0.27143 | 0.07775 |
| 24 | 1.03364 | 1.02564 | 1.02213 | 1.12641 | 0.34392 |
| 25 | 1.02663 | 1.02813 | 1.02840 | -0.17233 | -0.02670 |
| 26 | 1.01729 | 1.02432 | 1.02893 | -1.13162 | -0.44888 |
| 27 | 1.02550 | 1.02967 | 1.02685 | -0.13151 | 0.27535 |
| 28 | 1.02210 | 1.01441 | 1.02241 | -0.02992 | -0.78209 |
| 29 | 1.02162 | 1.01989 | 1.02822 | -0.64186 | -0.81062 |
| 30 | 1.02381 | 1.02507 | 1.01715 | 0.65456 | 0.77844 |
| 31 | 1.02584 | 1.02174 | 1.01770 | 0.79958 | 0.39664 |
| 32 | 1.02267 | 1.02660 | 1.01988 | 0.27313 | 0.65805 |
| 33 | 1.02217 | 1.01813 | 1.01706 | 0.50198 | 0.10547 |
| 34 | 1.02410 | 1.02290 | 1.01518 | 0.87853 | 0.76076 |
| 35 | 1.01882 | 1.02239 | 1.01652 | 0.22675 | 0.57740 |
| 36 | 1.02540 | 1.01946 | 1.01781 | 0.74663 | 0.16308 |
| 37 | 1.02703 | 1.02148 | 1.01444 | 1.24034 | 0.69350 |
| 38 | 1.02412 | 1.01869 | 1.01200 | 1.19809 | 0.66140 |
| 39 | 1.02784 | 1.02064 | 1.01111 | 1.65415 | 0.94256 |
| 40 | 1.02083 | 1.01798 | 1.00879 | 1.19401 | 0.91091 |
| TOTAL | 3.7984 | 3.7131 | 2.8566 | 32.9730 | 29.9857 |

TABELA 37. RAZÕES DE CRESCIMENTO DO DIÂMETRO DA BASE, DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO E DA ALTURA TOTAL EM FUNÇÃO DA IDADE ÁRVORE: 2

| IDADE anos (1) | RAZÃO d0.1 m (2) | RAZÃO dap (3) | RAZÃO h (4) | DIFERENÇA percentual (2)-(4)/(4)% | DIFERENÇA percentual (3)-(4)/(4)% |
|----------------------|------------------------|---------------------|-------------------|---|---|
| 10 | 1.14286 | 1.18072 | 1.13111 | 1.03886 | 4.38653 |
| 11 | 1.13462 | 1.15306 | 1.11111 | 2.11531 | 3.77543 |
| 12 | 1.10169 | 1.10619 | 1.13500 | -2.93436 | -2.53791 |
| 13 | 1.06923 | 1.08800 | 1.11013 | -3.68430 | -1.99358 |
| 14 | 1.05755 | 1.05882 | 1.06349 | -0.55843 | -0.43907 |
| 15 | 1.09524 | 1.09028 | 1.07463 | 1.91806 | 1.45648 |
| 16 | 1.08075 | 1.07643 | 1.06604 | 1.37967 | 0.97516 |
| 17 | 1.09195 | 1.09467 | 1.05752 | 3.25585 | 3.51311 |
| 18 | 1.07895 | 1.05405 | 1.03347 | 4.40014 | 1.99143 |
| 19 | 1.05854 | 1.08718 | 1.05061 | 0.75483 | 3.48115 |
| 20 | 1.06912 | 1.05189 | 1.03082 | 3.71544 | 2.04321 |
| 21 | 1.04310 | 1.03139 | 1.02805 | 1.46471 | 0.32534 |
| 22 | 1.02893 | 1.03044 | 1.02000 | 0.87551 | 1.02349 |
| 23 | 1.04418 | 1.02532 | 1.01604 | 2.76907 | 0.91282 |
| 24 | 1.02308 | 1.02469 | 1.02281 | 0.02622 | 0.18407 |
| 25 | 1.03008 | 1.03213 | 1.05000 | -1.89761 | -1.70205 |
| 26 | 1.03285 | 1.02724 | 1.03030 | 0.24689 | -0.29755 |
| 27 | 1.02474 | 1.02273 | 1.03502 | -0.99341 | -1.18739 |
| 28 | 1.02414 | 1.02222 | 1.03518 | -1.06666 | -1.25172 |
| 29 | 1.03367 | 1.03261 | 1.02745 | 0.60529 | 0.50198 |
| 30 | 1.02280 | 1.02456 | 1.02672 | -0.38144 | -0.21000 |
| 31 | 1.02866 | 1.03082 | 1.02106 | 0.74425 | 0.95574 |
| 32 | 1.02477 | 1.02658 | 1.01942 | 0.52460 | 0.70218 |
| 33 | 1.02719 | 1.02589 | 1.02031 | 0.67391 | 0.54646 |
| 34 | 1.02059 | 1.01893 | 1.00872 | 1.17698 | 1.01234 |
| 35 | 1.01729 | 1.01548 | 1.01234 | 0.48911 | 0.31021 |
| 36 | 1.02266 | 1.02134 | 1.01462 | 0.79241 | 0.66217 |
| 37 | 1.02770 | 1.02687 | 1.00901 | 1.85272 | 1.76996 |
| 38 | 1.04313 | 1.03198 | 1.01012 | 3.26777 | 2.16394 |
| 39 | 1.03359 | 1.03380 | 1.00766 | 2.57311 | 2.59406 |
| TOTAL | 4.3956 | 4.4217 | 3.4386 | 27.8326 | 28.5911 |

TABELA 38. RAZÕES DE CRESCIMENTO DO DIÂMETRO DA BASE, DO DIÂMETRO A ALTURA DO PEITO E DA ALTURA TOTAL EM FUNÇÃO DA IDADE ÁRVORE: 3

| IDADE anos (1) | RAZÃO d0.1 m (2) | RAZÃO dap (3) | RAZÃO h (4) | DIFERENÇA percentual (2)-(4)/(4)% | DIFERENÇA percentual (3)-(4)/(4)% |
|----------------------|------------------------|---------------------|-------------------|---|---|
| 10 | 1.10309 | 1.11364 | 1.08802 | 1.38548 | 2.35454 |
| 11 | 1.09346 | 1.10204 | 1.18316 | -7.58141 | -6.85600 |
| 12 | 1.07692 | 1.09259 | 1.12811 | -4.53766 | -3.14866 |
| 13 | 1.09524 | 1.10169 | 1.10883 | -1.22610 | -0.64379 |
| 14 | 1.08696 | 1.09231 | 1.08108 | 0.54348 | 1.03847 |
| 15 | 1.11333 | 1.10563 | 1.12076 | -0.66286 | -1.34985 |
| 16 | 1.07784 | 1.07643 | 1.07372 | 0.38370 | 0.25227 |
| 17 | 1.08333 | 1.08876 | 1.06866 | 1.37324 | 1.88080 |
| 18 | 1.06154 | 1.05978 | 1.02719 | 3.34426 | 3.17333 |
| 19 | 1.04831 | 1.04615 | 1.04090 | 0.71202 | 0.50494 |
| 20 | 1.05069 | 1.05392 | 1.04955 | 0.10829 | 0.41308 |
| 21 | 1.03070 | 1.03256 | 1.02803 | 0.25997 | 0.44055 |
| 22 | 1.01702 | 1.01802 | 1.02009 | -0.30048 | -0.20277 |
| 23 | 1.02092 | 1.03097 | 1.01548 | 0.53590 | 1.52586 |
| 24 | 1.01230 | 1.01288 | 1.01801 | -0.56118 | -0.50416 |
| 25 | 1.00810 | 1.01271 | 1.01361 | -0.54435 | -0.08908 |
| 26 | 1.00402 | 1.00837 | 1.01342 | -0.92833 | -0.49887 |
| 27 | 1.01600 | 1.01245 | 1.00927 | 0.66667 | 0.31474 |
| 28 | 1.00394 | 1.01230 | 1.01313 | -0.90760 | -0.08262 |
| 29 | 1.01569 | 1.01619 | 1.00777 | 0.78511 | 0.83553 |
| 30 | 1.01931 | 1.00797 | 1.00771 | 1.15021 | 0.02520 |
| 31 | 1.01515 | 1.01186 | 1.00637 | 0.87217 | 0.54488 |
| 32 | 1.00746 | 1.01172 | 1.00634 | 0.11145 | 0.53436 |
| 33 | 1.01111 | 1.01158 | 1.00504 | 0.60441 | 0.65137 |
| 34 | 1.01465 | 1.01527 | 1.00501 | 0.95925 | 1.02046 |
| 35 | 1.01083 | 1.01504 | 1.00874 | 0.20767 | 0.62475 |
| 36 | 1.01071 | 1.01111 | 1.00494 | 0.57427 | 0.61375 |
| 37 | 1.02827 | 1.01465 | 1.00492 | 2.32354 | 0.96854 |
| 38 | 1.03093 | 1.03249 | 1.00858 | 2.21628 | 2.37127 |
| 39 | 1.02667 | 1.01748 | 1.00485 | 2.17080 | 1.25683 |
| TOTAL | 3.1753 | 3.3068 | 3.0682 | 3.4889 | 7.7767 |

Nestas circunstâncias aparece como sendo mais promissor o método do crescimento afim, o qual considera os diferentes ritmos de crescimento em altura e diâmetro.

