

MODELOS VOLUMÉTRICOS MISTOS EM CLONES DE *EUCALYPTUS* NO POLO GESSEIRO DO ARARIPE, PERNAMBUCO

Joseilme Fernandes Gouveia^{1*}, José Antônio Aleixo da Silva², Rinaldo Luiz Caraciolo Ferreira²,
Fernando Henrique Lima Gadelha³, Luiz Medeiros de Araújo Lima Filho⁴

¹Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Ciências Exatas, Rio Tinto, Paraíba, Brasil - joseilme@dce.ufpb.br

²Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Ciências Florestais, Recife, Pernambuco, Brasil - jaaleixo@uol.com.br; rinaldo@dfl.ufrpe.br

³Agência Estadual de Meio Ambiente de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil - fhlg_9@hotmail.com

⁴Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Estatística, João Pessoa, Paraíba, Brasil - luiz@de.ufpb.br

Recebido para publicação: 16/06/2014 – Aceito para publicação: 26/02/2015

Resumo

O presente estudo teve como objetivo estimar o volume de clones de *Eucalyptus* utilizando modelos mistos. A base de dados foi proveniente de um povoamento de clones de *Eucalyptus* localizado na Chapada do Araripe, no semiárido do estado de Pernambuco. Foram cubadas rigorosamente, pelo método de Smalian, 89 árvores na idade de sete anos e meio. O modelo de Schumacher e Hall foi utilizado como testemunha, para comparação com os modelos não lineares mistos. Os ajustes dos modelos mistos foram realizados adotando-se seis estruturas distintas para a matriz de variância e covariância. A seleção da melhor equação se deu por meio do critério de informação de Akaike (AIC), Teste da Razão de Máxima Verossimilhança (TRMV), Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM) e Teste de Vuong. De acordo com os critérios adotados, os modelos mistos obtiveram melhores ajustes quando comparados com o modelo clássico de Schumacher e Hall, apresentando uma redução no erro percentual absoluto médio de 4,6% para 3,2%. Diante dos resultados obtidos, os modelos mistos não lineares se mostram bastante eficazes para modelagem do volume de *Eucalyptus* e tendem a contribuir para a redução dos custos do inventário com uma maior acurácia.

Palavras-chave: Inventário florestal; estimação volumétrica; comparação entre modelos.

Abstract

Mixed volumetric models in clones of Eucalyptus in the gypsum pole of Araripe, Pernambuco. The present research aimed to estimate the volume of Eucalyptus clones using mixed models. The database was derived from an experiment of Eucalyptus clones, located in the Chapada do Araripe, semiarid of the Pernambuco State. 89 trees were cubed by the method Smalian at the age of seven and a half years. The model of Schumacher and Hall was used as a control for comparison with the nonlinear mixed models. The adjustments of the mixed models were performed by adopting six distinct structures for the matrix of variances and covariances. The selection the best equation was done using the Akaike information criterion (AIC) Test Likelihood Ratio (TRMV), Mean Absolute Percentage Error (EPAM) and Vuong test. According to the criteria adopted, mixed models obtain better adjustments when compared with the classical model of Schumacher and Hall, resulting in a decrease in mean absolute percentage error of 4.6% to 3.2%. Based on these results, the nonlinear mixed models appear quite effective for modeling the volume of Eucalyptus and tend to contribute to the reduction of inventory costs with greater accuracy.

Keywords: Forest inventory; volumetric estimation; comparing models.

INTRODUÇÃO

Com o aumento do desenvolvimento dos setores sociais e industriais, tem crescido a busca por recursos energéticos, que tem sido suprida principalmente pelas florestas nativas, com a procura da biomassa, que possui a vantagem de ser de fácil aquisição e de menor custo. Dessa forma, cresce o número de áreas desertificadas em ritmo acelerado, em razão da exploração irresponsável dos recursos florestais (OLIVEIRA *et al.*, 2006; BARROS *et al.*, 2010).

Uma opção viável econômica e ambientalmente é o plantio de florestas de rápido crescimento nessas áreas, pois são economicamente rentáveis e em curto espaço de tempo podem oferecer matéria-prima para a demanda da indústria, além de atenuar a devastação da vegetação nativa, recuperar solos e combater os processos erosivos.

Entre os gêneros que são considerados para florestas de rápido crescimento, os eucaliptos estão entre as melhores opções para o reflorestamento, devido a sua alta taxa de crescimento, resistência e elevado nível de melhoramento genético em produtividade e qualidade (LIMA FILHO *et al.*, 2012).

Enquanto uma vegetação nativa, na região do Araripe, necessita de um período de quinze anos para completar seu ciclo de rotação, os eucaliptos apresentam maior produtividade em um período compreendido entre 5 e 6 anos de rotação (GADELHA *et al.*, 2012).

