

Determinação do número de estratos em estratificação volumétrica de florestas naturais e plantadas

SYLVIO PÉLLICO NETTO*
CARLOS ROBERTO SANQUETTA**

RESUMO

Esta pesquisa conduzida sobre estratificação de florestas plantadas e naturais visou apresentar a solução analítica para a determinação do número de estratos a ser utilizado na população, tomando-se o volume por unidade de área como a variável estatística de solução. A função de ajustamento proposta foi uma hipérbole simples, onde uma razão de variâncias foi ajustada em função do número de estratos em que a população foi dividida. A metodologia de ajuste foi a de mínimos quadrados. Os resultados demonstram que tanto em florestas plantadas como em naturais, o número de estratos não deve ultrapassar a dez.

Palavras-chave: amostragem estratificada, inventário florestal

ABSTRACT

Determination of the number of strata in volumetric stratification for natural and man-made forests. This research dealt with stratification of natural and man-made forests aiming to propose an analytical solution to obtain the number of strata to be allocated in the population, using volume per unit area as the statistical variable for such a solution. The proposed function for fitting was a hyperbole, whereby a ratio between two variances was fitted as a function of the number of strata in which the population was divided in. The method used to fit the function was the least squares. The obtained results demonstrated that either for natural forests as well as for planted stands the number of strata should not be greater than ten.

Key words: stratified sampling, forest inventory

INTRODUÇÃO

A estratificação das populações florestais constitui parte relevante dos inventários florestais contínuos em reflorestamentos, embora este processo de amostragem também se aplique a populações naturais.

Em qualquer das circunstâncias, sempre se questiona sobre o número de estratos a ser tomado em cada uma das sub-populações selecionadas para a abordagem.

*Engenheiro florestal, M.Sc., Dr. rer. nat., Professor aposentado da UFPR, Professor Adjunto da PUC-PR, Bolsista do CNPq

**Engenheiro florestal, M.Sc., Ph.D., Professor do Departamento de Silvicultura e Manejo, UFPR, Bolsista do CNPq

A estratificação aqui considerada se fundamenta na bipartição da variável volume v , como tal, os estratos são unidades volumétricas uniformes, ou sub-populações apropriadamente delimitadas dentro da população total.

O propósito da estratificação das populações florestais é reduzir a variação dentro das sub-populações e , assim, aumentar a precisão dos estimadores estatísticos obtidos a partir da amostragem.

Os resultados desta pesquisa servirão apenas para substanciar a solução analítica para o cálculo do número apropriado de estratos em uma população florestal, quando o critério usado for diversificação volumétrica nas sub-populações.

CONCEITOS BÁSICOS

De acordo com COCHRAN (1963), a estratificação para fins de melhorar a precisão das estimativas da variável de interesse, pressupõe dividir a população total em sub-populações homogêneas no sentido de que o valor das medidas variem pouco de uma unidade para outra, com conseqüente possibilidade de se obter uma estimativa mais precisa da média de um estrato qualquer, através de uma amostragem mais reduzida dentro desse estrato.

Ainda o mesmo autor salienta que, se o objetivo de um inventário florestal é estimar o volume total, a estratificação mais recomendável deve pressupor a variável volume como principal característica de trabalho.

PÉLLICO NETTO (1979) propôs, nesse sentido, que a sub-divisão de uma população a ser estratificada envolva uma consideração de ordem estatística, na qual a delimitação dos estratos reduza suas variâncias em relação à variação tomada irrestritamente aleatória. O número de estratos deve ser definido, a partir da razão entre a precisão calculada para uma população abordada com amostragem estratificada e aquela obtida para a amostragem aleatória irrestrita, quando esta tende para uma assintótica. Denominando-se de L o número de estratos a ser aplicado na população total, tem-se que:

$$Q_L = \frac{s_{\bar{x}_{est}}^2}{s_{\bar{x}_{aleat}}^2} \quad (1)$$

onde:

$s_{\bar{x}_{est}}^2$ = variância da média estratificada;

$s_{\bar{x}_{aleat}}^2$ = variância da média para a amostragem inteiramente aleatória.