Alem disso, as fórmulas do crescimento afim apresentam uma validade mais geral, porquanto as suas fórmulas resultam aplicáveis tanto em situações de diferentes ritmos de crescimento, como em situações de igualdade de ritmos.

As fórmulas do crescimento equiforme são somente um caso particular do crescimento afim.

Porém, a validade teórica mais geral, no caso da espécie em estudo, das fórmulas do crescimento afim, exigem para a sua aplicação prática de funções de prognose do crescimento em diâmetro e altura das árvores.

4.7 AVALIAÇÃO DO MÉTODO DO CRESCIMENTO AFIM COMO MÉTODO DE PROGNÓSE DO CRESCIMENTO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS

A tabela 39, apresenta os resultados obtidos numa das árvores estudadas, quanto à aplicação da metodologia proposta por SLOBODA⁸⁴, para a prognose do crescimento de árvores individuais de *Araucaria angustifolia*.

Tal tabela apresenta, em função das idades iniciais e finais, os diâmetros e alturas iniciais e finais, as diferenças em centímetros às distintas alturas de medição, e as diferenças nos volumes estimados segundo alturas relativas.

O estudo de tais tabelas, uma para cada árvore da amostra, permitem fazer a análise seguinte.

Existe, em todas as situações, uma associação direta entre as diferenças produzidas nos raios e as diferenças nos correspondentes volumes.

As diferenças nos raios são geralmente maiores na medida em que a altura de medição aproxima-se do topo das árvores, e são

TABELA 39. DIFERENÇAS ENTRE OS RAIOS E VOLUMES, OBSERVADOS E ESTIMADOS SEGUNDO O MÉTODO DE CRESCIMENTO AFIM PROPOSTO POR SLOBODA ÁRVORE: 1 PARCELA: 6

| IDADES | | ALTURAS ABSOLUTAS (m) | | | | | | | | | | ALTURAS RELATIVAS | | | | | d | h |
|---------|--------|----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| INICIAL | FINAL | 0.1 | 0.3 | 0.7 | 1.3 | 2.0 | 5.0 | 8.0 | 11.0 | 14.0 | 17.0 | 20.0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 | finais |
| anos | | diferenças dos raios em cm | | | | | | | | | | diferenças percentuais | | | | | cm | m |
| 10 | d: 6.1 | h: 6.0 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 12 | -0.04 | 0.08 | -0.02 | 0.08 | 0.01 | -0.43 | -0.00 | | | | | -1.650 | -1.028 | 2.043 | 5.909 | 3.999 | 8 7 |
| 10 | 14 | -0.08 | 0.05 | -0.04 | 0.03 | -0.03 | -0.77 | 0.08 | -0.00 | | | | -0.080 | 2.995 | 9.835 | 13.571 | 12.580 | 9 8 |
| 10 | 16 | -0.20 | -0.05 | -0.06 | 0.01 | 0.12 | -0.78 | -0.13 | -0.00 | | | | 0.658 | 1.372 | 8.097 | 12.133 | 9.689 | 11 9 |
| 10 | 18 | -0.18 | -0.08 | -0.05 | -0.02 | 0.11 | -0.80 | -0.50 | -0.00 | | | | 0.605 | 2.050 | 9.126 | 13.050 | 10.289 | 12 10 |
| 10 | 20 | -0.23 | -0.10 | -0.10 | -0.00 | 0.15 | -0.82 | -0.86 | -0.00 | | | | 0.513 | 1.908 | 9.837 | 13.859 | 11.072 | 14 11 |
| 10 | 22 | -0.33 | -0.21 | -0.17 | 0.01 | 0.07 | -0.88 | -1.29 | * 0.04 | -0.00 | | | 1.863 | 4.704 | 12.531 | 16.860 | 15.812 | 15 12 |
| 10 | 24 | -0.44 | -0.26 | -0.17 | -0.01 | 0.09 | -0.82 | -1.36 | *-0.15 | -0.00 | | | 1.960 | 4.968 | 12.447 | 16.403 | 14.961 | 16 12 |
| 10 | 26 | -0.54 | -0.28 | -0.17 | -0.03 | 0.14 | -0.75 | -1.41 | *-0.48 | -0.00 | | | 1.668 | 4.711 | 11.987 | 15.885 | 14.306 | 16 13 |
| 10 | 28 | -0.49 | -0.28 | -0.15 | -0.05 | 0.08 | -0.69 | -1.40 | *-0.97 | -0.00 | | | 1.855 | 5.386 | 12.017 | 15.981 | 14.526 | 17 14 |
| 10 | 30 | -0.62 | -0.34 | -0.22 | -0.07 | 0.08 | -0.64 | -1.39 | *-1.30 | *-0.15 | -0.00 | | 2.438 | 5.806 | 12.281 | 16.458 | 16.130 | 18 14 |
| 10 | 32 | -0.70 | *-0.32 | -0.15 | -0.09 | 0.11 | -0.60 | -1.43 | *-1.73 | *-0.46 | -0.00 | | 1.942 | 5.015 | 12.063 | 17.060 | 16.916 | 19 15 |
| 10 | 34 | -0.76 | -0.48 | -0.21 | -0.12 | 0.11 | -0.57 | -1.42 | *-1.97 | *-0.93 | -0.00 | | 2.490 | 5.254 | 12.314 | 17.600 | 17.579 | 20 15 |
| 10 | 36 | -0.81 | -0.58 | -0.28 | -0.17 | 0.12 | -0.57 | -1.39 | *-2.09 | *-1.40 | *-0.00 | | 2.919 | 5.705 | 12.553 | 17.972 | 18.069 | 21 16 |
| 10 | 38 | -0.94 | -0.61 | -0.31 | -0.14 | 0.05 | -0.52 | -1.35 | *-2.23 | *-1.94 | *-0.00 | | 3.140 | 5.863 | 12.538 | 18.313 | 18.692 | 21 16 |
| 10 | 40 | -1.20 | *-0.79 | -0.45 | -0.23 | 0.10 | -0.45 | -1.60 | *-2.45 | *-2.35 | *-0.00 | | 3.577 | 6.213 | 13.728 | 20.094 | 20.460 | 22 17 |
| 12 | d: 7.6 | h: 7.2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 14 | -0.06 | 0.04 | -0.09 | -0.03 | -0.07 | -0.38 | 0.28 | -0.00 | | | | 1.544 | 3.982 | 7.954 | 8.143 | 5.491 | 9 8 |
| 12 | 16 | -0.18 | -0.06 | -0.10 | -0.06 | 0.05 | -0.46 | 0.49 | -0.00 | | | | 2.270 | 2.376 | 6.180 | 6.615 | 2.365 | 11 9 |
| 12 | 18 | -0.16 | -0.08 | -0.10 | -0.09 | 0.03 | -0.53 | 0.24 | -0.00 | | | | 2.218 | 3.047 | 7.230 | 7.589 | 3.014 | 12 10 |
| 12 | 20 | -0.20 | -0.10 | -0.14 | -0.08 | 0.06 | -0.59 | -0.08 | -0.00 | | | | 2.129 | 2.906 | 7.956 | 8.450 | 3.860 | 14 11 |
| 12 | 22 | -0.31 | -0.20 | -0.22 | -0.08 | -0.03 | -0.69 | -0.52 | 0.54 | -0.00 | | | 3.456 | 5.674 | 10.706 | 11.639 | 8.984 | 15 12 |
| 12 | 24 | -0.41 | -0.25 | -0.22 | -0.10 | -0.01 | -0.67 | -0.61 | 0.61 | -0.00 | | | 3.551 | 5.935 | 10.621 | 11.153 | 8.065 | 16 12 |
| 12 | 26 | -0.50 | -0.28 | -0.21 | -0.11 | 0.03 | -0.63 | -0.71 | 0.45 | -0.00 | | | 3.265 | 5.681 | 10.151 | 10.603 | 7.357 | 16 13 |
| 12 | 28 | -0.45 | -0.28 | -0.19 | -0.13 | -0.03 | -0.60 | -0.75 | 0.07 | -0.00 | | | 3.449 | 6.349 | 10.182 | 10.705 | 7.594 | 17 14 |
| 12 | 30 | -0.58 | -0.33 | -0.26 | -0.15 | -0.04 | -0.59 | -0.80 | -0.24 | 0.16 | -0.00 | | 4.021 | 6.764 | 10.451 | 11.212 | 9.329 | 18 14 |
| 12 | 32 | -0.66 | -0.31 | -0.19 | -0.18 | -0.01 | -0.56 | -0.87 | -0.65 | 0.16 | -0.00 | | 3.534 | 5.981 | 10.229 | 11.851 | 10.179 | 19 15 |
| 12 | 34 | -0.72 | -0.47 | -0.25 | -0.21 | -0.01 | -0.55 | -0.90 | -0.88 | -0.05 | -0.00 | | 4.073 | 6.218 | 10.484 | 12.425 | 10.896 | 20 15 |
| 12 | 36 | -0.76 | -0.56 | -0.32 | -0.25 | -0.00 | -0.57 | -0.91 | -1.01 | *-0.35 | -0.00 | | 4.495 | 6.665 | 10.729 | 12.820 | 11.425 | 21 16 |
| 12 | 38 | -0.89 | -0.59 | -0.35 | -0.23 | -0.08 | -0.54 | -0.90 | -1.17 | *-0.74 | -0.00 | | 4.713 | 6.821 | 10.714 | 13.183 | 12.099 | 21 16 |
| 12 | 40 | -1.15 | *-0.78 | -0.48 | -0.31 | -0.03 | -0.48 | -1.17 | *-1.40 | *-1.08 | *-0.00 | | 5.143 | 7.167 | 11.928 | 15.076 | 14.010 | 22 17 |