A região do Polo Gesseiro do Araripe, localizada na microrregião de Araripina, semiárido pernambucano, tem como principal fonte energética a madeira proveniente da caatinga. De acordo com Barros *et al.* (2010), aproximadamente 94% dessa madeira é retirada sem o devido manejo florestal, ou seja, de forma ilegal. As indústrias de gesso consomem cerca de 496 mil metros cúbicos de lenha por ano, porém esse consumo vem aumentando a cada ano. Estima-se que a região do Polo consuma anualmente algo em torno de 589 mil metros cúbicos de lenha, que é utilizada como fonte de energia para diversos fins (BARROS *et al.*, 2010).

Com base nesse contexto, a estimativa de produção é fundamental para todas as atividades de planejamento em um povoamento florestal, principalmente para prever a viabilidade da implantação dessas florestas, sendo o volume individual a base para se estimar todo o conteúdo lenhoso dos povoamentos florestais (MACHADO *et al.*, 2000; THOMAS *et al.*, 2006).

Normalmente, a estimativa volumétrica dos clones de eucaliptos é baseada em equações que têm como variáveis independentes diâmetro à altura do peito (DAP) e altura total da árvore (H). De acordo com Scolforo *et al.* (2004) e Thomas *et al.* (2006), o modelo de Schumacher e Hall tem se destacado na estimativa do volume de árvores. No entanto, os modelos de regressão clássicos se baseiam em algumas pressuposições básicas, entre elas a independência entre as observações e a homogeneidade da variância, que nem sempre são satisfeitas.

Uma alternativa para considerar dados correlacionados e modelar explicitamente a estrutura de covariância é o uso de modelos mistos. Com os modelos mistos é possível generalizar estruturas de correlações espaço-temporais e variância não constante. Os modelos mistos são uma das técnicas mais sofisticadas de regressão, tendo o trabalho de Lappi (1991) como pioneiro na área florestal.

O modelo misto possibilita incluir, na estrutura do modelo, um conjunto de variáveis não observáveis, denominado de *efeitos aleatórios*, incorporando a variabilidade da árvore, de maneira a permitir, junto às variáveis observáveis, denominadas de *efeitos fixos*, o ajuste de um modelo mais consistente (PINHEIROS; BATES, 2000). Geralmente, nas ciências florestais, os modelos mistos são aplicados em problemas não lineares, como crescimento em altura de eucaliptos e avaliações genéticas (CALEGARIO *et al.*, 2005; COSTA *et al.*, 2005; MORA, 2006).

No ajuste dos modelos mistos, é possível realizar a estimação volumétrica para cada árvore, permitindo verificar melhor a variabilidade do modelo. Outra informação importante fornecida pelo modelo é a estimação do volume médio das árvores. Desse modo, os modelos volumétricos são de fundamental importância para o manejo sustentado e para promover o melhor uso dos recursos florestais, sendo esses modelos essenciais na análise do volume e produção de floresta, resultando na redução de custos no inventário florestal.

Dessa forma, o presente trabalho teve como objetivo avaliar o emprego de modelos não lineares de efeitos mistos para estimar o volume do clone de híbrido de *Eucalyptus urophylla* (cruzamento natural) na região do Polo Gesseiro do Araripe e comparar com o modelo clássico de Schumacher e Hall, utilizado como controle.

MATERIAL E MÉTODOS

A base de dados é proveniente de um povoamento clonal de *Eucalyptus* localizado na estação experimental do Instituto Agrônomo do Pernambuco (IPA), no Município de Araripina, no semiárido de Pernambuco. Possui como coordenadas geográficas de posição 07°29'00" S e 40°36'00" W e altitude de 816 metros. Segundo Mergulhão *et al.* (2007), apresenta clima semiárido mesotérmico. A precipitação

média anual é de aproximadamente 735 mm. A temperatura média anual é de 24 °C, com muita variação entre o dia e a noite. O solo é do tipo Latossolo Vermelho-Amarelo (LIMA FILHO *et al.*, 2012).

O experimento foi implementado no início do mês de março de 2002, em uma área de 2,352 ha, com espaçamento de 3 x 2 m. As mensurações foram realizadas a cada 6 meses, sendo a primeira aos 12 meses de idade e a última aos 90 meses, data em que as árvores foram colhidas. Todas as árvores foram cortadas a 15 centímetros acima do solo.

Para realização desta pesquisa, foram utilizadas 89 árvores do clone híbrido de *Eucalyptus urophylla* (cruzamento natural). Foram mensuradas as variáveis altura total (H) e a circunferência a 1,30 m do solo (CAP) 14 vezes durante 7 anos e meio, totalizando 1246 observações. Ao fim do experimento, aos 7 anos e meio, as árvores foram derrubadas e seus volumes foram determinados pela fórmula de Smalian (LOETSCH *et al.*, 1973). Os volumes nas datas anteriores foram estimados por equações volumétricas construídas para o local de acordo com Alves (2007) e Silva (2008). O modelo de Schumacher-Hall foi utilizado para estimar o volume das 1246 observações, que é dado por:

$$v_{ij} = \beta_0 DAP_{ij}^{\beta_1} H_{ij}^{\beta_2} \cdot \epsilon_{ij} \quad (1)$$

em que: β_0 , β_1 e β_2 são os parâmetros a serem estimados; v_{ij} representa o volume em metros cúbicos da i -ésima árvore no j -ésimo tempo; ϵ_{ij} é o erro aleatório.