O autor menciona ainda que, aumentando-se L , a relação Q_L diminui e

decrece segundo a função:

$$Q_L = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{L} \quad (2)$$

onde:

β_0 e β_1 são os coeficientes do modelo.

Cita ainda, que o custo da estratificação aumenta linearmente em relação ao número de estratos, daí porque L não deve ser superior a um valor, a partir do qual não mais ocorra uma substancial redução de Q_L .

Observe na função (2), que fazendo L tender para ∞ , a assíntota fica definida no valor de β_0 . Adicionalmente, se não for feita estratificação e a população for abordada com amostragem inteiramente aleatória, então, nesse caso, $Q_L = 1$ e, portanto, $\beta_0 + \beta_1 = 1$, o que define o início da função no valor 1 da ordenada.

APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

APLICAÇÃO DA ESTRATIFICAÇÃO EM FLORESTAS PLANTADAS

PÉLLICO NETTO (1979) aplicou esta metodologia em dados obtidos em uma área de 1.582 ha, reflorestada em 1972, com *Eucalyptus* sp, que foi inventariada e reinventariada em 1974, 1975, 1976 e 1977.

Usando-se a técnica de simulação baseada na projeção dos volumes médios e dos intervalos de confiança para os diferentes estratos subdivididos, foi possível obter os resultados das médias e variâncias dos dados projetados até a idade de 10 anos.

A projeção da variância foi possível de ser obtida a partir da fórmula (3), abaixo, citada por PRODAN (1965).

$$s_x^2 = \frac{(X_{\max} - X_{\min})^2}{36} \quad (3)$$

Os resultados da estratificação e das estimativas por estratos estão sumarizados na Tabela 1.

Como pode ser observado, um total de 45 unidades amostrais foi usado por estrato, atendendo uma condição de erro máximo de 10% para um grau de confiabilidade de 95%. Para o fim de facilitar os cálculos em todas as combinações de estratos usou-se um número igual de unidades amostrais nos estratos de idade única. As demais intensidades amostrais foram obtidas pela aglutinação sucessiva dos estratos de idade única.

Como observa-se na Tabela 1, a população total foi dividida em 9 estratos, com idades entre de 2 a 10 anos e com aglutinações dos nove em 4, 3 e 2 estratos.

A tabela apresenta os estimadores da média, variância e número de

Tabela 1 - Aplicação da estratificação em um povoamento de *Eucalyptus*/Table 1 - Stratification applied to an *Eucalyptus* forest plantation

L ^a	estimadores		estratos										EPM ^b	Q _c ^c
	estimators		strata											
			1	2	3	4	5	6	7	8	9			
1	A	2+3+4+5+												
	(anos/years)	6+7+8+9+												
		10												
	\bar{x}	181,86	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12,88	1
	s_h^2	5215,25												
	n_h	405												
2	A	2+3+4+5	6+7+8+9+10											
	\bar{x}	103,01	244,20	-	-	-	-	-	-	-	-	8,93	0,69	
	s_h^2	3105,13	4011,11											
	n_h	180	225											
	3	A	2+3+4	5+6+7	8+9+10									
\bar{x}		83,91	192,66	269,00	-	-	-	-	-	-	-	6,32	0,49	
s_h^2		1903,31	2378,68	3520,44										
n_h		135	135	135										
4		A	2+3	4+5	6+7	8+9+10								
	\bar{x}	65,28	140,75	207,00	269,00	-	-	-	-	-	-	5,82	0,45	
	s_h^2	1053,89	2311,22	2177,78	3520,44									
	n_h	90	90	90	135									
	9	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
\bar{x}		43,14	87,43	121,15	163,98	192,00	222,00	247,00	270,00	290,60	4,39	0,34		
s_h^2		234,07	803,44	1537,01	1758,68	1600,00	1995,11	2368,44	2773,78	3136,00				
n_h		45	45	45	45	45	45	45	45	45	45			

^a número de estratos/number of strata^b erro padrão da média/mean standard error^c definido conforme fórmula (1)/ defined as formula (1)

unidades amostrais por estrato, bem como o valor da variância da média.

