UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA "LUIZ DE QUEIROZ"
Departamento de Ciências Florestais

GERENCIAMENTO DA PRODUÇÃO FLORESTAL

Luiz Carlos E. Rodrigues

DOCUMENTOS FLORESTAIS
Piracicaba (13): 1-41, Mai.1991

"**DOCUMENTOS FLORESTAIS**" é o veículo de divulgação de textos elaborados pelo corpo docente do Departamento de Ciências Florestais da ESALQ/USP e aceitará para publicação, os seguintes tipos de trabalhos:

a) Monografias e outros textos que enfoquem temas relacionados com a ciência florestal e voltados para a atualização científica e enriquecimento do conteúdo programático das disciplinas do curso de Engenharia Florestal e do curso de Pós-Graduação em Ciências Florestais;
b) Trabalhos destinados à difusão de informações técnicas visando a atividades de educação e extensão florestal;
c) Material destinado à divulgação das atividades de pesquisa e extensão realizadas no Depto. de Ciências Florestais, que apresentem algum interesse para a comunidade florestal.

NORMALIZAÇÃO TÉCNICA

Divisão de Biblioteca e Documentação – DIBD/PCAP/USP

ENDEREÇO:

Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" - USP
Departamento de Ciências Florestais
Av. Pádua Dias, 11 Caixa Postal 9
13400 Piracicaba - SP

SUMÁRIO

GERENCIAMENTO FLORESTAL: métodos e modelos matemáticos

1. Introdução

Existe ainda uma tendência, no Brasil, de se relacionar manejo florestal apenas com aspectos silviculturais e biológicos de condução de uma floresta.. Os primeiros trabalhos que utilizaram o termo manejo florestal lidavam de fato com aspectos silviculturais de condução de povoamentos florestais. A explicação para isso reside na própria formação biológica dos profissionais ligados à área.

Com o passar do tempo, e principalmente no exterior, o manejo florestal passou a incluir também o manejo de bacias hidrográficas, o acompanhamento biométrico do crescimento florestal e outras especificidades. Com o aperfeiçoamento profissional criaram-se diferentes áreas de especialização e nelas se analisam, com muito mais profundidade, todos os aspectos envolvidos.

Neste trabalho são usados indistintamente os termos manejo florestal e gerenciamento florestal, utilizando para ambos a definição de manejo florestal dada por LEUSCHENER (1984):

> O *gerenciamento florestal* se *refere* ao *estudo* e *aplicação* de *técnicas analíticas* de *busca* das *alternativas* de *gerenciamento que mais contribuem* para os *objetivos organizacionais.*

As alternativas de gerenciamento florestal mencionadas na definição podem ser vistas como as diferentes formas de ação à disposição do gerente florestal para atingir seus objetivos. Dentre elas, destacam-se:

Cortar ou *não cortar:* alternativa de obtenção dos produtos florestais desejados na hora certa. Diferentes intervenções provocarão diferentes efeitos sobre o povoamento residual e por sua vez sobre os produtos. Estabelece, portanto, uma decisão sobre o momento e tipo de corte.

Práticas de reflorestamento: envolve diferentes sistemas de reflorestamento (reforma de povoamentos antigos, implantação povoamentos em novas áreas etc.), diferentes tipos de preparo de solo, composição de espécies, densidade de plantio etc.

Obras de engenharia: estabelece diferentes alternativas de alocação de estradas e carreadores, pátios de armazenamento de madeira etc., que não só afetarão a exploração futura como também a estabilidade dos solos, valores estéticos e possíveis atividades de recreação e caça.

Enfim, vistas de uma forma mais global, as alternativas dependem das diferentes possibilidades físicas de produção da floresta *sob* intervenção, que por sua vez são afetadas pela intervenção do homem. É fundamental, portanto, conhecer às conseqüências de tais intervenções. Técnicas analíticas (instrumentos de auxílio ao processo de tomada de decisão) são então, utilizadas para se avaliar quão próximo dos objetivos se encontra o planejador florestal (por exemplo, valor líquido presente e outras técnicas de descapitalização). Alguns conceitos, como valor esperado da terra, são casos especiais de análise financeira desenvolvidos para problemas florestais. Mesmo usando as mais perfeitas técnicas existentes, entretanto, não evitaremos o risco de tomarmos a decisão errada. Nas palavras de LEUSCHENER (1984):

> *"Essas técnicas analíticas fornecem os princípios gerais de escolha dentre ações. As técnicas podem nos dizer o que acontecerá se todas as pressuposições e projeções usadas na análise forem satisfeitas. Entretanto, o mundo real está cheio de riscos, e o resultado final nem sempre é o esperado. Os resultados analíticos devem ser considerados como diretrizes e não respostas irrevogáveis,..."*

2. Um Modelo Básico de Tomada de Decisão

A Figura 1 representa, de uma forma simplificada, o processo de tomada de decisão. Formas de representá-lo existiriam muitas, mais complexas, ou menos. Neste caso o importante é ter uma visão global do processo.

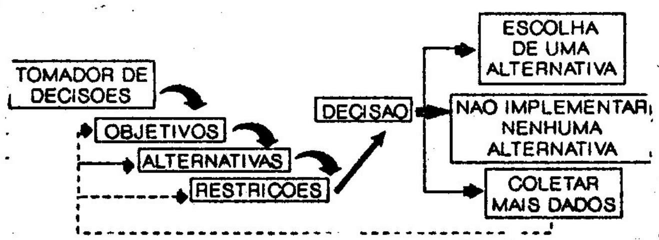

Figura 1. Modelo Básico de Tomada de Decisão

O tomador de decisões (administrador), no topo do processo, é o responsável pela decisão de qual alternativa escolher. Persegue um ou mais objetivos e para isso arma-se de informações para atingir o próximo passo, a listagem das alternativas disponíveis. Cada alternativa pode, parcial ou totalmente, atingir o(s) objetivo(s).
Existem barreiras e restrições que dificultam a obtenção dos objetivos. Tanto restrições físicas como econômicas podem ser identificadas. Por exemplo, a qualidade dos solos ocupados com florestas determinam o quanto de madeira pode ser obtido e o quanto respondem a certas intervenções silviculturais. A disponibilidade de terra, capital, equipamentos, insumos e trabalho pode estar limitada à uma restritiva dotação orçamentária.
O planejador, que é quem auxilia o administrador, deve escolher alternativas que alcancem os objetivos, sujeito, entretanto, às restrições existentes.
Listados os objetivos, as alternativas e as respectivas restrições pelo planejador, o administrador pode tomar uma das seguintes decisões: escolhe uma das alternativas; não faz nada; começa novamente o processo procurando mais informações para novas análises.
Depois desta rápida introdução, analisemos algumas técnicas que poderão nos auxiliar em situações de tomada de decisão e gerenciamento florestal.