Com o objetivo de estimar a produção volumétrica, foi incorporado no modelo de Schumacher e Hall a variabilidade existente em cada árvore. Com isso, tem-se o modelo não linear de efeitos mistos com parâmetros fixos e aleatórios. O modelo não linear misto (MNLM) para i -ésima árvore no j -ésimo tempo é expresso por:

$$y_{ij} = f(\phi_{ij}, x_{ij}) + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, t$$

em que: y_{ij} é o vetor ($n \times 1$) de volume observado da i -ésima árvore no j -ésimo tempo; x_{ij} é vetor ($n \times p$) de covariáveis da i -ésima árvore no j -ésimo tempo; f é uma função diferenciável e não linear em pelo menos um dos componentes do vetor de parâmetros ϕ_{ij} ; ϵ_{ij} é o vetor ($n \times 1$) de erros aleatórios das árvores, com distribuição normal, média zero e variância constante σ^2 .

O vetor de parâmetros varia de indivíduo para indivíduo. Em um segundo estágio, o vetor de parâmetros ϕ_{ij} é modelado da seguinte forma:

$$\phi_{ij} = A_{ij}\beta + B_{ij}\gamma_i, \quad \gamma_i \sim N(0, \sigma^2 D)$$

em que: β é vetor ($p \times 1$) de parâmetro populacional de efeitos fixos; γ_i é o vetor ($q \times 1$) de efeitos aleatórios desconhecidos; A_{ij} ($n \times p$) e B_{ij} ($n \times q$) são as matrizes de incidências dos efeitos fixos e aleatórios, respectivamente; $\sigma^2 D$ é a matriz de variância e covariância positiva-definida (LINDSTROM; BATES, 1990).

Em geral, o modelo não linear de efeitos mistos pode ser expresso da seguinte forma: $f(A_i\beta + B_i\gamma_i, x_{ij})$. Admite-se que γ_i e ϵ_i são independentes e que $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2 \Lambda_i)$. Em algumas situações, $\sigma^2 \Lambda_i = \sigma^2 I_n$, em que I_n é uma matriz identidade de ordem n , porém Λ_i pode assumir diversas estruturas de covariância marginal espacial, como, por exemplo, a estrutura autorregressiva de primeira ordem. Usualmente, o número de parâmetros em Λ_i é pequeno.

Os parâmetros do modelo são estimados pelo método da máxima verossimilhança, com base na densidade marginal de Y . Em geral, a densidade marginal do vetor de respostas y_i não possui forma fechada, quando se trata de modelo de função não linear em γ , exceto quando f é linear em γ .

Para efeito de análise dos efeitos aleatórios, os modelos foram definidos de 1 a 7, nos quais as diferenças residem nas especificações dos efeitos aleatórios:

- Modelo 1 - $v_{ij} = (\beta_0 + \gamma_0) + (\beta_1 + \gamma_1)DAP_i + (\beta_2 + \gamma_2)H_i + \epsilon_{ij}$;
- Modelo 2 - $v_{ij} = (\beta_0 + \gamma_0) + (\beta_1)DAP_i + (\beta_2)H_i + \epsilon_{ij}$;

- Modelo 3 - $v_{ij} = (\beta_0) + (\beta_1 + \gamma_1)DAP_i + (\beta_2)H_i + \varepsilon_{ij}$;
- Modelo 4 - $v_{ij} = (\beta_0) + (\beta_1)DAP_i + (\beta_2 + \gamma_2)H_i + \varepsilon_{ij}$;
- Modelo 5 - $v_{ij} = (\beta_0 + \gamma_0) + (\beta_1 + \gamma_1)DAP_i + (\beta_2)H_i + \varepsilon_{ij}$;
- Modelo 6 - $v_{ij} = (\beta_0) + (\beta_1 + \gamma_1)DAP_i + (\beta_2 + \gamma_2)H_i + \varepsilon_{ij}$;
- Modelo 7 - $v_{ij} = (\beta_0 + \gamma_0) + (\beta_1)DAP_i + (\beta_2 + \gamma_2)H_i + \varepsilon_{ij}$.

Outra etapa importante na modelagem dos modelos mistos é a escolha da estrutura de covariância, pois ela visa obter uma estrutura parcimoniosa, que explique bem a variabilidade dos dados e a correlação entre as medidas com um número pequeno de parâmetros. Essa escolha pode afetar diretamente as estimativas dos parâmetros, os erros padrão de efeitos fixos e aleatórios, diagnósticos e inferências. Sua seleção irá depender das estruturas dos dados, de informações empíricas e da disponibilidade computacional.