TABELA 39. continuação

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----------------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|----|----|--|--|--|
| 14 | d: 9.5 h: 8.3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | 16 | -0.16 | -0.02 | -0.05 | -0.02 | 0.12 | 0.03 | 0.04 | -0.00 | | 0.737 | -1.673 | -1.927 | -1.663 | -4.578 | 11 | 9 | | | | |
| 14 | 18 | -0.13 | -0.03 | -0.04 | -0.05 | 0.09 | 0.00 | 0.04 | -0.00 | | 0.684 | -0.974 | -0.787 | -0.603 | -3.883 | 12 | 10 | | | | |
| 14 | 20 | -0.17 | -0.05 | -0.08 | -0.03 | 0.11 | -0.05 | -0.01 | -0.00 | | 0.593 | -1.120 | 0.002 | 0.334 | -2.977 | 14 | 11 | | | | |
| 14 | 22 | -0.27 | -0.15 | -0.15 | -0.02 | 0.03 | -0.17 | -0.22 | -0.07 | -0.00 | 1.942 | 1.762 | 2.990 | 3.806 | 2.512 | 15 | 12 | | | | |
| 14 | 24 | -0.37 | -0.20 | -0.15 | -0.04 | 0.04 | -0.16 | -0.15 | -0.12 | -0.00 | 2.038 | 2.034 | 2.897 | 3.277 | 1.527 | 16 | 12 | | | | |
| 14 | 26 | -0.47 | -0.22 | -0.14 | -0.05 | 0.09 | -0.15 | -0.10 | -0.19 | -0.00 | 1.747 | 1.769 | 2.386 | 2.678 | 0.769 | 16 | 13 | | | | |
| 14 | 28 | -0.42 | -0.22 | -0.11 | -0.06 | 0.03 | -0.16 | -0.04 | -0.36 | -0.00 | 1.934 | 2.465 | 2.420 | 2.789 | 1.023 | 17 | 14 | | | | |
| 14 | 30 | -0.54 | -0.27 | -0.18 | -0.08 | 0.03 | -0.18 | -0.02 | -0.41 | -0.27 | -0.00 | 2.516 | 2.898 | 2.712 | 3.341 | 2.880 | 18 | 14 | | | |
| 14 | 32 | -0.62 | -0.25 | -0.11 | -0.10 | 0.06 | -0.17 | -0.05 | -0.64 | -0.60 | -0.00 | 2.021 | 2.082 | 2.471 | 4.037 | 3.791 | 19 | 15 | | | |
| 14 | 34 | -0.68 | -0.41 | -0.17 | -0.13 | 0.06 | -0.19 | -0.04 | -0.68 | -0.95 | -0.00 | 2.569 | 2.329 | 2.749 | 4.662 | 4.559 | 20 | 15 | | | |
| 14 | 36 | -0.72 | -0.50 | -0.23 | -0.17 | 0.07 | -0.22 | -0.03 | -0.65 | -1.26 | *-0.00 | 2.997 | 2.794 | 3.014 | 5.092 | 5.126 | 21 | 16 | | | |
| 14 | 38 | -0.85 | -0.53 | -0.26 | -0.14 | 0.00 | -0.21 | 0.00 | -0.65 | -1.58 | *-0.00 | 3.218 | 2.957 | 2.998 | 5.487 | 5.847 | 21 | 16 | | | |
| 14 | 40 | -1.11 | *-0.71 | -0.39 | -0.22 | 0.05 | -0.16 | -0.27 | -0.77 | -1.82 | *-0.00 | 3.655 | 3.318 | 4.317 | 7.548 | 7.895 | 22 | 17 | | | |
| 16 | d: 11.0 h: 9.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | 18 | -0.00 | 0.07 | 0.02 | -0.06 | 0.01 | -0.07 | 0.03 | -0.00 | | -0.053 | 0.687 | 1.119 | 1.043 | -2.115 | 12 | 10 | | | | |
| 16 | 20 | -0.04 | 0.07 | -0.01 | -0.03 | 0.03 | -0.15 | -0.00 | -0.00 | | -0.145 | 0.543 | 1.893 | 1.964 | -1.225 | 14 | 11 | | | | |
| 16 | 22 | -0.13 | -0.02 | -0.07 | -0.01 | -0.04 | -0.30 | -0.20 | -0.14 | -0.00 | 1.213 | 3.378 | 4.824 | 5.380 | 4.171 | 15 | 12 | | | | |
| 16 | 24 | -0.22 | -0.06 | -0.05 | -0.02 | -0.02 | -0.31 | -0.14 | -0.19 | -0.00 | 1.311 | 3.646 | 4.733 | 4.859 | 3.203 | 16 | 12 | | | | |
| 16 | 26 | -0.30 | -0.07 | -0.03 | -0.02 | 0.03 | -0.32 | -0.10 | -0.25 | -0.00 | 1.018 | 3.385 | 4.232 | 4.270 | 2.457 | 16 | 13 | | | | |
| 16 | 28 | -0.24 | -0.06 | 0.00 | -0.02 | -0.02 | -0.34 | -0.05 | -0.39 | -0.00 | 1.206 | 4.070 | 4.265 | 4.379 | 2.707 | 17 | 14 | | | | |
| 16 | 30 | -0.36 | -0.11 | -0.06 | -0.03 | -0.01 | -0.38 | -0.06 | -0.42 | -0.32 | -0.00 | 1.792 | 4.495 | 4.552 | 4.922 | 4.533 | 18 | 14 | | | |
| 16 | 32 | -0.43 | -0.08 | 0.02 | -0.05 | 0.02 | -0.38 | -0.11 | -0.64 | -0.68 | -0.00 | 1.293 | 3.693 | 4.315 | 5.607 | 5.428 | 19 | 15 | | | |
| 16 | 34 | -0.48 | -0.23 | -0.03 | -0.06 | 0.03 | -0.41 | -0.12 | -0.67 | -1.05 | *-0.00 | 1.845 | 3.936 | 4.588 | 6.221 | 6.183 | 20 | 15 | | | |
| 16 | 36 | -0.52 | -0.31 | -0.08 | -0.09 | 0.06 | -0.45 | -0.13 | -0.63 | -1.35 | *-0.00 | 2.277 | 4.393 | 4.848 | 6.644 | 6.741 | 21 | 16 | | | |
| 16 | 38 | -0.64 | -0.33 | -0.10 | -0.06 | -0.01 | -0.45 | -0.12 | -0.63 | -1.66 | *-0.00 | 2.499 | 4.553 | 4.832 | 7.033 | 7.450 | 21 | 16 | | | |
| 16 | 40 | -0.89 | -0.51 | -0.23 | -0.13 | 0.05 | -0.41 | -0.40 | -0.75 | -1.88 | *-0.00 | 2.939 | 4.908 | 6.126 | 9.060 | 9.462 | 22 | 17 | | | |