3. Gerenciamento Florestal: alguns métodos importantes

Apresentam-se, a seguir, para duas situações distintas de gerenciamento florestal, os principais modelos matemáticos recomendados como técnicas de análise e como instrumentos auxiliares no processo de tomada de decisão. As duas situações distintas de planejamento surgem em torno de um mesmo problema: como, onde, e quando intervir na floresta?
O tipo da floresta e o objetivo do planejador diferenciam as situações:

1º caso: Determinação da idade ótima de corte. O objetivo principal é planejar a condução da floresta de forma a maximizar o volume produzido ou o resultado econômico dos investimentos sem que haja necessidade de um fluxo anual fixo de produção.
2º caso: Gerenciamento visando o controle do fluxo de produção. O objetivo principal é planejar a condução da floresta de forma a maximizar o resultado econômico dos investimentos, obrigando a produção a ser constante e superior a um mínimo estipulado pelo mercado. Para esta situação definiremos alguns modelos matemáticos de gerenciamento da produção florestal.

3.1. Determinação da idade ótima de corte

A determinação da idade ótima de corte de uma árvore ou floresta exige a explicitação do que se considera como idade ótima. Sabemos que a escolha de uma determinada idade de corte pode maximizar a produção anual média de uma floresta, mas não necessariamente o resultado econômico. Desta forma, definiremos três métodos de determinação da idade ótima de corte: maximização da produção anual média (método da maximização do incremento médio anual), determinação da maturidade financeira da produção florestal, e determinação do ciclo florestal financeiramente maduro e maximizador do valor de ocupação do solo (método da maximização do valor presente de uma série perpétua de ciclos florestais iguais).

3.1.1. Maximização do incremento médio anual

A *Figura* 2., através de uma representação teórica, mostra, no gráfico superior, o crescimento de uma floresta em volume ao longo do tempo. Considerando a idade da floresta um fator de produção, nota-se nessa curva o efeito de uma lei bastante conhecida em economia: a *lei dos rendimentos decrescentes*[1]. A ocorrência desse fenômeno é fundamental para a validade dos conceitos que serão apresentados.
Juntamente com a curva de crescimento em volume, a *Figura* 2 mostra também as curvas de incremento corrente anual (ICA) e incremento médio anual (IMA). Denomina-se ICA ao crescimento em volume ocorrido no período de um ano, e IMA ao resultado da divisão do volume pela idade da floresta. Deve ser notado que a curva de ICA atinge um máximo antes da curva de IMA, e que as duas curvas se cruzam no ponto de máximo IMA. Graficamente o ponto de máximo IMA corresponde ao ponto na curva de crescimento tangenciado por uma reta que sai da origem (ponto B).

---

[1] Aumentando-se em quantidades iguais o nível de um fator de produção - enquanto o nível dos demais e a tecnologia permanecem constantes - as quantidades correspondentes do produto aumentarão, mas, alem de um certo nível, esses aumentos serão cada vez menores.

Determinar a idade ótima de corte através deste critério implica, portanto, no corte da floresta quando esta atingir a idade de máximo IMA. Justifica-se o emprego deste método se considerarmos que ao longo de várias rotações florestais estaremos, em média, extraindo o maior volume possível.

Analisemos o exemplo apresentado na *Tabela* 1. A tabela apresenta, para uma floresta teórica, o volume total de madeira aproveitável (VT), e o correspondente incremento corrente anual (ICA) e incremento médio anual (IMA).

Observamos que a árvore para decrescer do 17º para o 18º ano, que o maior ICA ocorre do 9º para o 10º ano e que com 14 anos a árvore apresenta o maior IMA. Sabemos, entretanto, que a idade que maximiza o IMA está entre 14 e 15 anos, pois enquanto o ICA for maior que o IMA a árvore não terá atingido o máximo IMA. Este critério recomendaria corte para a floresta estivesse com 14 a 15 anos de idade.

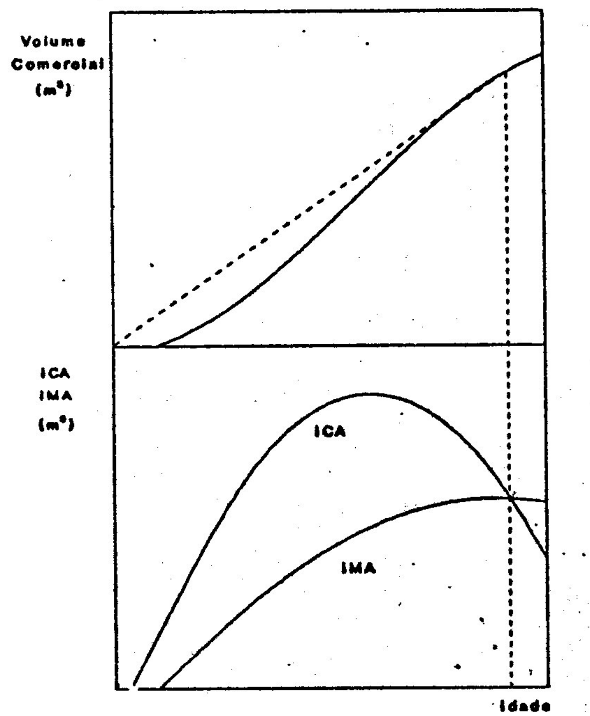

Figura 2. Curvas de crescimento.

3.1.2. Determinação da Maturidade Financeira

A determinação da maturidade financeira de um povoamento florestal apresenta similaridade com o problema de determinação do término de uma convenção. O encerramento de uma convenção é imposto pela necessidade dos participantes voltarem aos seus locais de origem e pela necessidade de se liberar o espaço ocupado pelo evento. O problema é otimizar a duração do evento de tal forma a conciliar necessidades, custos e benefícios.