As modelagens destas estruturas para o modelo linear misto e não linear misto são basicamente idênticas. Nesta pesquisa, foram utilizadas 14 estruturas, entre as quais Componente de Variância (CV), Não Estruturada (NE), Simétrica Composta (SC), Autorregressiva de Primeira Ordem (AR(1)), Autorregressiva de Primeira Ordem Heterogênea (ARH(1)), Simétrica Composta Heterogênea (CSH), Toeplitz (TOEP), Autorregressiva de Primeira Ordem Médias Móveis (ARMA(1,1)), Toeplitz Heterogênea (TOEPH), Ante-Dependência de Ordem 1 (ANTE(1)), Correlação sem Estrutura (CSE), Espacial (SP(POW)(c-list)), Diagonal Principal (UN(1)) e Huynh-Feldt (H-F). Mais detalhes sobre essas estruturas podem ser encontrados em (PINHEIROS; BATES, 2000; DAVIDIAN; GILTINAN, 1995).

A função de variância de “poder das covariantes”, expressa por “*varPower*” no software R, foi utilizada para modelar a heterocedasticidade existente nos dados. De acordo com Pinheiro e Bates (2000), o modelo de variância é dado por:

$$\text{Var}(\varepsilon_{ij}) = \sigma^2 |v_{ij}|^{2\delta}$$

com a seguinte função de variância correspondente:

$$g(v_{ij}, \delta) = |v_{ij}|^\delta$$

em que: v_{ij} é um poder do valor absoluto da variância da covariante; δ é o parâmetro irrestrito.

Escolha do modelo

Para a escolha da estrutura da matriz de variância e covariância, foi utilizado o critério de informação de Akaike (AIC) e o teste da razão de verossimilhança. Adicionalmente, para a escolha do melhor modelo, levou-se também em consideração o erro percentual absoluto médio (EPAM) e o teste de Vuong (1989). De acordo com Floriano *et al.* (2006), o AIC é baseado no valor da verossimilhança e no número de parâmetro. Sua expressão é dada por:

$$AIC = -2l(\hat{\theta}) + 2p$$

em que: $l(\hat{\theta})$ é a log-verossimilhança maximizada; p é o número de parâmetros.

Segundo esse critério, o melhor modelo será o que apresentar o menor AIC.

Segundo Pinheiro e Bates (2000), a estatística para o teste da razão de verossimilhança é especificada por:

$$w = 2[l(\hat{\theta}) - l(\tilde{\theta})]$$

que tem, assintoticamente e sob certas condições de regularidade, distribuição χ_q^2 , em que q é a diferença entre a quantidade de parâmetros do modelo sob a hipótese alternativa e do modelo sob hipótese nula. Rejeita-se a hipótese nula, se $w \geq \chi_{q,1-\alpha}^2$, em que χ_q^2 é o ponto crítico da distribuição correspondente ao nível de significância α (NADARAJAH; KOTZ, 2005).

O erro percentual absoluto médio (EPAM) é definido por:

$$EPAM(\%) = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i}$$

em que: y_i = valores observados; \hat{y}_i = valores ajustados; n = número de observações.

O modelo que apresentar o menor valor EPAM é o que melhor explica os dados (LIMA FILHO *et al.*, 2012).

Para comparação entre os modelos não aninhados, foi utilizado o teste de razão de verossimilhança de Vuong (1989). A estatística do teste é dada por:

$$T_{RLNN} = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{LR(\hat{\theta}, \hat{\beta})}{\hat{\omega}^2}$$

em que:

$$\hat{\omega}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\log \frac{f(y_i|x_i, \hat{\theta})}{g(y_i|x_i, \hat{\beta})} \right)^2 - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\log \frac{f(y_i|x_i, \hat{\theta})}{g(y_i|x_i, \hat{\beta})} \right) \right]^2$$

é um estimador para variância de $\frac{1}{\sqrt{n}} LR(\hat{\theta}, \hat{\beta})$ e $LR(\hat{\theta}, \hat{\beta})$ é o teste da razão de verossimilhança.

A estatística tem, assintoticamente,

$$T_{LRNN} \xrightarrow{d} N(0,1)$$

sob

$$H_0: E \left[\log \frac{f(y_i|x_i, \hat{\theta})}{g(y_i|x_i, \hat{\beta})} \right] = 0$$

ou seja, os modelos são equivalentes ao nível α de significância, sendo $Z_{\alpha/2}$ o valor crítico da distribuição normal padrão, rejeitando-se a hipótese nula se $|T_{RLNN}| > Z_{1-\alpha/2}$.

As análises estatísticas deste estudo foram realizadas no programa R Development Core Team versão 2.15.2.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A tabela 1 apresenta as estimativas dos parâmetros dos efeitos fixos e efeitos aleatórios pelo modelo não linear misto, adotando estrutura não estruturada na matriz de variância e covariância. É possível observar que todos os parâmetros fixos foram significativos e apresentaram erros padrão pequenos. Os parâmetros de efeitos aleatórios, em geral, foram pequenos e o valor para o parâmetro γ_1 foi bem menor do que γ_0 e γ_2 , o que sugere que tal parâmetro pode ser considerado fixo.

Após o ajuste inicial do modelo não linear de Schumacher e Hall misto com efeitos aleatórios nos três parâmetros pelo método da máxima verossimilhança, foram ajustados os modelos considerando diversas estruturas para a matriz de variância e covariância.