Foi assumida, ainda, a alocação proporcional das unidades amostrais, de tal forma que, para os fins dessa demonstração, a situação prevalecente está expressa na igualdade (4), abaixo.

$$w_h = \frac{N_h}{N} = \frac{n_h}{n} = \frac{A_h}{A} \quad (4)$$

onde:

A_h = área do estrato;

A = área da população;

n_h = número de unidades amostrais dentro de cada estrato;

n = número de unidades amostrais na população;

N = número total de unidades amostrais de cada estrato;

N_h = número total de unidades amostrais da população.

Além disso a Tabela 1 ainda apresenta os valores de Q_i , que foram obtidos pelo ajuste da função (2), apresentada abaixo.

$$Q_i = 0,2581 + 0,7599 \cdot \frac{1}{i}$$

$$R^2 = 0,9864$$

Para melhor visualização da redução de Q_i em função de L , sua representação gráfica também está mostrada na Figura 1.

Como pode ser observado, a divisão da população em 10 estratos já provocou a redução quase que total de Q_i , indicando não ser recomendável a partição da população em mais que 10 estratos.

Como o fito de respaldar esta afirmativa procedeu-se a uma análise de variância para as diferentes estratificações e o resultado encontra-se apresentado na Tabela 2.

Como pode-se observar, em todos os casos houve significância entre as médias dos estratos ao nível de 99% de probabilidade, demonstrando que a divisão em até nove estratos é satisfatória.

Como, entretanto, o fator de maior relevância está na estrita significância entre as médias dos estratos, procedeu-se a um teste de Tukey para a comparação de médias nos diferentes estratos, cujos resultados encontram-se apresentados na Tabela 3.

Como pode ser observado, as estratificações com 2, 3 e 4 estratos mostraram significância para todas as médias para 99% de probabilidade. No caso de 9 estratos a situação não demonstra ser mais como nos casos precedentes, apenas 5 médias dos estratos mais jovens, onde o crescimento é mais acelerado, apresentam significância ao nível de 95% de probabilidade. Nos demais estratos, ou seja, entre o 7º e o 10º, a significância não ocorre para os estratos com 7 e 8 anos, com 8 e 9 anos e com 9 e 10 anos. Nessas condições pode-se imaginar a possibilidade de suas aglutinações para tornar significantes as diferenças de médias dos estratos aglutinados. Este caso mostra exata-

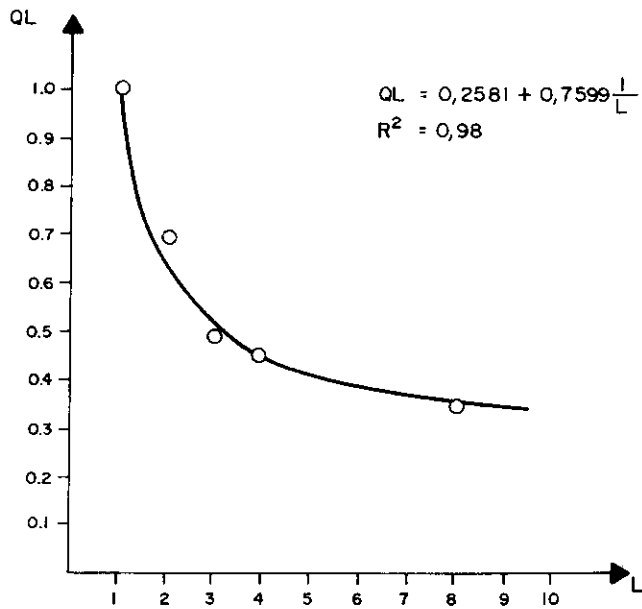


Figura 1 - Relação entre a relativa redução do quociente entre variâncias e o número de estratos em uma floresta plantada de *Eucalyptus*