TABELA 39. continuação

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|--|--|--|--|--|
| 18 | d: 12.4 h: 10.2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | 20 | -0.07 | 0.04 | -0.02 | -0.03 | 0.06 | -0.08 | -0.01 | -0.00 | | | | | | | | |
| 18 | 22 | -0.16 | -0.05 | -0.08 | -0.01 | -0.02 | -0.22 | -0.19 | -0.19 | -0.00 | | | | | | | |
| 18 | 24 | -0.26 | -0.09 | -0.07 | -0.01 | -0.00 | -0.24 | -0.10 | -0.26 | -0.00 | | | | | | | |
| 18 | 26 | -0.35 | -0.11 | -0.05 | -0.02 | 0.05 | -0.24 | -0.05 | -0.32 | -0.00 | | | | | | | |
| 18 | 28 | -0.29 | -0.10 | -0.02 | -0.02 | 0.00 | -0.27 | 0.01 | -0.44 | -0.00 | | | | | | | |
| 18 | 30 | -0.41 | -0.14 | -0.08 | -0.03 | 0.00 | -0.30 | 0.02 | -0.45 | -0.36 | -0.00 | | | | | | |
| 18 | 32 | -0.48 | -0.12 | -0.01 | -0.05 | 0.04 | -0.31 | -0.02 | -0.65 | -0.75 | -0.00 | | | | | | |
| 18 | 34 | -0.54 | -0.27 | -0.05 | -0.07 | 0.05 | -0.33 | -0.03 | -0.66 | -1.13 | -0.00 | | | | | | |
| 18 | 36 | -0.57 | -0.36 | -0.11 | -0.10 | 0.07 | -0.37 | -0.03 | -0.61 | -1.44 | -0.00 | | | | | | |
| 18 | 38 | -0.69 | -0.38 | -0.13 | -0.07 | 0.01 | -0.37 | -0.02 | -0.59 | -1.74 | -0.00 | | | | | | |
| 18 | 40 | -0.95 | -0.56 | -0.26 | -0.14 | 0.06 | -0.33 | -0.29 | -0.71 | -1.96 | -0.00 | | | | | | |
| 20 | d: 13.6 h: 11.0 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | 22 | -0.13 | -0.02 | -0.07 | -0.02 | -0.05 | -0.15 | -0.12 | -0.34 | 0.00 | | | | | | | |
| 20 | 24 | -0.22 | -0.06 | -0.05 | -0.02 | -0.03 | -0.18 | -0.01 | -0.43 | 0.00 | | | | | | | |
| 20 | 26 | -0.31 | -0.08 | -0.03 | -0.02 | 0.02 | -0.19 | 0.07 | -0.48 | 0.00 | | | | | | | |
| 20 | 28 | -0.25 | -0.07 | 0.00 | -0.03 | -0.03 | -0.24 | 0.15 | -0.54 | 0.00 | | | | | | | |
| 20 | 30 | -0.37 | -0.11 | -0.06 | -0.03 | -0.02 | -0.29 | 0.16 | -0.49 | -0.47 | 0.00 | | | | | | |
| 20 | 32 | -0.44 | -0.08 | 0.02 | -0.05 | 0.01 | -0.30 | 0.13 | -0.65 | -0.94 | 0.00 | | | | | | |
| 20 | 34 | -0.49 | -0.23 | -0.03 | -0.07 | 0.02 | -0.33 | 0.12 | -0.62 | -1.35 | 0.00 | | | | | | |
| 20 | 36 | -0.53 | -0.32 | -0.08 | -0.10 | 0.05 | -0.38 | 0.12 | -0.54 | -1.66 | 0.00 | | | | | | |
| 20 | 38 | -0.65 | -0.33 | -0.10 | -0.06 | -0.02 | -0.39 | 0.13 | -0.48 | -1.95 | 0.00 | | | | | | |
| 20 | 40 | -0.90 | -0.51 | -0.23 | -0.13 | 0.04 | -0.35 | -0.15 | -0.58 | -2.14 | 0.00 | | | | | | |
| 22 | d: 14.7 h: 11.7 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | 24 | -0.10 | 0.01 | -0.03 | -0.01 | 0.04 | -0.01 | 0.10 | -0.01 | 0.00 | | | | | | | |
| 22 | 26 | -0.18 | 0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.08 | -0.01 | 0.16 | -0.04 | 0.00 | | | | | | | |
| 22 | 28 | -0.11 | 0.03 | 0.04 | -0.01 | 0.03 | -0.03 | 0.24 | -0.16 | 0.00 | | | | | | | |
| 22 | 30 | -0.22 | -0.01 | -0.02 | -0.02 | 0.03 | -0.07 | 0.25 | -0.18 | -0.24 | 0.00 | | | | | | |
| 22 | 32 | -0.29 | 0.02 | 0.06 | -0.03 | 0.06 | -0.07 | 0.23 | -0.38 | -0.52 | 0.01 | | | | | | |
| 22 | 34 | -0.33 | -0.12 | 0.02 | -0.05 | 0.07 | -0.10 | 0.23 | -0.40 | -0.83 | 0.01 | | | | | | |
| 22 | 36 | -0.36 | -0.20 | -0.03 | -0.08 | 0.09 | -0.14 | 0.25 | -0.34 | -1.10 | 0.01 | | | | | | |
| 22 | 38 | -0.47 | -0.21 | -0.05 | -0.04 | 0.02 | -0.14 | 0.28 | -0.32 | -1.39 | 0.01 | | | | | | |
| 22 | 40 | -0.72 | -0.38 | -0.17 | -0.12 | 0.07 | -0.09 | 0.01 | -0.42 | -1.60 | 0.01 | | | | | | |