Tabela 1. VT, ICA e IMA de uma Floresta Teórica

Idade (anos)	**VT (m^3/ha)**	**ICA (m^3/ha)**	**IMA (m^3/ha)**
3	0,7	-	0,2
4	20,9	20,2	5,2
5	50,5	29,6	10,1
6	88,0	37,4	14,7
7	131,5	43,6	18,8
8	179,5	48,0	22,4
9	230,2	50,7	25,6
10	282,0	51,8	28,2
11	333,1	51,1	30,3
12	382,0	48,8	31,8
13	426,8	44,8	32,8
14	**466,0**	**39,1**	**33,3**
15	497,7	31,8	33,2
16	520,4	22,7	32,5
17	532,4	12,0	31,3
18	532,4	0,0	29,6

Para solucionar este problema podemos lançar mão da análise marginal, bastante utilizada em economia. Cada hora a mais de reunião traz, no começo, benefícios crescentes. Isto, entretanto, não se mantém e tem início uma nova fase de benefícios marginais decrescentes (a satisfação resultante de uma hora a mais é cada vez menor). Em determinado momento o benefício marginal de estar mais uma hora na convenção se torna igual ao custo, e depois menor, não sendo mais interessante prolongar o evento. Determinar o momento ótimo de encerramento da convenção é, portanto, encontrar o instante exato em que prolongar por mais uma hora o evento resulta em custos e benefícios idênticos.

Analogamente, o problema de determinação da maturidade financeira de uma floresta apresenta um momento cujo custo de mantê-la em pé por mais um ano é igual ao benefício econômico da espera. O custo marginal (manter por mais um ano a floresta em pé) inclue o custo de ocupação do solo por mais um ano (renda da terra) e os juros que seriam pagos sobre o capital proveniente da exploração da floresta caso não se prolongasse mais a sua existência (custo de oportunidade do capital florestal).

A consideração simultânea destes dois custos envolve uma análise mais complexa e detalhada do assunto. Utilizaremos conceitos de matemática financeira já apresentados para desenvolvimento e análise do método mais recomendado. Isto, entretanto, será feito no próximo item, antes nos preocuparemos apenas com o dilema financeiro de se manter a floresta em pé ou, mais especificamente com o custo de oportunidade do capital representado pela floresta em pé.

Para estudar esta afirmação utilizaremos os dados já apresentados na *Tabela 1*, supondo que cada m^3 de madeira, já deduzidos os custos de exploração, vale \$ 10,00. A *Tabela 2* apresenta o valor da floresta (VF = \$ 10,00 x VT) o incremento no valor da floresta (IVF = $VF_{t+1} - VF_t$) e a variação percentual do valor da floresta a cada ano $(\Delta\% = (\frac{VF_{t+1}}{VF_t} - 1)x100)$.

Regra preliminar de decisão: Um povoamento florestal está financeiramente maduro quando a sua taxa anual de incremento (corrente) em valor se torna igual à taxa anual de juros paga pela melhor opção alternativa.

Tabela 2. VF, IVF e Δ% de uma Floresta Teórica

Idade (anos)	**VF ($/ha)**	**IVF ($/ha)**	**Δ% (%)**
3	7,4	-	-
4	208,9	201,5	2,726,9
5	505,3	296,4	141,9
6	879,7	374,4	74,1
7	1.315,2	435,5	49,5
8	1.795,0	479,8	36,5
9	2.302,2	507,2	28,3
10	2.820,0	517,8	22,5
11	3.331,5	511,5	18,1
12	3.819,8	488,3	14,7
13	**4.268,1**	**448,3**	**11,7**
14	4.659,5	391,4	9,2
15	4.977,2	317,7	6,8
16	5.204,3	227,1	4,6
17	5.323,9	119,6	2,3
18	5.323,9	0,0	0,0

Observamos que a árvore apresenta o maior valor de venda aos 17 ou 18 anos, que o maior incremento no valor da árvore se dá entre o 9º e o 10º ano, e que a variação percentual no valor da floresta decresce de ano para ano. Para determinação da idade ótima de corte precisamos usar como parâmetro o custo de oportunidade do capital, ou seja, a taxa de juros que seria paga ao capital resultante da venda da floresta se esta fosse aplicado na melhor opção alternativa de investimento.

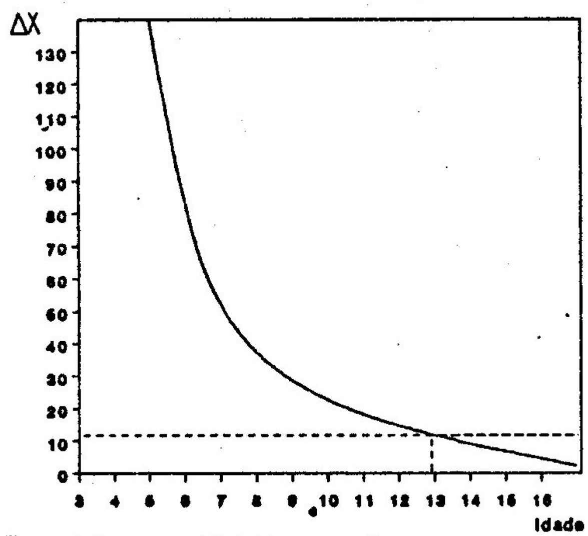

Figura 3. Variação percentual do capital

Vamos supor que o custo de oportunidade do capital é de 12%. Não compensa manter a floresta em pé até completar 13 anos de idade, pois resulta numa valorização menor do capital do que se o aplicassemos na melhor opção alternativa de investimento. O gráfico da *Figura* 3, ilustra esta situação. Nesta análise, é importante notar a função do custo de oportunidade do capital (taxa de juros utilizada para tomar a decisão de corte). Só compensará cortar a floresta se efetivamente o capital auferido com a venda da madeira puder ser aplicado à taxa utilizada.

3.1.3. Maximização do valor presente de uma série perpétua de ciclos florestais iguais

A análise do problema de determinação do ciclo florestal ótimo não fica completa se considerarmos apenas o problema de maturação do capital, ou seja, se explorarmos a floresta apenas quando o seu incremento em valor não mais compensar a sua manutenção. Resta resolver o problema de ocupação do solo, que naturalmente tem o seu custo.

O critério ideal deve considerar todas as receitas e custos envolvidos, diferentes, uma vez que serão analisados fluxos apresentando diferentes idades de corte.

Neste sentido, Martin Faustmanh apresentou em 1849 uma das maiores contribuições, ao solucionar qual deveria ser o valor das terras florestais para efeito de taxação (GANE, 1968). Este método, apresentação junto com os demais critérios de avaliação de projetos (RODRIGUEZ, 1991), foi incorporado à literatura com o nome de VET - valor esperado da terra também conhecido como renda esperada do solo, "bare land value", "soil expectation value", "land expectation value" ou fórmula de Faustmann e consiste em maximizar o valor presente de uma série periódica e infinita de pagamentos iguais, sendo que estes representam as receitas líquidas oriundas de um ciclo florestal. A idade ótima de corte é obtida ao se verificar que rotação resulta no maior VET. Para um aprofundamento no assunto sugere-se a leitura de NEWMAN (1988), SAMUELSON (1976), BENTLEY . & TEEGUARDEN (1965) e BERGER (1985).