A tabela 2 apresenta os critérios de seleção para diversas estruturas para matriz de covariância. Dentre elas, a que melhor se ajustou à estimação volumétrica dos eucaliptos foi a autorregressiva de primeira ordem heterogênea, que apresentou menor valor de AIC. Além disso, realizando o teste da razão de verossimilhanças e tomando tal estrutura como hipótese alternativa, comparou-se com os modelos restantes.

Na tabela 2, é possível observar que as hipóteses nulas foram praticamente todas rejeitadas, com exceção para estrutura autorregressiva de primeira ordem, que não apresentou diferença significativa em relação à autorregressiva de primeira ordem heterogênea. Porém decidiu-se utilizar a ARH(1) devido ao critério do AIC. Outras estruturas para matriz de variância e covariância foram testadas, porém, ora elas não convergiram, ora não apresentaram matriz de variância positiva definida, razão pela qual não foram apresentados.

Tabela 1. Estimativa dos parâmetros dos efeitos fixos e efeitos aleatórios pelo modelo não linear misto, adotando estrutura não estruturada na matriz de variância e covariância.

Table 1. Estimation of the parameters of the fixed effects and random effects by nonlinear mixed model adopting structure in unstructured variance and covariance matrix.

Parâmetros	Efeitos fixos				Efeitos aleatórios		
	Estimativa	Erro padrão	Valor-t	Valor-p	Parâmetros	Estimativa	Erro padrão
β_0	0,2753	0,0101	27,0970	< 0,001	γ_0	0,0357	0,0091
β_1	2,0238	0,0033	609,4046	< 0,001	γ_1	0,0089	0,0079
β_2	1,1188	0,0103	108,4122	< 0,001	γ_2	0,0364	0,0128
Residual		0,0415				0,0023	

Tabela 2. Seleção das estruturas da matriz de variância e covariância.

Table 2. Selection of the structures of the matrix of variance and covariance.

Modelo	AIC	LogLik	Teste	TRMV	p-valor
1. Diagonal	-11608,09	5811,044	1 vs 6	1555,58	< 0,001
2. Simétrica C. H. (CSH)	-11652,75	5813,135	2 vs 6	1502,92	< 0,001
3. Não Estruturada	-11639,34	5811,375	3 vs 6	1518,33	< 0,001
4. Comp. Var. (CV)	-11654,28	5815,254	4 vs 6	773,582	< 0,001
5. Autorreg. AR(1)	-13153,91	6587,958	5 vs 6	1,175	< 0,714
6. Autorreg. ARH(1)	-13155,67	6588,836	---	---	---

Uma vez escolhida a melhor estrutura para matriz de covariância, surge a necessidade de verificar qual ou quais dos efeitos aleatórios devem permanecer no modelo. O modelo de Schumacher e Hall com três efeitos aleatórios adotando estrutura autorregressiva de primeira ordem heterogênea na matriz de variância e covariância foi tomado como referência.

Na tabela 3, observam-se os resultados dos ajustes dos setes modelos por meio do método da máxima verossimilhança adotando estrutura autorregressiva de primeira ordem heterogênea na matriz de variância e covariância, tomando, como referência, os critérios de seleção dos modelos, ou seja, AIC e EPAM, que indicam qual modelo deve ser selecionado.

Tabela 3. Critérios de seleção para os efeitos aleatórios.

Table 3. Selection criteria of random effects.

Modelo	AIC	EPAM(%)	Teste	TRMV	p-valor
1	-13155,67	3,85	1 vs 7	8,092	< 0,015
2	-13003,48	4,11	2 vs 7	170,280	< 0,001
3	-13121,56	3,90	3 vs 7	52,204	< 0,001
4	-12985,17	4,22	4 vs 7	188,598	< 0,001
5	-13132,18	3,84	5 vs 7	37,580	< 0,001
6	-13128,16	3,85	6 vs 7	41,602	< 0,001
7	-13175,76	3,81	----	---	----

De acordo com tais critérios, o modelo que melhor se ajustou aos dados foi o modelo 7, com efeitos aleatórios γ_0 e γ_2 , pois apresentou o menor valor de AIC e EPAM. Verificou-se que todas as hipóteses nulas do TRMV foram rejeitadas, comprovando que o modelo de Schumacher e Hall com efeito aleatório γ_0 e γ_2 adotando estrutura autorregressiva de primeira ordem heterogênea na matriz de covariância foi o que melhor se ajustou aos dados.

Uma das grandes vantagens dos modelos que incluem os efeitos aleatórios, com relação aos modelos de efeitos fixos, é a redução do erro padrão residual. Em Calegario *et al.* (2005), que estudaram a área basal de clones de *Eucalyptus*, a redução foi de aproximadamente 15 vezes. Neste trabalho, a redução do erro padrão residual foi de 0,0591 para 0,0023, ou seja, uma diminuição de aproximadamente 26 vezes.

Dando sequência à análise do modelo, o próximo passo foi analisar os resíduos, para verificar se as pressuposições de normalidade e homocedasticidade do modelo estão sendo satisfeitas. Na figura 1, observa-se a distribuição dos resíduos, que indica que eles estão aproximadamente distribuídos em torno de zero, porém com variância não constante, mas crescente do tipo funil, situação semelhante encontrada

por Carvalho *et al.* (2011), na estimação da área basal e do volume de *Eucalyptus urocamaldulensis*. Além disso, verificam-se algumas observações discrepantes.