TABELA 39. continuação

| IDADES | | ALTURAS ABSOLUTAS (m) | | | | | | | | | | ALTURAS RELATIVAS | | | | | d | h | |
|---------|---------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|
| INICIAL | FINAL | 0.1 | 0.3 | 0.7 | 1.3 | 2.0 | 5.0 | 8.0 | 11.0 | 14.0 | 17.0 | 20.0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 | finais | |
| anos | | diferenças dos raios em cm | | | | | | | | | | diferenças percentuais | | | | | cm | m | |
| 24 | d: 15.6 | h: 12.3 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | 26 | -0.10 | 0.05 | 0.00 | -0.03 | 0.07 | 0.00 | 0.06 | -0.07 | 0.00 | | | -0.297 | -0.270 | -0.526 | -0.619 | -2.743 | 16 | 13 |
| 24 | 28 | -0.03 | 0.08 | 0.05 | -0.03 | 0.01 | -0.01 | 0.15 | -0.22 | 0.00 | | | -0.107 | 0.440 | -0.491 | -0.504 | -2.480 | 17 | 14 |
| 24 | 30 | -0.14 | 0.04 | -0.01 | -0.03 | 0.01 | -0.05 | 0.18 | -0.26 | -0.22 | 0.00 | | 0.487 | 0.881 | -0.190 | 0.066 | -0.557 | 18 | 14 |
| 24 | 32 | -0.20 | 0.08 | 0.08 | -0.05 | 0.04 | -0.05 | 0.16 | -0.48 | -0.50 | 0.00 | | -0.018 | 0.049 | -0.438 | 0.786 | 0.386 | 19 | 15 |
| 24 | 34 | -0.24 | -0.06 | 0.04 | -0.07 | 0.05 | -0.07 | 0.18 | -0.51 | -0.82 | 0.00 | | 0.541 | 0.301 | -0.152 | 1.432 | 1.181 | 20 | 15 |
| 24 | 36 | -0.26 | -0.13 | -0.01 | -0.10 | 0.06 | -0.10 | 0.20 | -0.47 | -1.11 | 0.00 | | 0.979 | 0.775 | 0.121 | 1.877 | 1.768 | 21 | 16 |
| 24 | 38 | -0.37 | -0.14 | -0.02 | -0.06 | -0.00 | -0.10 | 0.24 | -0.45 | -1.42 | 0.00 | | 1.204 | 0.942 | 0.104 | 2.286 | 2.515 | 21 | 16 |
| 24 | 40 | -0.61 | -0.31 | -0.14 | -0.13 | 0.05 | -0.06 | -0.02 | -0.56 | -1.65 | 0.00 | | 1.650 | 1.310 | 1.463 | 4.416 | 4.635 | 22 | 17 |
| 26 | d: 16.5 | h: 13.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26 | 28 | 0.02 | 0.11 | 0.04 | -0.06 | -0.02 | -0.02 | 0.09 | -0.18 | 0.00 | | | 0.190 | 0.708 | 0.035 | 0.114 | -1.988 | 17 | 14 |
| 26 | 30 | -0.08 | 0.08 | -0.01 | -0.06 | -0.03 | -0.05 | 0.11 | -0.26 | -0.17 | 0.00 | | 0.782 | 1.148 | 0.334 | 0.681 | -0.074 | 18 | 14 |
| 26 | 32 | -0.14 | 0.12 | 0.07 | -0.08 | 0.00 | -0.05 | 0.10 | -0.50 | -0.41 | 0.00 | | 0.279 | 0.319 | 0.087 | 1.396 | 0.865 | 19 | 15 |
| 26 | 34 | -0.18 | -0.02 | 0.04 | -0.10 | 0.01 | -0.07 | 0.12 | -0.55 | -0.72 | 0.00 | | 0.836 | 0.570 | 0.372 | 2.038 | 1.656 | 20 | 15 |
| 26 | 36 | -0.20 | -0.09 | -0.01 | -0.13 | 0.02 | -0.11 | 0.15 | -0.52 | -1.01 | 0.00 | | 1.272 | 1.043 | 0.643 | 2.480 | 2.241 | 21 | 16 |
| 26 | 38 | -0.30 | -0.10 | -0.02 | -0.09 | -0.04 | -0.11 | 0.19 | -0.51 | -1.33 | 0.00 | | 1.497 | 1.209 | 0.627 | 2.886 | 2.984 | 21 | 16 |
| 26 | 40 | -0.54 | -0.26 | -0.14 | -0.16 | 0.01 | -0.07 | -0.07 | -0.63 | -1.58 | 0.00 | | 1.941 | 1.576 | 1.978 | 5.003 | 5.094 | 22 | 17 |
| 28 | d: 17.4 | h: 13.7 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 28 | 30 | -0.15 | 0.02 | -0.05 | -0.06 | 0.02 | -0.02 | 0.02 | -0.14 | -0.03 | -0.00 | | 0.593 | 0.443 | 0.300 | 0.567 | -0.633 | 18 | 14 |
| 28 | 32 | -0.21 | 0.06 | 0.04 | -0.08 | 0.05 | -0.01 | 0.00 | -0.42 | -0.17 | -0.00 | | 0.089 | -0.393 | 0.053 | 1.283 | 0.310 | 19 | 15 |
| 28 | 34 | -0.25 | -0.08 | -0.00 | -0.10 | 0.05 | -0.02 | 0.02 | -0.51 | -0.42 | -0.00 | | 0.647 | -0.139 | 0.337 | 1.926 | 1.106 | 20 | 15 |
| 28 | 36 | -0.27 | -0.16 | -0.06 | -0.13 | 0.06 | -0.05 | 0.06 | -0.51 | -0.70 | -0.00 | | 1.084 | 0.337 | 0.609 | 2.369 | 1.694 | 21 | 16 |
| 28 | 38 | -0.37 | -0.16 | -0.07 | -0.09 | -0.01 | -0.04 | 0.10 | -0.54 | -1.03 | 0.00 | | 1.309 | 0.504 | 0.592 | 2.775 | 2.441 | 21 | 16 |
| 28 | 40 | -0.62 | -0.33 | -0.19 | -0.17 | 0.04 | 0.01 | -0.15 | -0.68 | -1.30 | 0.00 | | 1.755 | 0.874 | 1.945 | 4.895 | 4.563 | 22 | 17 |
| 30 | d: 18.0 | h: 14.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30 | 32 | -0.12 | 0.13 | 0.08 | -0.06 | 0.05 | 0.00 | -0.00 | -0.31 | -0.03 | -0.03 | | -0.508 | -0.840 | -0.248 | 0.720 | -0.561 | 19 | 15 |
| 30 | 34 | -0.15 | -0.01 | 0.04 | -0.08 | 0.06 | -0.00 | 0.01 | -0.43 | -0.24 | -0.03 | | 0.054 | -0.585 | 0.038 | 1.366 | 0.242 | 20 | 15 |
| 30 | 36 | -0.17 | -0.08 | -0.01 | -0.11 | 0.07 | -0.03 | 0.05 | -0.45 | -0.50 | -0.03 | | 0.494 | -0.107 | 0.310 | 1.812 | 0.835 | 21 | 16 |
| 30 | 38 | -0.27 | -0.08 | -0.01 | -0.07 | 0.00 | -0.02 | 0.09 | -0.49 | -0.83 | -0.03 | | 0.720 | 0.061 | 0.294 | 2.221 | 1.589 | 21 | 16 |
| 30 | 40 | -0.51 | -0.24 | -0.13 | -0.14 | 0.05 | 0.03 | -0.16 | -0.64 | -1.09 | 0.00 | | 1.168 | 0.432 | 1.650 | 4.352 | 3.729 | 22 | 17 |

TABELA 39. continuação

| IDADES | | ALTURAS ABSOLUTAS (m) | | | | | | | | | | ALTURAS RELATIVAS | | | | | d | h | |
|---------|---------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------|-------|-------|--------|-------|--------|----|----|
| INICIAL | FINAL | 0.1 | 0.3 | 0.7 | 1.3 | 2.0 | 5.0 | 8.0 | 11.0 | 14.0 | 17.0 | 20.0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 | 1 | 2 |
| anos | | diferenças dos raios em cm | | | | | | | | | | diferenças percentuais | | | | | cm | m | |
| 32 | d: 18.8 | h: 14.9 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 32 | 34 | -0.16 | -0.01 | 0.03 | -0.10 | 0.03 | -0.06 | 0.09 | -0.19 | -0.08 | -0.04 | | 0.559 | 0.252 | 0.285 | 0.651 | -0.826 | 20 | 15 |
| 32 | 36 | -0.18 | -0.08 | -0.02 | -0.13 | 0.04 | -0.09 | 0.11 | -0.22 | -0.30 | -0.05 | | 0.996 | 0.727 | 0.557 | 1.099 | -0.226 | 21 | 16 |
| 32 | 38 | -0.28 | -0.09 | -0.02 | -0.09 | -0.03 | -0.09 | 0.14 | -0.26 | -0.59 | -0.05 | | 1.222 | 0.893 | 0.540 | 1.511 | 0.536 | 21 | 16 |
| 32 | 40 | -0.52 | -0.25 | -0.14 | -0.16 | 0.02 | -0.04 | -0.12 | -0.42 | -0.83 | -0.05 | | 1.667 | 1.261 | 1.893 | 3.658 | 2.699 | 22 | 17 |
| 34 | d: 19.7 | h: 15.5 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 34 | 36 | -0.10 | -0.01 | 0.03 | -0.10 | 0.05 | -0.10 | 0.12 | -0.13 | -0.14 | -0.02 | | 0.440 | 0.476 | 0.273 | 0.451 | -1.140 | 21 | 16 |
| 34 | 38 | -0.19 | -0.01 | 0.03 | -0.06 | -0.01 | -0.09 | 0.15 | -0.18 | -0.42 | -0.03 | | 0.666 | 0.642 | 0.256 | 0.866 | -0.371 | 21 | 16 |
| 34 | 40 | -0.43 | -0.18 | -0.08 | -0.13 | 0.04 | -0.05 | -0.11 | -0.34 | -0.67 | -0.03 | | 1.115 | 1.012 | 1.613 | 3.027 | 1.811 | 22 | 17 |
| 36 | d: 20.6 | h: 16.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 36 | 38 | -0.14 | 0.03 | 0.06 | -0.04 | 0.00 | -0.06 | 0.13 | -0.15 | -0.24 | -0.01 | | 0.228 | 0.168 | -0.017 | 0.416 | -1.146 | 21 | 16 |
| 36 | 40 | -0.37 | -0.13 | -0.06 | -0.11 | 0.05 | -0.02 | -0.13 | -0.33 | -0.49 | -0.01 | | 0.678 | 0.539 | 1.344 | 2.587 | 1.053 | 22 | 17 |
| 38 | d: 21.4 | h: 16.5 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 38 | 40 | -0.32 | -0.09 | -0.04 | -0.11 | 0.05 | -0.01 | -0.16 | -0.28 | -0.21 | -0.01 | | 0.451 | 0.372 | 1.360 | 2.180 | 0.142 | 22 | 17 |
| 40 | d: 22.3 | h: 16.9 | | | | | | | | | | | | | | | | | |

normalmente sub-estimativas. Isto relaciona-se à melhoria da forma das árvores.

Considerando uma mesma altura de medição as diferenças nos raios aumentam ao aumentar o período de prognose.

Quanto à estimação dos volumes, as diferenças aumentam normalmente em dois sentidos. No sentido do aumento da altura relativa e do período de prognose.

No sentido das alturas relativas, o aumento das diferenças associa-se ao mesmo fato da mudança da forma, a qual acontece com o aumento da idade, principalmente nas secções superiores do tronco, enquanto que a base atinge a sua forma definitiva relativamente mais cedo, segundo as conclusões de BURGER et alii ¹⁵.