A Tabela 3 apresenta os valores de VET obtidos utilizando os dados já apresentados na Tabela 1, considerando ciclos de uma única rotação, um custo de reimplantação da floresta

após cada corte raso de $ 250/ha, um custo *o* fixo anual de manutenção de $ 1,50/ha, e quatro taxas de juros diferentes (inclusive a taxa de 12 % que em nosso exemplo anterior representava o custo de oportunidade do capital).
Devemos observar que neste método a influência da taxa de juros utilizada como parâmetro de decisão também é grande. Da mesma forma que no método anterior quanto mais alta a taxa de juros menor deve ser o ciclo. Considerando uma taxa de juros de 12% este critério recomendaria corte aos 12 anos de idade, resultado muito próximo ao encontrado no método anterior. Não devemos, entretanto, considerar essa semelhança uma regra.

3.2 Modelos Matemáticos de Gerenciamento Florestal

A programação linear, como recurso matemático de otimização, pode ser utilizada na obtenção de planos de exploração e gerenciamento florestais que considerem simultaneamente os objetivos e restrições que caracterizam o sistema produtivo de florestas verticalizadas. A programação linear permite a criação de modelos matemáticos que representem, parcial ou totalmente, os problemas reais de gerenciamento florestal. Este item, visando desenvolver a capacidade de criar tais modelos, apresenta-se dividido em três seções:

- *Introdução à formulação de problemas de programação linear;*
- *Modelos básicos de programação linear voltados para a otimização do gerenciamento florestal;*
- *Dois estudos com Pinus*

Tabela 3. VET ($) em diferentes idades e taxas de juros

Idade de Corte	Taxas de juros			
(anos)	6%	8%	10%	12%
3	-269.8	-263.9	-260.4	-258.2
4	-110.5	-116.2	-123.3	-130.7
5	101.6	74.1	47.8	23.2
6	344.2	284.6	230.6	182.2
7	598.7	497.7	408.9	331.4
8	850.2	700.0	571.4	461.5
9	1086.7	881.9	710.4	566.7
10	1298.7	1036.5	821.2	644.5
11	1479.0	1159.1	901.7	694.2
12	1622.3	1247.1	951.1	716.9
13	1725.1	1299.6	970.3	714.6
14	1784.9	1316.6	961.0	689.9
15	1800.8	1299.3	925.5	645.8
16	1772.7	1249.3	866.6	585.4
17	1701,1	1169.1	787.3	511.9
18	1589.2	1062.6	691.6	428.8

No primeiro tópico são apresentados os principais conceitos utilizados pela programação linear e alguns exemplos. O segundo tópico apresenta a formulação matemática dos modelos básicos de programação linear normalmente utilizados na obtenção de planos de exploração e gerenciamento de florestas vinculadas ao abastecimento industrial. O uso adequado da programação linear e a capacidade de representar corretamente um problema real através de modelos matemáticos dependem, entretanto, de treinamento e prática. É neste sentido que o terceiro tópico se revela importante, pois permite a aplicação dos conceitos apresentados. A partir do estudo de casos simplificados são desenvolvidos dois modelos de otimização de manejo florestal. A criação dos modelos é feita de forma gradativa, os dados podem ser processados em microcomputador, e os resultados são comentados.

3.2.1. Introdução à Programação Linear

Um problema de programação linear precisa ser bem definido:

- um **objetivo**, em geral representado pela necessidade de se otimizar algo mensurável, como receita líquida total, custo total, produção total etc.;
- um **conjunto de atividades** alternativas que podem contribuir para com o objetivo e cujos níveis são as incógnitas do problema; e
- um conjunto de restrições que impõem limites máximos ou mínimos de produção e/ou de utilização dos fatores de produção disponíveis.

A programação linear pressupõe também que nenhuma alternativa pode assumir valores negativos, ou seja, que as incógnitas do problema somente poderão assumir níveis positivos ou nulos, e que as interrelações entre as atividades, e destas com o objetivo, são lineares.
Para se representar corretamente a realidade através de modelos matemáticos é fundamental desenvolver a capacidade de transformar expressões verbais em expressões matemáticas. Isto é principalmente válido quando se deseja utilizar a programação linear para expressar problemas práticos, ou mais especificamente problemas de alocação de recursos limitados.

3.2.1.1. Expressões Verbais e Expressões Matemáticas

Considere, por exemplo, um problema definido a partir das seguintes expressões:

"O departamento florestal de uma empresa conta com um orçamento anual de $ 1.000 para o plantio manual ou mecânico das mudas."

"Os custos médios de plantio são: $ 36,5/ha no método manual e $ 31,0/ha no método mecânico."

"Deve ser usada uma combinação dos dois métodos de plantio que esgote o orçamento."

Para converter esse problema, verbalmente expresso, numa equação linear definiremos algumas variáveis e seus coeficientes:

b = orçamento anual;

x_1 = número de ha plantados manualmente;
x_2 = número de ha plantados mecanicamente;
a_1 = custo de se plantar manualmente um ha;
a_2 = custo de se plantar mecanicamente um ha;

Com essas variáveis e coeficientes as três expressões poderão ser representadas através de uma única expressão ou sentença matemática linear:

de forma literal: $a_1x_1 + a_2x_2 = b$
ou de forma explícita: $36{,}5x_1 + 31{,}0x_2 = 1.000$

3.2.1.2. Inequações

Nem todas as expressões matemáticas usam o símbolo =, que estabelece uma relação de igualdade entre dois termos. O uso de qualquer um dos quatro símbolos $<,>$, $\leq,\geq$, transforma a expressão matemática em uma inequação, pois não impõem a existência de igualdade entre os dois termos da expressão. Já a expressão utilizada para definir o orçamento do exemplo florestal é uma equação, pois o problema exigia a igualdade entre os dois termos. Suponha agora que a terceira expressão verbal fosse alterada para:
"Deve ser usada uma combinação dos dois métodos de plantio que não exceda o orçamento."
Isto sugere uma desigualdade do tipo "menor ou igual" e a seguinte inequação poderia representá-la:

$$36{,}5x_1 + 31{,}0x_2 \leq 1.000$$

3.2.1.3. Objetivos

Os objetivos expressam resultados finais, aspirações ou conseqüências, e definem o que o tomador de decisões deseja. Geralmente, o tomador de decisões tem mais do que um objetivo em mente: aumentar a receita líquida, obter estabilidade econômica, felicidade e satisfação, manter a fábrica abastecida de matéria-prima, oferecer o máximo possível a muitos no longo prazo, construir uma estrada causando o menor impacto ambiental possível. Na prática, entretanto, é comum a adoção explícita de um único objetivo e a tentativa de satisfação dos demais através de meios implícitos, colocando-os, por exemplo, entre as restrições do problema.