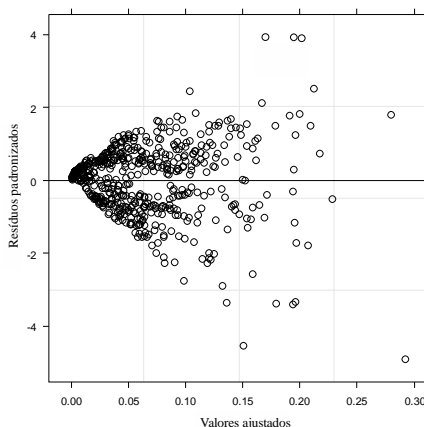


Figura 1. Resíduos padronizados versus valores ajustados para o modelo não linear de efeitos mistos.
Figure 1. Standardized residuals versus fitted values for nonlinear mixed effects model.

Para resolver o problema da heterocedasticidade existente nos dados, foi utilizada a função poder de covariâncias, que, no programa R, é expressa por “*varPower*”, com o objetivo de modelar a variância. A inclusão de tal função reduziu sensivelmente o erro padrão da estimativa do modelo em 91,4%, bem como proporcionou um aumento significativo na log-verossimilhança de 6592,882 para 7625,697 e redução no valor do AIC de -13175,76 para -15233,39. O teste da razão de verossimilhanças foi significativo com valor de p ($< 0,001$), ou seja, o modelo com função de variância ajustou-se melhor aos dados.

Carvalho *et al.* (2011) também fizeram uso de tais funções nos processos de modelagem, que tem a vantagem de trabalhar com dados originais, sem a necessidade de transformações, para que possam ser atendidas as pressuposições do modelo.

A figura 2 apresenta os resíduos padronizados *versus* valores ajustados para o modelo não linear de efeitos mistos, adotando matriz ARH(1), com função de variância.

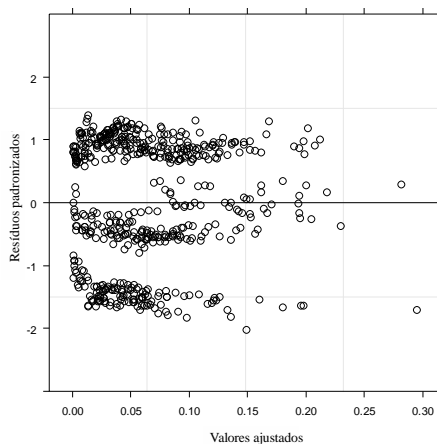


Figura 2. Resíduos padronizados *versus* valores ajustados para o modelo não linear de efeitos mistos, adotando matriz ARH(1), com função de variância.

Figure 2. Standardized residuals versus fitted values for nonlinear mixed effects model, adopting matrix ARH (1), with variance function.

Na figura 2, observa-se que, com o uso da função de variância, os resíduos padronizados apresentaram-se bem distribuídos, com média em torno de zero e variância constante, ou seja, não há afastamento da suposição de homogeneidade em relação às observações. Apenas uma observação aparece como discrepante, ou seja, fora dos limites de confiança de -2 a 2, porém, por ser uma quantidade pequena, não interfere na inferência do modelo, indicando assim que ele está bem ajustado (COSTA *et al.*, 2012).

A tabela 4 apresenta as estimativas dos parâmetros dos efeitos fixos e efeitos aleatórios pelo modelo não linear misto, adotando estrutura autorregressiva de primeira ordem heterogênea na matriz de variância e covariância e função variância “*Varpower*”. Percebe-se que todos os parâmetros fixos foram significativos, e os parâmetros dos efeitos aleatórios γ_0 e γ_2 foram pequenos, evidenciando que o modelo está bem ajustado.

Tabela 4. Estimativa dos parâmetros dos efeitos fixos e efeitos aleatórios pelo modelo não linear misto, adotando estrutura autorregressiva de primeira ordem heterogênea na matriz de variância e covariância e função de variância “*Varpower*”.

Table 4. Estimation of the parameters of the fixed effects and random effects by nonlinear mixed structure model adopting auto regressive first-order heterogeneous matrix of variance and covariance and variance function “*Varpower*”.

Parâmetros	Efeitos fixos				Efeitos aleatórios		
	Estimativa	Erro padrão	Valor-t	Valor-p	Parâmetros	Estimativa	Erro padrão
β_0	0,3641	0,0057	64,0469	< 0,0001	γ_0	0,0113	0,0042
β_1	2,0114	0,0021	966,9601	< 0,0001	γ_1	----	----
β_2	0,9944	0,0061	163,2323	< 0,0001	γ_2	0,0153	0,0090
Residual		0,0154				0,0023	

Quanto à normalidade dos resíduos, utilizou-se o gráfico dos resíduos padronizados *versus* quantis da distribuição normal padrão apresentado na figura 3. Como os pontos estão dispostos aproximadamente sobre uma reta, é razoável supor que os dados seguem uma distribuição normal.