Em todas as árvores estudadas existe uma idade a partir da qual todas as diferenças percentuais em todas as alturas relativas testadas foram menores de 10 %.

A tabela 40 apresenta os valores das idades iniciais e finais, assim como os períodos de prognose, nos quais as diferenças nos volumes resultaram inferiores de 10 %.

Nas árvores com as idades maiores os intervalos de prognose com todas as diferenças nos volumes menores a 10 %, vão de um mínimo de 16 anos de prognose, na árvore 22, a um máximo de 28 anos, na árvore 29.

A idade média inicial a partir da qual a prognose dos volumes a todas as alturas relativas resulta inferior a 10 % é de 14 anos. Enquanto que a média dos períodos de prognose com a mesma condição resultam numa média de aproximadamente 22 anos, nas árvores de maiores idades.

Contudo, em idades inferiores as diferenças são também inferiores ao 10 %, mas somente nas alturas relativas inferiores. Isto sugere uma maior potencialidade do método quanto à prognose

das partes inferiores do tronco, nas quais concentram-se os sortimentos de maior valor comercial.

TABELA 40. IDADES INICIAIS E FINAIS E PERÍODOS DE PROGNOSSES NOS QUAIS AS DIFERENÇAS NOS VOLUMES SÃO MENORES A 10 %

| árvore no. | idade inicial (anos) | idade final (anos) | intervalo de prognose (anos) |
|---------------|----------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| 1 | 14 | 40 | 26 |
| 2 | 16 | 40 | 24 |
| 3 | 14 | 40 | 26 |
| 7 | 16 | 38 | 22 |
| 8 | 16 | 38 | 22 |
| 9 | 18 | 38 | 20 |
| 10 | 14 | 32 | 18 |
| 11 | 12 | 32 | 20 |
| 12 | 12 | 32 | 20 |
| 13 | 12 | 32 | 20 |
| 14 | 10 | 32 | 22 |
| 16 | 12 | 32 | 20 |
| 17 | 14 | 32 | 18 |
| 18 | 14 | 32 | 18 |
| 19 | 20 | 38 | 18 |
| 20 | 16 | 38 | 22 |
| 21 | 18 | 38 | 20 |
| 22 | 22 | 38 | 16 |
| 23 | 16 | 38 | 22 |
| 24 | 16 | 38 | 22 |
| 25 | 10 | 36 | 26 |
| 27 | 16 | 38 | 22 |
| 28 | 18 | 38 | 20 |
| 29 | 10 | 38 | 28 |
| 30 | 20 | 38 | 18 |
| 31 | 14 | 38 | 24 |
| 32 | 16 | 38 | 22 |
| 33 | 16 | 38 | 22 |
| 34 | 14 | 24 | 10 |
| 35 | 14 | 24 | 10 |
| 36 | 14 | 24 | 10 |
| 37 | 10 | 24 | 14 |
| 38 | 16 | 24 | 8 |
| 39 | 16 | 24 | 8 |
| 40 | 12 | 24 | 12 |
| 41 | 12 | 24 | 12 |
| 42 | 12 | 24 | 12 |

E importante destacar que as árvores número 10 a 18 tinham uma idade média de 32 anos, enquanto que as árvores número 34 a 42 tinham, em média, 24 anos somente.

Nessas circunstâncias os resultados encontram-se condicionados pela mesma variação das idades das árvores da amostra.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Conforme os resultados obtidos neste trabalho, podem-se expressar as seguintes conclusões e recomendações:

- Os efeitos dos fatores idade, sítio e posição sociológica sobre os fatores de forma naturais médios, foram altamente significativos .

- As variâncias dos fatores de forma naturais médios, explicadas pelos fatores idade, posição sociológica e sítio, apresentaram uma proporção de 70,98 : 3,33 : 1,00.

- As variâncias dos volumes médios explicada pela idade, a posição sociológica e o sítio manifestaram uma proporção de 1,68 : 1,32 : 1,00.

- Os efeitos dos fatores avaliados sobre o fator de forma naturais médios diferem do efeito sobre os volumes médios.

- A avaliação do efeito do sítio neste estudo, encontra-se afetada pela variação restrita a somente 3 classes consecutivas, existentes na Floresta estudada.

- A evolução dos fatores de forma naturais médios em função da idade apresentaram uma tendência considerada normal pela teoria dendrométrica.

- Os fatores de forma médios indicam que as árvores assemelham-se a um cone, entre os 5 e os 10 anos; a um parabolóide entre os 16 e os 20 anos, melhorando posteriormente sua forma no sentido do limite natural da espécie.

- No caso do fator idade, a diferença entre os valores extremos dos fatores de forma médios por classe foi de 0,1610 (34,74 %), existindo uma tendência crescente com o aumento da idade. No caso da posição sociológica a diferença foi de 0,0148 (2,65 %), sendo que a tendência foi levemente decrescente e finalmente no caso do sítio a diferença foi de somente 0,0076 (1,35 %) e sem

uma tendência definida.

- Os efeitos de tais fatores apresentaram interações .

- Recomenda-se considerar a relação entre a dinâmica da forma do fuste e a copa, como base de modelos de prognose de árvores individuais para a espécie estudada.

No ajuste de funções de forma relativa e procura de modelos para a estimativa dos seus coeficientes, conclui-se que:

- O modelo polinomial de quinto grau (3), apresentou os melhores ajustes aos perfis individuais, seguido pelos modelos de Kozak et alli (2) e o modelo logaritmico (1), os quais praticamente coincidiram.

- O modelo de Kozak et alli (2), foi o que mostrou maior adaptação quanto à estimativa dos seus coeficientes em função da idade, o diâmetro e a altura.

- Todos os gráficos de resíduos dos modelos de estimativa dos coeficientes das equações de forma apresentaram certa heterocedasticidade (variância não homogênea).

- No caso de se trabalhar com análise de tronco para a obtenção dos dados, recomenda-se trabalhar com árvores da mesma idade, ou em outro caso com um sistema de levantamento de dados que forneça uma mesma quantidade de dados por classe de idade.

Recomenda-se ao aplicar este tipo de metodologia, trabalhar com modelos de poucos coeficientes, estudando inclusive os modelos não lineares, testando a inclusão de variáveis dos povoamentos nos modelos de estimativa dos coeficientes, além das variáveis correspondentes às árvores individuais.

Quanto ao emprego do método de SLOBODA, na pesquisa do crescimento passado de árvores individuais, com as polinomiais aproximadas pelo método dos mínimos quadrados, 95 % das diferenças entre os raios medidos e estimados estiveram abaixo de 2 mm,

e 99,41 % abaixo de 5 mm.

- Recomenda-se estudar a aproximação com funções "spline" cúbicas.

- As diferenças percentuais obtidas nos volumes, foram todas abaixo de 5 %, acima dos 10 anos de idade.

- Observaram-se falta de monotonicidade, devido ao efeito dos próprios dados, no caso de uma não monotonicidade dos dados ou dados irregularmente distribuídos no perfil.

- A única maneira de se trabalhar com dados uniformemente distribuídos seria com análises de tronco, a partir de fustes cortados verticalmente pelo centro de simetria do mesmo.

Na aplicação do método de SLOBODA ao crescimento passado de povoamentos, foram obtidas distribuições de volumes por sortimentos equivalentes ao método clássico.

- Os volumes totais obtidos com o método resultaram 36 % acima dos obtidos pela FUPEF³⁰, com o uso de uma tabela de volume e relações hipsométricas por parcela.

- Recomenda-se pesquisar o número de árvores média necessária para obter uma determinada precisão e a melhor maneira de escolhê-las.

Quanto à aplicação do método à prognose do crescimento de árvores individuais, das duas alternativas propostas por SLOBODA, resultaram mais gerais para as condições de crescimento das árvores estudadas, as fórmulas do crescimento afim ou não equiforme, as quais consideram que a forma do fuste apresenta semelhança ao longo do tempo.

- Na aplicação das fórmulas do crescimento afim, detectaram-se associações entre as diferenças nos raios e nos volumes.

- As diferenças entre valores observados e estimados aumentam ao aumentar a altura relativa e o período de prognose.

- A partir de idades médias iniciais de 14 anos, foram obtidas diferenças dos volumes nas 5 alturas relativas testadas, menores de 10 %, em períodos de prognoses médios de 22 anos.

- Caso se deseja fazer a prognose a partir de idades mais jovens, deve-se testar outras metodologias para resolver a questão, pois a idéia de SLOBODA pressupõe uma pequena variação da forma, ao contrário do que acontece nas idades inferiores.