3.2.1.4. Critérios de Mensuração do Objetivo

Um problema formulado matematicamente deve incluir algum critério de mensuração do quanto se está longe ou próximo do objetivo pré estabelecido. Para objetivos como maximizar receitas, ou o número de patos selvagens em uma unidade de conservação, ou o retorno econômico numa serraria, ou simplesmente a felicidade de um indivíduo poderiamos estabelecer como critérios de mensuração, respectivamente, a variação anual das receitas, o número de patos nascidos por ano, a taxa de retorno sobre os bens de capital e demais investimentos, e o número de dores de cabeça por mês. O fundamental , é escolher um método que quantifique adequadamente a contribuição de cada alternativa disponível ao objetivo do planejador.

3.2.1.5. Atividades e Variáveis de Decisão

Define-se *atividade* como sendo uma tarefa ou ação implementada para que o objetivo seja alcançado, e *variável de decisão* como sendo o nível, intensidade ou quantia de cada atividade. Suponha o seguinte exemplo adaptado de LEUSCHENER (1984): uma propriedade apresenta dois talhões florestais aptos para corte: talhão 1 com 40 ha e 84 m^3/ha de madeira disponível e talhão 2 com 18 ha e uma produção de 112 m^3/ha. O custo por ha de preparar e administrar a venda de madeira é de $ 300, e a disponibilidade de capital é de $ 15.000. Ambos os talhões permitem o desenvolvimento de atividades recreacionistas: anualmente o talhão 1 é capaz de sustentar 480 visitantes por ha e o talhão 2 apresenta capacidade para 1920 visitantes por ha. A propriedade deve ser capaz de receber no mínimo 10.000 visitantes/ano. Naturalmente, cada ha cortado fica inutilizado para atividades de recreação. O problema é determinar quantos hectares explorar em cada talhão de forma a maximizar o volume de madeira cortada. Poderiam ser definidas duas diferentes atividades e respectivas variáveis de decisão:.

Atividade	Variável de decisão
Corte de madeira no talhão 1	x_1 = número de hectares explorados no talhão 1
Corte de madeira no talhão 2	x_2 = número de hectares explorados no talhão 2

Apesar de implícito, fica estabelecido que $x_i \geq 0$ (i = 1,2)

3.2.1.6. Função Objetivo

Função objetivo é a representação matemática de um objetivo. Normalmente a função objetivo expressa o desejo do tomador de decisões de maximizar variáveis como receita líquida e volume explorado, ou minimizar custos, risco ou perdas. No exemplo teríamos:

Objetivo: Maximizar o volume explorado de madeira.
Critério: Volume total de madeira explorado.
Variáveis de *decisão:* Número de hectares explorados no talhão 1 e 2.
Função objetivo: Maximizar $Z = u_1x_1 + u_2x_2$

onde,

Z = Volume total de madeira explorado;
ui = produtividade por hectare do talhão i;
xi =hectares explorados do talhão i.

3.2.1.7. Restrições

Qualquer coisa que limite o objetivo estabelecido pelo tomador de decisões é definida como restrição.

Restrições estão invariavelmente presentes em todos os problemas. Precisam ser identificadas para que o problema seja adequadamente resolvido.
As fontes de restrição podem *ser* classificadas em três categorias:

Limitações de recursos - Restrições físicas, humanas, tecnológicas e econômicas limitam a quantidade e qualidade das variáveis de decisão. Orçamento disponível, terra, mão-de-obra e tempo são limitações comuns dentre os fatores de produção. Exemplo: não mais do que $ 15.000 estarão disponíveis para as atividades do problema.
Imposições do tomador de decisões (ou outros objetivos) - Em geral, o tomador de decisões estabelece dois ou mais objetivos relevantes. Já que apenas um pode ser usado como função objetivo, os outros deverão ser' formulados entre as restrições caso a sua incorporação formal traga algum interesse. Exemplo: as atividades de exploração não poderão prejudicar as atividades de recreação, permitindo um mínimo de 10.000 visitantes/ano.

Restrições sociais, políticas ou regulatórias - Leis, regulamentações, necessidades políticas e outras influências externas podem ser consideradas neste terceiro grupo de restrições. Por exemplo: o mínimo de 10.000 visitantes/ano teria sido estabelecido para que o proprietário se beneficiasse de isenções fiscais na comercialização.

3.2.1.8. Formulação e Solução do Problema

A representação matemática do problema apresentado como exemplo consistiria de uma equação e quatro inequações lineares mais a restrição de não-negatividade das variáveis.

Objetivo: maximizar Z, volume total explorado, onde:

$$84x_1 + 112x_2 = Z$$

sujeito a:

$$x_1 \leq 40$$
$$x_2 \leq 18$$
$$300x_1 + 300x_2 \leq 15.000$$
$$480x_1 + 1920x_2 \leq 43.760$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1,2), \text{ com:}$$

x_1 = hectares explorados do talhão 1
x_2 = hectares explorados do talhão 2

A restrição de recreação terá sido talvez a mais difícil de formular. Se não ocorre corte os dois talhões juntos são capazes de receber 53.760 visitantes/ano (40 ha x 480 visitantes/ha/ano + 18 ha x 1920 visitantes/ha/ano). Entretanto, 480 ou 1920 visitantes/ha/ano são perdidos para cada há cortado dos talhões 1 e 2, respectivamente, e no mínimo 10.000 visitantes/ano devem ser recebidos. Essas informações podem ser combinadas na seguinte inequação:

$$53.760 - 480x_1 - 1920x_2 \geq 10.000$$

que pode ser representada de outra forma se subtrairmos 53.760 de ambos os lados e multiplicarmos o resultado por -1:

$$480x_1 + 1920x_2 \leq 43.760$$

Por envolver apenas duas variáveis, este problema pode ser graficamente resolvido no quadrante positivo de um plano carteziano. A *Figura 4* mostra as duas primeiras restrições, representando o número de hectares do talhão no eixo *y* e o número de hectares do talhão 2 no eixo *x*.