Figure 1 - Relation between the ratio of variances and the number of strata in an *Eucalyptus* plantation

Tabela 2 - Análise de variância para estratificação de um povoamento de *Eucalyptus* com diferente número de estratos

Table 2 - Analysis of variance of stratification applied to an *Eucalyptus* forest plantation with different number of strata

L ^a	fonte de variação/source	gl/df	média quadrática/mean square	F
2	entre/between	1	2.016.094,00	560,06**
	dentro/within	403	3.599,77	
3	entre/between	2	2.336.070,10	300,89**
	dentro/within	402	2.587,93	
4	entre/between	3	2.505.707,70	262,24**
	dentro/within	401	2.388,75	
9	entre/between	8	324.652,12	180,29**
	dentro/within	396	1.800,72	

^a número de estratos/number of strata

** significativo ao nível de 99%/significant at 99% of probability

Tabela 3 - Teste de Tukey para comparação de médias nos estratos em um povoamento de *Eucalyptus*
 Table 3 - Tukey's test for strata mean comparison in an *Eucalyptus* forest plantation

I. ^a	estimadores <i>estimators</i>	estratos <i>strata</i>										D mín. ^b	W mín. ^c	signif.		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
2	A	2+3+4+5	6+7+8+9+10													
	\bar{X}	103,01	244,20	-	-	-	-	-	-	-	-	141,19	15,44	**		
3	A	2+3+4	5+6+7	8+9+10												
	\bar{X}	83,91	192,66	269,00	-	-	-	-	-	-	-	76,34	18,04	**		
4	A	2+3	4+5	6+7	8+9+10											
	\bar{X}	65,28	140,75	207,00	269,00	-	-	-	-	-	-	62,00	20,69	**		
9	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10						
	\bar{X}	43,14	87,43	121,15	163,98	192,00	222,00	247,00	270,00	290,60	20,60	27,77	d			

^a número de estratos/*number of strata*

^b diferença mínima entre médias/*minimal difference among means*

^c W mín. Tukey/*Tukey's W min.*

^d teste comparativo efetuado entre cada duas médias a um nível de 95% de probabilidade, conforme ordem crescente apresentada nesta tabela/*paired means test at 95% of probability*

**significante ao nível de 99%/*significant at 99% of probability*

mente que não se tem uma uniformidade de variações entre médias dos diferentes estratos, à medida que evolui-se as plantações em idade, resultantes de diferenças graduais na taxa de crescimento experimentadas pelos povoamentos.

A partir desta evidência será relevante estudar com maior profundidade o problema de limite dos estratos que será tratado especificamente em trabalho posterior pelos autores.

Em muitas populações florestais plantadas, 10 estratos são suficientes para permitir a adoção de uma unidade anual de plantio como um estrato. Em populações onde rotações são mais longas, como para as espécies de *Pinus* e *Araucaria angustifolia*, a estratificação passa a ser um complicador à luz desse conceito.

APLICAÇÃO EM ESTRATIFICAÇÃO DE FLORESTAS NATURAIS

AGUSTIN (1981) estudando uma floresta tropical úmida em Iquitos no Peru, estratificou e testou a metodologia proposta por PÉLLICO NETTO. Ele obteve resultados muito similares àqueles obtidos para as florestas plantadas. Nas suas condições a estratificação foi real e não simulada.

O ajustamento da função $Q_t = f(L)$ resultou em:

$$Q_t = 0.2075961 + 0.7859913 \frac{1}{L} \quad (6)$$

$$R^2 = 0.995$$

Como se pode observar, apesar da divergência entre as duas populações, os resultados são muito similares, conforme apresentado na Tabela 4.

As conclusões podem ser igualmente formuladas para as duas condições, ou seja, que o número de estratos não deve ultrapassar ao número de 10.