Na figura 4, é possível observar o gráfico dos quantis da distribuição normal padrão *versus* efeitos aleatórios indicados para verificação da normalidade dos efeitos aleatórios. Verifica-se que os efeitos estão razoavelmente dispostos sobre uma reta, o que acaba satisfazendo aproximadamente a suposição de normalidade.

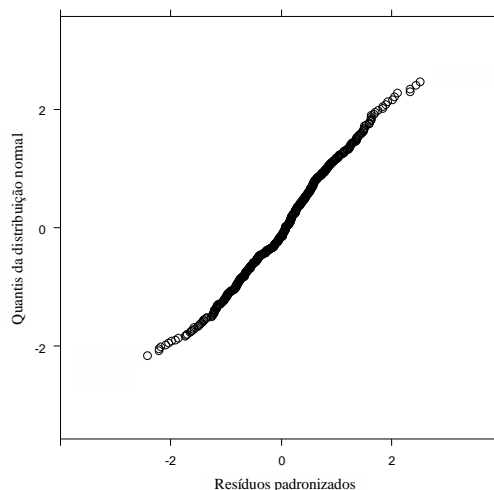


Figura 3. Resíduos padronizados *versus* quantis da distribuição normal padrão.

Figure 3. Standardized residuals versus quantiles of the standard normal distribution.

Após essa etapa, foi ajustado o modelo clássico de Schumacher e Hall (MSH) para servir de controle na comparação entre os modelos. A equação do modelo de Schumacher e Hall ajustado à estimativa volumétrica de *Eucalyptus* é dada por:

$$\widehat{Vol}_i = 0,2986 \cdot DAP_i^{2,0241} \cdot H_i^{1,0811}$$

A tabela 5 mostra a comparação entre o MSH e o MNLM.

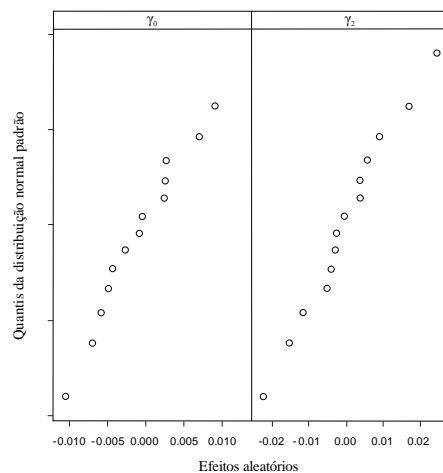


Figura 4. Quantis da distribuição normal padrão *versus* efeitos aleatórios.
 Figure 4. Quantiles of the standard normal distribution versus random effects.

Tabela 5. Critério de seleção dos modelos.

Table 5. Selection criteria of models.

Modelos	AIC	EPAM(%)	Teste	Vuong	p-valor
MSH	-9740,199	4,609	---	---	---
MNLM	-15229,410	3,231	MSH vs MNLM	8,982	< 0,001

De acordo com os critérios estabelecidos, o MNLM com efeitos aleatórios γ_0 e γ_2 foi o que melhor se ajustou às estimativas volumétricas de *Eucalyptus*, pois apresentou menor AIC e EPAM. O teste de Vuong também confirmou que tal modelo se ajustou melhor ao conjunto de dados.

CONCLUSÕES

- Os MNLM adotando as seis estruturas abordadas neste trabalho para a matriz de variância e covariância, e considerando os efeitos aleatórios nos três parâmetros, tiveram desempenho superior ao modelo clássico de Schumacher e Hall, segundo o critério AIC.
- O MNLM adotando estrutura autorregressiva de primeira ordem heterogênea para matriz de variância e covariância, com efeitos aleatórios em γ_0 e γ_2 e com função de variância teve o melhor desempenho entre todos os modelos analisados para estimar o volume do clone de híbrido de *Eucalyptus urophylla* (cruzamento natural) na região do Polo Gesseiro do Araripe. Em relação ao modelo clássico de Schumacher e Hall, o modelo misto selecionado propiciou uma redução no erro percentual absoluto médio de 4,6% para 3,2%, bem como redução significativa no valor do AIC.
- Os modelos mistos se mostraram bastante eficazes na modelagem do volume de *Eucalyptus*, resultando na recomendação do seu uso, devido ao aumento na precisão.

REFERÊNCIAS

- ALVES, A. M. C. **Quantificação da produção de biomassa e do teor de carbono fixado por clones de eucalipto no Polo Gesseiro do Araripe, PE.** 75 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE, 2007.
- BARROS, B. C.; SILVA, J. A. A.; FERREIRA, R. L. C.; REBOUÇAS, A. C. M. Volumetria e sobrevivência de espécies nativas e exóticas no Polo Gesseiro do Araripe, PE. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 20, n. 4, p. 641 - 647, 2010.
- CALEGARIO, N.; DANIELS, R. F.; SOUZA, A. L.; MAESTRI R. Estimativa do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada na teoria dos modelos lineares em multiníveis de efeitos mistos. **Revista Árvore**, Santa Maria, v. 29, n. 2, p. 251 - 261, 2005.

- CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N.; SILVA, F. F.; BORGES, L. A. A. C.; MENDONÇA, A. R.; LIMA, M. P. Modelos não lineares generalizados aplicados na predição da área basal e volume de *Eucalyptus* clonal. **Cerne**, Lavras, v. 17, n. 4, p. 541 - 548, 2011.
- COSTA, B. R.; RESENDE, M. D. V.; CONTINI, A. Z.; REGO, F. L. H.; ROA, R. A. R.; MARTINS, W. R. Avaliação genética de indivíduos de erva-mate (*Ilex paraguariensis* St.-Hil.) na região de Caarapó, MS, pelo procedimento REML/BLUP. **Revista Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 16, n. 2, p. 145 - 151, 2005.
- COSTA, T. R.; CAMPOS, L.; CYSNEIROS, F. J. A.; CUNHA FILHO, M. Modelos lineares mistos: uma aplicação na curva de lactação de vacas da raça Sindi. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 30, n. 1, p. 23 - 49, 2012.
- DAVIDIAN, M.; GILTINAN, D. M. **Nonlinear models for repeated measurement data**. New York: Chapman and Hall, v. 1., 1995. 360 p.
- FLORIANO, E. P.; MULLER, I.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R. Ajuste e seleção de modelos tradicionais para série temporal de dados de altura de árvores. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 16, n. 2, p. 177 - 199, 2006.
- GADELHA, F. H. L.; SILVA, J. A. A.; FERREIRA, R. L. C.; MELO, I. V.; JORGE, D. L.; TAVARES, J. A.; SILVA, S. P. R. Rendimento volumétrico e energético de clones de híbridos de *Eucalyptus* sp. no Polo Gesseiro do Araripe, PE. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 22, n. 2, p. 331 - 341, 2012.
- LAPPI, J. Calibration of height and volume equations with random parameters. **Forest Science**, Lawrence, v. 37, n. 3, p. 781 - 801, 1991.
- LIMA FILHO, L. M. A.; SILVA, J. A. A.; CORDEIRO, G. M.; FERREIRA, R. L. C. Modelagem do crescimento de clones de *Eucalyptus* usando o modelo de Chapman-Richards com diferentes distribuições simétricas dos erros. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 22, n. 4, p. 777 - 785, 2012.
- LINDSTROM, M. J.; BATES, D. M. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. **Biometrics**, v. 46, p. 673 - 678, 1990.
- LOETSCH, F.; ZÖHRER, F.; HALLER, K. E. **Forest inventory**. München: BLV, v. 2., 1973. 469 p.
- MACHADO, S. A.; MELLO, J. A.; BARROS, D. A. Comparação entre métodos para avaliação de volume total de madeira por unidade de área, para o pinheiro-do-paraná, na região Sul do Brasil. **Cerne**, Lavras, v. 6, n. 2, p. 55 - 66, 2000.
- MERGULHÃO, A. C. E. S.; OLIVEIRA, J. P.; BURITY, H. A. E.; MAIA, L. C. Potencial de infectividade de fungos micorrízicos arbusculares em áreas nativas e impactadas por mineração gesseira no semiárido brasileiro. **Hoehnea**, São Paulo, v. 34, n. 3, p. 341 - 348, 2007.
- MORA, F. Herebabilidad y valor genético (REML/BLUP) en genotipos de un eucalipto tolerante a la sequía en el Norte de Chile. **Revista Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 16, n. 2, p. 145 - 151, 2006.
- NADARAJAH, S.; KOTZ, S. The beta exponential distribution. **Reliability engineering and system safety**, v. 91, p. 689 - 697, 2005.
- OLIVEIRA, E.; VITAL, B. R.; PIMENTA, A. S.; LUCIA, R. M. D.; LADEIRA, A. M. M.; CARNEIRO, A. C. O. Estrutura anatômica da madeira e qualidade do carvão de *Mimosa tenuiflora* (Willd.) Poir. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 30, n. 2, p. 311 - 318, 2006.
- PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. New York: Springer-Verlag, 2000. v. 1. 528 p.
- SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Lahore, v. 47, n. 9, p. 719 - 734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S.; PEREZ, J. F. M.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, A. D.; CAMOLESI, J. F.; BORGES, L. F. R. Estimativa de volume, peso seco, peso de óleo e quantidade de moirões para a candeia (*Eremanthus erythropappus* (DC.). Macleish). **Cerne**, Lavras, v. 10 n. 1, p. 87 - 102, 2004.

SILVA, S. M. F. S. **Comparação entre equações volumétricas regionais equações baseadas em volumes da primeira tora em clones de *Eucalyptus* na Chapada do Araripe-PE**. 60 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE, 2008.

THOMAS, C.; ANDRADE, C. M.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise do tronco. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 16, n. 3, p. 319 - 327, 2006.

VUONG, Q. Likelihood ratio tests for model selection and nontested hypotheses. **Econometrica**, v. 57, p. 307 - 333, 1989.