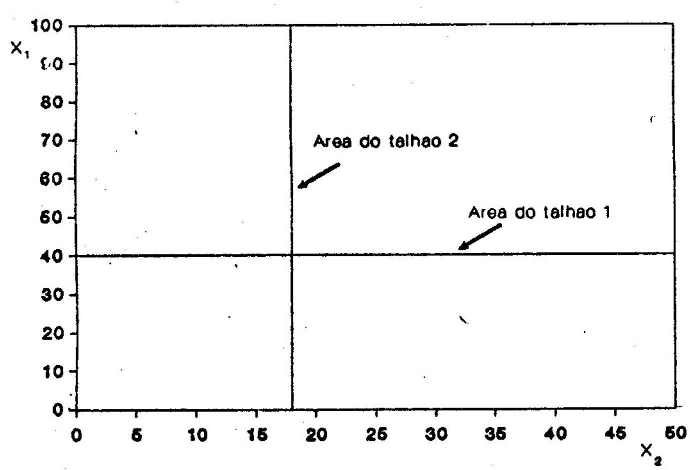

Figura 4. Representação das restrições de terra

Existem somente 40 há do talhão 1 e 18 ha do talhão 2, sendo estes, portanto, os limites máximos de área disponível para corte. Qualquer solução deve implicar em um número de ha explorados menor do que o número de hectares disponíveis. A área contendo a solução se reduz ainda mais se considerarmos as restrições de caixa e de recreação. Para plotar essas restrições, calculam-se primeiro os interceptos das respectivas retas nos eixos do gráfico. Por exemplo, se forem cortados zero hectares de x_1, o caixa permitiria o corte de 50 hectares de x_2, ou

$$300(0) + 300x_2 = 15.000$$
$$x_2 = 50$$

Da mesma forma, se forem cortados zero hectares de x_2 o caixa permitiria o corte de 50 ha de x_1. Uma reta ligando os pontos (50,0) e (50,0) contém todas as combinações possíveis que consomem totalmente a disponibilidade de caixa, ao passo que pontos abaixo dessa reta representam combinações mais econômicas. Os interceptos da restrição de recreação são obtidos através do mesmo raciocínio. A *Figura 5* apresenta todas as restrições graficamente. O polígono hachurado é conhecido como *região de viabilidade*, pois contém soluções que atendem a todas as restrições e um eixo, define um *ponto extremo*. Estes pontos são importantes, pois um dos teoremas da programação linear estabelece que a solução ocorre em um ponto extremo ou, em casos especiais, numa linha entre dois pontos extremos.

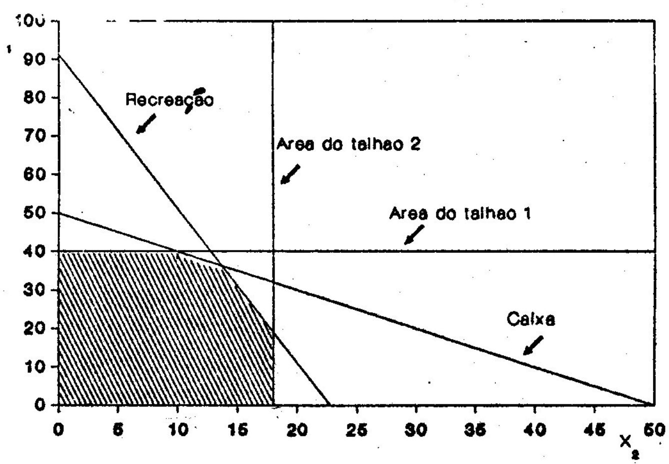

Figura 5. Restrições do problema de programação linear

O valor da função objetivo poderia ser calculado em cada ponto extremo até que o maior valor fosse encontrado. Isto é essencialmente o que os programas de computador fazem. Entretanto, a solução poderá ser obtida plotando-se a função objetivo no gráfico e deslocando-a até torná-la tangente à região de viabilidade em seu ponto mais distante. Para representar a função objetivo no gráfico devemos proceder da mesma forma como fizemos com as restrições. Isto é possível fixando um valor para Z. A reta resultante conterá todas combinações capazes de produzir o volume Z. A *Figura 6.* inclui no gráfico a função objetivo.

Quanto mais à direita a curva, maior o valor de Z. Assim, o valor de Z é maximizado quando uma das linhas “toca” o mais distante ponto de região de viabilidade, correspondendo neste caso ao ponto **A**. Para encontrarmos as ordenadas do ponto **A** basta resolver o sistema formado pelas duas equações correspondentes às duas restrições (recreação e caixa) que contém o ponto.

$$\begin{cases} 300x_1 + 300x_2 = 15.000 \\ 480x_1 + 1.920x_2 = 43.760 \end{cases}$$

$$x_1 = 36,28 \qquad x_2 = 13,72$$

Nenhum valor maior poderá ser obtido para *Z* porque a solução estaria fora da região de viabilidade. O valor da função objetivo nesse ponto é:

$$Z = 84(36,28) + 112(13,72) = 4.584,16\ m^3$$

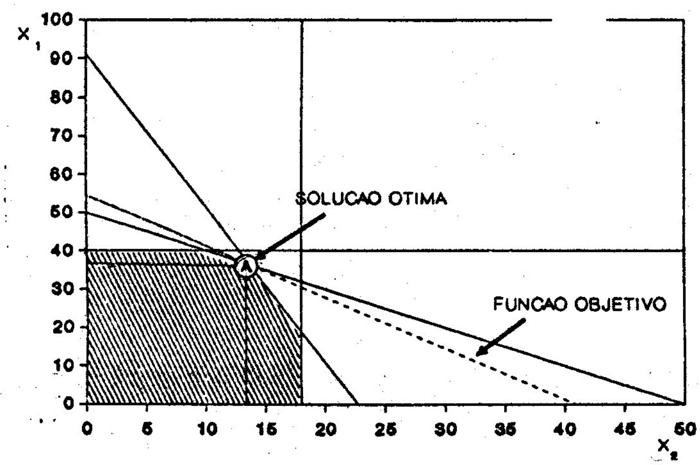

Figura 6. Solução gráfica do problema de programação linear

Problemas com mais do que duas variáveis podem ser resolvidas através do *método simplex* de resolução de problemas de programação linear. Para uma introdução ao método simplex veja CHIANG,A. (1982, págs. 570-584) e DIKSTRA, D.P. (1989, págs. 65-90). Atualmente, a disponibilidade de "*software*" especializado simplifica enormemente a solução de problemas de programação linear. Para microcomputadores recomenda-se o uso de um dos seguintes programas: DHLLP, LINDO ou LP88.