A função ajustada por AGUSTIN está apresentada na Figura 2.

CONCLUSÕES

- 1) A função proposta para solucionar o cálculo do número de estratos, quando se utiliza a variável volume, ajustou-se muito bem e demonstrou que esse número não deve ultrapassar a 10.
- 2) A função proposta demonstrou igual resultado para aplicações em florestas plantadas e naturais.
- 3) Ficou demonstrado, que a variância média dos estratos reduz a um patamar em torno de 25% do seu valor global, equivalente a de uma população onde se aplica a amostragem inteiramente aleatória.
- 4) O redutor de variância devido à estratificação representa 75% da variância total da população subdividida.
- 5) O número de estratos, considerando-se o que foi apresentado na

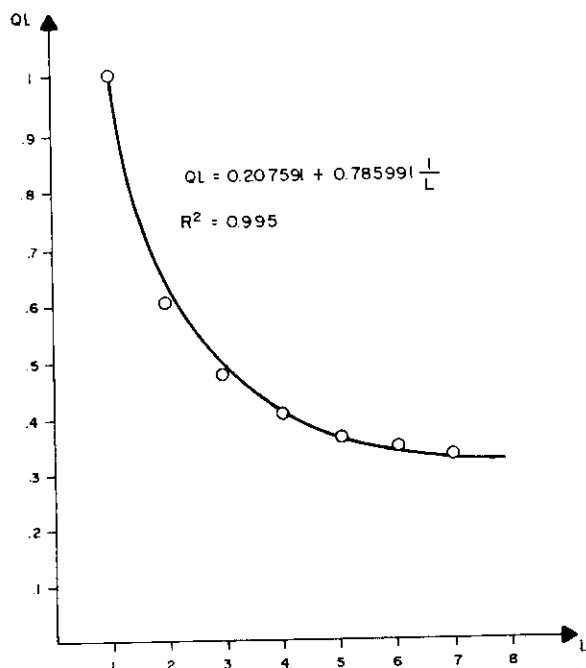


Figura 2 - Relação entre o quociente entre variâncias e o número de estratos em uma floresta natural em Iquitos - Peru
 Figure 2 - Relation between the ratio of variances and the number of strata in a natural forest in Iquitos - Peru

Tabela 4 - Avaliação comparativa das reduções de Q_l em função do número de estratos para florestas naturais e plantadas
 Table 4 - Comparison of the decrease of Q_l as a function of the number of strata in natural and man-made forests

L ^a	Q _l ^b	
	floresta plantada <i>man-made forest</i>	floresta natural <i>natural forest</i>
1	1,00	1,00
2	0,69	0,60
3	0,49	0,47
4	0,45	0,40
9	0,34	0,29

^a número de estratos/*number of strata*

^b definido conforme fórmula (1)/*defined as formula (1)*

Tabela 3, deve sempre ser configurado quando ainda se mantém a significância entre suas médias volumétricas, o que em uma população florestal, seja plantada ou natural, não deve, em termos conservadores, ser maior que 10.

BIBLIOGRAFIA CITADA

- AGUSTIN, G. V. 1981. **Avaliação estrutural e quantitativa de uma floresta tropical úmida em Iquitos - Peru**. Dissertação de Mestrado - Pós-Graduação em Engenharia Florestal - UFPR. Curitiba. 144 p.
- COCHRAN, W. G. 1963. **Sampling Techniques**. 2nd. ed. John Wiley & Sons. Inc. New York and London, 413 p.
- PÉLLICO NETTO, S. 1979. **Die Forstinventuren in Brasilien. Neue Entwicklungen und ihr Beitrag für eine geregelte Forstwirtschaft**. Tese de Doutorado. Mitteilungen aus dem Arbeitskreis für Forstliche Biometrie. Freiburg i Br. 232 p.
- PRODAN, M. 1965. **Holzmesslehre**. Saunderländer's Verlag, Frankfurt am Main, 644 p.

Trabalho submetido em 01.94 e aceito em 11.95