- Recomenda-se o uso da metodologia proposta por SLOBODA, na pesquisa do crescimento passado e as fórmulas do crescimento afim, na prognose do volume de madeira livre de nós, obtida nas plantações podadas.

SUMMARY

In the present work was studied the stem form behavior of individual trees of *Araucaria angustifolia*, basing on stem analysis of 39 trees from planted stands located at The Acungui National Forest, Parana, Brazil.

The effects of age, site and social position on the natural form factor were evaluated. Interactions on the effects of this factors were detected. It was also searched the effects of such factors on forms and tree volumes.

The behavior of the natural stem form factor was numerically and graphically described according to age, site and social position.

The estimation of the coefficients of 3 relative taper functions from age, diameter and height and its quadratic, logarithmic and inverse transformations, were studied. In the selection of the best regression equation, the stepwise method was applied. The Kozak's model:

$$\left(\frac{dh}{d}\right)^2 = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + b_2 \left(\frac{h_i^2}{h}\right),$$

had better performance.

Individual trees and stands past growth, and forecast of individual trees growth were investigated, based on Sloboda's methods.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 AHRENS, S. Funções de forma: sua conceituação e utilidade. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1982.
- 2 ——. A mathematical expression of stem and volume for loblolly pine in southern Brazil. Stillwater, 1980. 59 p. Tese. Mestrado. Oklahoma State University.
- 3 ALDER, D. A distance-independent tree model for exotic conifer plantations in East Africa. For. Sci., 25 (1): 59-71, 1979.
- 4 ANUCHIN, N.P. Forest mensuration. Jerusalem, Keter Press Blding, 1970. 453 p.
- 5 ASSMANN, E. The principles of forest yield study. Oxford, Pergamon Press, 1970. 506p.
- 6 AVERY, T.E. & BURKHART, H.E. Forest measurements. s.l., McGraw-Hill Book, 1983. 331 p.
- 7 AYRES, M. & AYRES JUNIORS, M. Aplicações estatísticas em basic. São Paulo, McGraw-Hill, 1987. 310 p.
- 8 BARUSSO, A.P. A determinação de funções de crescimento mediante análise de tronco. Curitiba, 1977. Tese não defendida) Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 9 BEHRE, C.E. Preliminary notes on studies of tree form. J. For., 21: 507-511, 1923.
- 10 BENNETT, F.A. & SWINDELL, B.F. Taper curves for planted slash pine. USDA For. Res. Note SE-179, 1972.
- 11 BIGARELLA, J.J.; SALAMUNI, R.E. & PINTO, V.A.; Geologia do precambriico e intrusivas subsequentes da porção oriental do Estado do Paraná. B. Par. Geociências, 1967. P. 23-25.
- 12 BORGES, J.F. Seccionamento do fuste de Pinus taeda L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função polinomial. Curitiba, 1981. 81 p. Dissertação. Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Universidade Federal do Paraná.
- 13 BREPOHL, D. A contribuição econômica da exploração da Araucaria angustifolia (Bert.) O. Ktze. à economia paranaense. In: IUFRO MEETING ON FORESTRY PROBLEMS OF GENUS ARAUCARIA, 1., Curitiba, 1979. Forestry problems of the genus Araucaria. Curitiba, FUFEP, 1980, p. 347-350.
- 14 BRUCE, D.; CURTIS, R.O. & VANCOEVEERING, C. Development of a system of taper and volume tables for red alder. For. Sci., 14: 339-50, 1968.

- 15 BURGER, D.; HOSOKAWA, R.T. & MACHADO, S.A. Desenvolvimento da forma de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. In: IUFRO MEETING ON FORESTRY PROBLEMS OF GENUS ARAUCARIA, 1., Curitiba, 1979. Forestry problems of the genus Araucaria. Curitiba, FUPEF, 1980. p. 320-329.
- 16 CAILLEZ, F. Forest volume estimation and yield prediction. Rome, FAO, 1980. v. 1, 98 p. (FAO Forestry Paper 22/1)
- 17 CAMPOS, J.C.C.; ZUCONI, J.M. & RIBEIRO, J.C. Teste de um novo modelo para expressar "taper". In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1981. p. 47-50
- 18 CONTE, S. D. & DE BOOR, C. Elementary numerical analysis: an algorithmic approach. 3 ed. Singapore, McGraw-Hill, 1980. 432 p.
- 19 DAMAERSCHALK, J.P. Converting volume equations to compatible taper equations. For. Sci., 18(3): 241-245, 1972.
- 20 _____. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. Can. J. For. Res., 3(1): 90-94, 1973.
- 21 DE HOOG, R. J., DIETRICH, A. B. & AHRENS, S. Classificação de sítio, tabelas de volume e produção para povoamentos artificiais de *Araucaria angustifolia*. Brasil Florestal, 9 (36): 58-82, 1978.
- 22 DOLDAN, M. E. G. Desenvolvimento da altura dominante como resposta aos estímulos dos fatores do meio ambiente, na região de Ponta Grossa. Curitiba, 1987, 119 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 23 DRAPER, N.K. & SMITH, H. Applied regression analysis. New York, Jhon Wiley, 1981. 708 p.
- 24 EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISAS AGROPECUARIAS & INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. Levantamento de reconhecimento dos solos do Estado do Paraná Londrina, 1984. v. 1
- 25 EMERENCIANO, D. B. Avaliação de métodos de prognose da altura aplicados em *Pinus elliottii* da Floresta Nacional de Capão Bonito- SP. Curitiba, 1981, 128 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 26 FREESE, F. Testing Accuracy. For. Sci., 6: 139-145, 1960.
- 27 FRIES, J. Eigenvektor analysis show that birch and pine have similar form in Sweden and British Columbia. For Chron., 41(1): 135-39, 1965.
- 28 _____. & MATERN, B. On the use of multivariate methods for the construction of tree taper curves. IUFRO Advis. Gr. For. Stat., Sect. 25, Conf. Stockholm. Roy. Col. For., Res. Notes, 9: 85-117, 1965.

- 29 FUNDAÇÃO DE PESQUISAS FLORESTAIS. Inventário Florestal do Pinheiro no Sul do Brasil. Curitiba, 1978, 327 p.
- 30 _____ . Inventário da Floresta Nacional do Açungui. Curitiba, 1985. 79p. Relatório do Convênio FUFEP-IBDF.
- 31 _____ . Realização de Trabalhos Técnicos na FLONA do Açungui. Curitiba, 1986. 95 p. Relatório do Convênio FUFEP-IBDF.
- 32 GALLANT, A.R. The theory of nonlinear regression as it relates to segmented polinomial regression with estimated join points. Inst. Stat. Mimeograph Series No 925, Raleigh, N.C., 1975. 25 p.
- 33 _____ & FULLER, W.A. Fitting segmented polinomial regression models whose join points have to be estimated. J. Am. Stat. Assoc., 70: 927-32, 1975.
- 34 GLADE, J.E. Prognose de volume por classes diamétricas para Eucalyptus grandis Hill ex-Maiden. Curitiba, 1986. 94 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós Graduação em Engenharia Florestal.
- 35 GOLFARI, L., CASER, R. L. & MONRA, V. P. G. Zoneamento ecológico esquemático para reflorestamentos nos Brasil. PNUD/FAO/IBDF/BRA-45. Série Técnica No. 11, Belo Horizonte, 1978, 66 p.
- 36 GOMES, F. P. & RONCEROS, R.E.B. Curso de estatística experimental. 1 ed.. Buenos Aires, Hemisferio Sur, 1978. 323 p.
- 37 GOULDING, C.J. & MURRAY, J.C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. New Zealand J. For. Sci., 5(3): 312-22, 1976.
- 38 GRAY, H.R. The form and taper of forest-tree stems. Imp. For. Inst. Paper, Oxford Univ., 32, 1956. 75p.
- 39 GROSENBAUGH, L.R. Tree form: definition, interpolation, extrapolation. For. Chron., 42(4): 443-56, 1966.
- 40 GUIMARÃES, D.P. Uso da curva de potência na determinação de séries relativas contínuas de forma para espécies florestais. In: CONGRESSO FLORESTAL NACIONAL, 4., Belo Horizonte. Anais. p. 644-48.
- 41 HOHENADL, W. Der Aufbau der Baumschfte. Fw. Cbl.. 1924.
- 42 HOSOKAWA, R. T. Betriebswirtschaftliche Kriterien zur Wahl der Umtriebszeit von Araucaria angustifolia (Bert./O. Kuntze) in Brasilien. Freiburg i-Br., 1976. 255 p. Tese. Doutorado. Universität Freiburg.
- 43 _____ . Contribuição para definir a sucessão de cortes dos povoamentos objetivando a persistência de rendas nas empresas florestais. E. APEF, Curitiba, 1, 1980. 96 p.