3.2.2. Programação linear e gerenciamento florestal

Ao se elaborar um programa de manejo florestal são muitas as variáveis e informações que devem ser consideradas, as estratégias de ação disponíveis e que devem ser analizadas, cujos efeitos são de difícil previsão.

A capacidade de síntese do planejador ou do método por ele usado, não necessariamente diminue a complexidade dos problemas, mas sim organiza a forma de resolvê-los.

Nesse sentido a programação linear vem despertando a atenção dos técnicos das áreas de Economia e Planejamento Florestal. Usada como instrumento auxiliar de tomada de decisões no gerenciamento florestal, é principalmente útil na definição de quando, quanto e onde cortar; onde; quando e quanto reformar e que regime de manejo adotar em cada talhão, respeitando restrições operacionais e de recursos da empresa e, ao mesmo tempo, maximizando os retornos sobre os investimentos realizados. DAVIS & JOHNSON (1987), CLUTTER *et alii* (1983), LEUSCHENER (1984) e DYKSTRA (1989) podem ser citados como referências básicas para aqueles que desejam uma introdução ao assunto. Para um aprofundamento maior sugerimos JOHNSON & SCHEURMAN (1977) e WARE &

CLUTIER (1971). Uma aplicação de programação linear no gerenciamento de Eucalipto é apresentada por RODRIGUEZ *et alii* (1986).
JOHNSON & SCHEURMAN (1977) classificaram os diversos modelos de programação linear, desenvolvidos para otimizar o gerenciamento florestal, em modelos do tipo I e do tipo n. Este item define a terminologia usada e apresenta matematicamente esses dois modelos.

3.2.2.1. Principais conceitos

A seguir definem-se alguns conceitos utilizados neste trabalho:

Rotação: compreende o período de tempo decorrido entre o crescimento inicial da muda, ou da brotação, e o corte raso de uma floresta qualquer.
Ciclo Florestal: definido como o período de tempo decorrido entre o plantio da muda e o corte raso final da floresta, pode compreender uma ou mais rotações.
Talhão Florestal: resultado da subdivisão em pequenas áreas de uma floresta implantada e voltada para o suprimento industrial, com localização e dimensões bem definidas e, em geral, permanente.
Estrato Florestal: conjunto de talhões florestais agrupados por apresentarem o mesmo potencial produtivo, idade e localização topográfica.
Horizonte de Planejamento: corresponde ao período de tempo ao longo do qual serão considerados certos objetivos e restrições. Deve ser suficientemente longo para suportar 1.5 a 2 ciclos de uma floresta qualquer.
Regime de Manejo: corresponde ao conjunto de práticas silviculturais necessárias para implementar a repetição de um mesmo ciclo florestal ao longo do horizonte de planejamento. A *Tabela 4.* apresenta alguns regimes de manejo alternativos para condução de uma floresta de Eucalipto com 4 anos de idade, no ano zero de planejamento através de ciclos de duas rotações (os dois números entre parênteses identificam a idade de corte em cada rotação).

Tabela 4. Diferentes alternativas de manejo em Eucalipito

Regimes de Manejo	Horizonte de Planejamento (anos)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 (5 x 5)	CC					CR				
2 (6 x 5)		CC					CR			
3 (6 x 6)		CC						CR		
4 (5 x 7)	CC							CR		
5 (7 x 6)			CC						CR	

CC = Corte raso e Condução de rebrota
CR = Corte raso e Reforma

Quando da definição dos regimes de manejo, todas as estratégias possíveis de condução do estrato florestal devem ser consideradas. Isto implica no conhecimento prévio dos custos e exigências técnicas de cada regime de manejo, assim como terão que ser prognosticadas as produções de cada estrato florestal possíveis de serem alcançadas em cada regime de manejo implementado.

3.2.2.2. Avaliação Econômica

Todos os ciclos disponíveis para condução de um determinado estrato florestal podem ser hierarquizados através de um critério exclusivamente financeiro. Já se mostrou neste trabalho que o critério de avaliação mais adequado para determinação do ciclo ótimo é o Valor Esperado da Terra.

Ao ciclo de maior VET denominaremos ciclo economicamente ótimo.

Assim como os ciclos alguns regimes de manejo apresentam resultados financeiros mais favoráveis do que outros. Usaremos essas diferenças como critério de seleção dos regimes que, obedecidas as restrições impostas, mais contribuirão para a otimização do resultado econômico do empreendimento florestal.

Para cada regime de manejo em cada unidade, as receitas brutas dos cortes juntamente com os custos de implantação, condução, manutenção, exploração e transporte, permitem a obtenção de um fluxo de caixa completo.

A preferência por um determinado regime de manejo pode ser avaliada através da análise do valor líquido presente do respectivo fluxo de caixa, desde que o método de cálculo do valor presente permita a posterior comparação dos valores obtidos para cada regime.

A necessidade de se utilizar um critério de avaliação que permita esta comparação sugere a utilização de fluxos de caixa perpétuos constituídos, inicialmente, pelo horizonte de planejamento, dentro do qual são considerados os ciclos definidos pelo regime de manejo, e posteriormente pela repetição infinita do ciclo economicamente ótimo para esse estrato. Ao valor líquido presente desse fluxo de caixa denominaremos valor presente do regime.

A hierarquização desse valor permitirá determinar o regime de maior valor presente, Apesar de ótimo em termos de maturação financeira, este regime nem sempre é adotado, pois pode não recomendar o corte da floresta em anos de real necessidade de produção de madeira, resultando um fluxo irregular de produção. Por contemplar apenas eficiência econômico-financeira, a escolha do regime de maior valor presente, para cada estrato, pode também não estar levando em consideração *outros* objetivos e necessidades do planejador.

Neste trabalho, consideraremos que o principal objetivo do planejador é adotar um plano que maximize o valor presente do empreendimento florestal e que resulte num fluxo regular de produção ao longo do horizonte de planejamento. Inicialmente explicitaremos o método de obtenção do ciclo economicamente ótimo para cada estrato e depois o método de cálculo do valor presente de cada regime de manejo.

a) Definição do Ciclo Economicamente Ótimo

O ciclo economicamente ótimo de cada estrato deve ser inicialmente definido pois o respectivo VET será posteriormente utilizado no cálculo do valor presente de cada regime de manejo. Estabelecidas uma idade mínima e máxima de corte e consideradas todas as combinações possíveis de duração de cada rotação, é fácil verificar o grande número de ciclos alternativos disponíveis para condução de uma floresta de Eucalipto, por exemplo. Se fossem considerados apenas ciclos de 2 rotações e cinco diferentes idades de corte, teríamos definido 25 ciclos alternativos de manejo e, pelo critério do VET, apenas um destes ciclos seria considerado economicamente ótimo.