- 44 _____ . Funções de forma e o planejamento da produção florestal. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1982.
- 45 _____ . & GLADE, J.E. Valoración de una plantación forestal para definir el costo de la materia prima industrial. In: JORNADAS TÉCNICAS SOBRE BOSQUES IMPLANTADOS, 3., Eldorado, 1984. Actas y trabajos. Eldorado, 1984. Tomo 2, p. 92-112.
- 46 _____ . & DE SOUZA, A. L. Manejo de produção florestal para fins específicos: exercício com Pinus. In: Curso de Manejo Florestal. 9. Curitiba, ABEAS, 1987. 23 p.
- 47 _____ . Economicidade de poda e desbaste: (um método de análise). In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA FLORESTAL, 1., Curitiba, 1988. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1988. p. 383-398.
- 48 HUSCH, B.; MILLER, C.I. & BEERS, T.E. Forest mensuration. 2.ed. New York, Ronald Press, 1972. 410 p.
- 49 _____ , _____ . & _____ . _____ . 3.ed. New York, John Wiley, 1980. 402 p.
- 50 JORGE, L.A.B. Utilização de curvas de forma em séries relativas transformadas nas estimativas de volumes totais e parciais de árvores de Pinus taeda L. Curitiba, 1982. 91 p. Dissertação. Mestrado. UFPR. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 51 KOZAK, A. & SMITH, J.H.G. Critical analysis of multivariate techniques for estimating tree taper suggests that similar methods are best. For. Chron., 42 (4):458-63, 1966.
- 52 _____ , MUNRO, D.D. & SMITH, J.H.G. Taper functions and their application in forestry inventory. For. Chron., 45 (4): 278-83, 1969.
- 53 KREYSZIG, P.R. Matemática superior. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1969. p. 30-200.
- 54 LARSON, P.R. Stem form development of forest trees. For. Sci. Monogr., 5. 1963. 42 p.
- 55 LEARY, R. A. System identification principles in studies of forest dynamics. U. S. For. Res. Pap. NC-45 , 1973. 38 p.
- 56 LIU, C. J. Log volume estimation with spline approximation. For. Sci., 26 (3): 361-69, 1980.
- 57 _____ . & KEISTER, T.D. Southern pine stem form defined through principal component analysis. Can. J. For. Res., 8 (2): 188-97, 1978.
- 58 LOETSCH, F.; ZOHRER, F. & HALLER, K.E. Forest Inventory. Berlin, BLV, 1975. v.2, 369 p.

- 59 MACHADO, S. do A. & SCHÖPFER, W. Estimativa volumétrica de madeira serrada como instrumento de apoio às tomadas de decisões de investimento na utilização de plantações de Pinus. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 4., Belo Horizonte. Anais. p. 657-660.
- 60 _____ . Inventário Florestal Nacional- Florestas Plantadas: Paraná e Santa Catarina. Brasília, I.B.D.F., 1984. 284 p.
- 61 _____ . Volumetria de árvores e de povoamentos florestais. In: CURSO DE ATUALIZAÇÃO EM MANEJO FLORESTAL, Curitiba, APEF, 1987. p. 30-55.
- 62 MAKAY, E. Dasmetria. Madrid, Escuela Superior de Ingenieros de Monte, 1964. 760 p.
- 63 MATTE, L. The taper of coniferous species with special reference to loblolly pine. For. Chron., 25: 21-31, 1949.
- 64 MATTSON, L. Form och formvariationer hos larken. Meddelanden fran Statens Skogsforsoksanstalt. Halfe, 13: 283-89, 1916.
- 65 MAX, T.A. & BURKHART, H.E. Segmented polinomial regression applied to taper equations. For. Sci., 22 (33): 283-89, 1976.
- 66 MUNRO, D.D. & DAMAERSCHALK, J. Taper-based versus volume based compatible estimating systems. For. Chron., 50 (5): 197-99, 1974.
- 67 _____ . Forest Growth Models - a prognosis. Royal Coll. For., Stockholm. Res. Note 30, p. 7-21. 1974.
- 68 PATON, P.S. Estimativas de volumes individuais em metros cúbicos, sólido e estéreo para Bracatinga (Mimosa scabrella Benth.) em povoamentos naturais maduros. Curitiba, 1984. 109 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 69 PELLICO NETTO, S. & HOSOKAWA, R.T. Ocorrência de diferentes formas de Araucaria angustifolia nativa no Brasil. In: IUFRO MEETING OF FORESTRY PROBLEMS OF GENUS ARAUCARIA, 1., Curitiba, 1979. Forestry Problems of the Genus Araucaria. Curitiba, FUPEF, 1980. p. 330-31.
- 70 _____ . Estimativas volumétricas de árvores individuais- síntese teórica. in: SEMINÁRIO DE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1982. p. 15-27.
- 71 _____ . Novo método de ajustamento de curva de forma através de séries relativas transformadas. In: SEMINÁRIO DE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1982. p. 65-75.
- 72 PIENAAR, L.V. Quantitative theory of forest growth. Washington, 1965, 167 p. PhD. Thesis. University of Washington.

- 73 PETERS, R. Konstruktion eines massentafelmodells. Freiburg i-Br., 1971. 95 p. Dissertation. Forstwissenschaftliche Fakultät der Albert Ludwigs-Universität Freiburg.
- 74 PRODAN, M. Holzmesslehre. Frankfurt, Sauerlanders, 1965. 644p.
- 75 REINCH, C. H. Smoothing by spline functions. Numerische Mathematik, 10 (3): 177-83, 1967.
- 76 REIS, J. B. Lições de análise e álgebra numérica. v. 1. parte 1. Belo Horizonte, Edições Engenharia, 1970. 207 p.
- 77 ROTTA, E & OLIVERA, Y.M.M. Area de distribuição natural da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4. Curitiba, 1981. Curitiba, Embrapa, 1981.
- 78 SCHNEIDER, P. R. Betriebswirtschaftliche und ertragskundliche Grundlagen der Forsteinrichtung in Sudbrasilien am Beispiel von Pinus elliottii. Freiburg i-Br., 1984. 190 p. Dissertation. Forstwissenschaftliche Fakultät der Albert Ludwigs-Universität Freiburg.
- 79 SCHNEIDER, P. R. Forma de tronco e sortimento para *Pinus elliottii* Engelm., da Floresta Nacional de Passo Fundo, Rio Grande do Sul. Acta Forestalia Brasilensis, 1 (1): 43-65. 1986.
- 80 SEITZ, R. Crown development of *Araucaria angustifolia* in its natural environment during sixty years. In: CROWN AND CANOPY STRUCTURE AND RELATION TO PRODUCTIVITY. 1986. Proc. Int. Workshop, IUFRO S1.06-02, 14-20 Outubro 1985. Editor: Fujimori, T. & Whitehead, D., Forestry and Forest Prod. Res. Inst., Isukupa, Japão, pag. 129-145.
- 81 SILVA, J. A. Schaftkurvenuntersuchungen an fichte, tanne, rotkiefer und peckkiefer. Dissertation. Universität für Bodenkultur, Wien. 1976. 111 p.
- 82 SILVA, J.A.; SCHNEIDER, P.R. & BRENA, D.A. Funções de forma dos troncos de pinheiro brasileiro (*Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze.). In: PROBLEMAS FLORESTAIS DO GÊNERO ARAUCARIA. Encontro da IUFRO. Curitiba, FUFEP, 1980. p. 360-363.
- 83 _____ . Funções de forma dos troncos de *Pinus taeda*, *Picea excelsa*, *Abies alba* e *Pinus sylvestris*. In: SEMINÁRIO DE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5., 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1982.
- 84 SLOBODA, B. Die Beschreibung der Dynamik der Schaftformfortpflanzung mit Hilfe der Ähnlichkeitsdifferentialgleichung und der Affinität. Mitteilungen der Forstlichen Bundesversuchsanstalt Wien, 120. p. 53-60.
- 85 SPURR, S. M. Forest Inventory. New York, Ronald Press, 1952. 476 p.

- 86 STEEL, R.G.D. & TORRIE, J.A. Principles and procedure of statistics. New York, McGraw-Hill, 1960. 481 p.
- 87 STERBA, H. Stem curves: a review of literature. Forestry Abstracts, 41 (4): 141-5, 1980.
- 88 WHYTE, A. G. D. Modelos de crescimento e produção para plantações florestais. Curitiba, EMBRAPA, 1986. 38 p.
- 89 WUTT, H. Schaftkurven- Näherung durch interpolations polynome. Obl. f. ges. Forstw., 78 (1): 39-55, 1961.