Um ciclo de 2 rotações de Eucalipto, por exemplo, pode ser representado através do seguinte fluxo de caixa:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} (+) & & & & & & & & & pV_r & & & & & pV_n \\ \text{Anos} & 0 & - & 1 & - & 2 & - & 3 & -\ldots- & r & - & r+1 & \ldots & - & [n] \\ (-) & I & & m_1 & & m_2 & & m_3 & & m_r & & m_r+1 & & & m_n \\ & & & & & & & & & eV_r & & & & & eV_n \end{array}$$

onde,
r = ano em que ocorre o primeiro corte;
$[n]$ = ano em que ocorre o segundo e último corte;
I = custo total de implantação;
m_t = custo de manutenção no ano t (t = 1,2,...,r,r+l,...,n);
V_t = volume de madeira explorada no ano t (t=r ou n);
P = preço, por unidade de peso ou volume, da madeira explorada;
e = custo de exploração por unidade de peso ou volume.

Podemos compreender melhor o cálculo do VET se o interpretarmos como o valor presente de uma série perpétua de fluxos de caixa idênticos e representativos do ciclo sob análise. Considerando a terminologia adotada e calculando a receita líquida total (RLT) no último ano do fluxo de caixa do ciclo, temos:

$$RLT = (p-e)Vr(1+i)^{(n-r)} + (p-e)Vn - I(1+i)^n - \sum_{t=1}^{n} mt(1+i)^t$$

onde i representa a taxa de remuneração do capital do planejador.

Para cálculo do VET utiliza-se a fórmula do valor presente de uma série perpétua de pagamentos periódicos. Assim sendo:

$$VET = \frac{rlt}{(1+i)^n - 1}$$

b) Cálculo do Valor Presente do Regime

No cálculo do valor presente de cada regime de manejo, o VET do ciclo economicamente é somado à receita proveniente do corte da última rotação prevista pelo regime. O uso deste artifício torna os valores presentes, de quaisquer que sejam os regimes de manejo, comparáveis, mesmo apresentando períodos de duração inicialmente diferentes.
A definição do ano de corte da última rotação prevista pelo regime exige o estabelecimento de uma regra. Para ilustrar cada caso tomaremos como exemplo um horizonte de planejamento de 21 anos, uma floresta. de Eucalipto em segunda rotação com um ano de idade, no ano O de planejamento, e um ciclo economicamente ótimo com primeira rotação de 5 anos e segunda rotação de 7 anos. A regra é a seguinte:

1. Se o intervalo de tempo entre o corte da última rotação do regime e o final do período de planejamento permite uma primeira rotação do ciclo economicamente ótimo, repete-se mais

um ciclo do regime em questão e à receita obtida com o último corte desse ciclo, soma-se o VET do ciclo economicamente ótimo. Desta forma podemos representar a linha de tempo de um regime 6x5 da seguinte forma:

0 — [4] — 10 — [15] — 21 — [26] — CE∞

onde CE∞ representa a infinita repetição do ciclo economicamente ótimo.

2. Se o intervalo de tempo entre o corte da última rotação do regime e o final do período de planejamento não permite uma primeira rotação do ciclo economicamente ótimo,' encerra-se o fluxo de caixa no ano de corte da última rotação do ciclo em questão e soma-se o VET do ciclo economicamente ótimo à receita obtida com esse último corte. Assim sendo, a linha de tempo de um regime 6x6 pode ser representada da seguinte forma:

0 —— [5] —— 11 —— [17] —— CE∞

3. Se o último corte do regime ocorre exatamente no último ano do horizonte de planejamento, encerra-se o fluxo de caixa nesse ano e soma-se o VET do ciclo economicamente ótimo à receita obtida com esse corte. Neste caso a linha de tempo de um regime 8x7 assume a seguinte representação:

0 —— [6] —— 14 —— [21] —— CE∞

Considerando a terminologia adotada, podemos estabelecer a seguinte fórmula para o cálculo do valor presente de cada regime *k(Pk)*:

$$P_k = \sum_{t=0}^{\hat{n}} \left(\frac{(p-e)V_t - I_t - m_t}{(1+i)^t} \right) + \frac{VET^*}{(1+i)^{\hat{n}}}$$

onde,

P_k = valor presente do regime k
$\hat{n}$ = ano em que ocorre o último corte do regime k (considerando as regras já definidas)
VET^* = Valor esperado da terra do ciclo economicamente ótimo

3.2.2.3. Formulação de Modelos do Tipo I

A terminologia que será usada na formulação de modelos do tipo I é apresentada a seguir:

N = Número de estratos florestais.
M = Número de regimes de manejo.
n = Número de anos do horizonte de planejamento.
A_i = Número de hectares do estrato florestal i.
X_{ik} = Número de hectares do estrato florestal i designados ao regime de manejo k.

P_{ik} = Valor presente por hectare do fluxo de caixa do estrato florestal i caso o regime de manejo k seja utilizado.
V_{ijk} = Volume por hectare a ser explorado no estrato florestal i no ano j se o regime de manejo k for utilizado
D_{ijk} = Entrada ou saída de caixa no ano j do estrato florestal i se o regime de manejo k for utilizado.

$i = 1, 2, ..., N$
$j = 1, 2, ..., n$
$k = 1, 2, ..., M$

Alguns modelos de planejamento poderão necessitar de todas as informações acima definidas, enquanto outros não.
A função objetivo a ser maximizada em cada modelo pode ser expressa da seguinte forma:

$$Z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} P_{ik} X_{ik}$$

onde Z representa o valor atual de todo o fluxo de caixa resultante da exploração da floresta.

O conjunto de restrições pode impor valores máximos e mínimos anuais de área explorada, área reformada, volume explorado, e de caixa disponível. O conjunto de restrições deve também forçar o manejo integral da área de cada estrato florestal. Esta última restrição será denominada disponibilidade total de área de cada estrato florestal. A forma matemática de se expressar corretamente as restrições mencionadas é a seguinte:

Disponibilidade total de área de cada estrato florestal:

$$\sum_{k=1}^{M} X_{ik} = A_i$$

Uma restrição desse tipo deve ser incluída no modelo para cada estrato florestal.

Capacidade operacional de exploração para o ano j:

Limite inferior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} \alpha_j X_{ik} \geq EMIN_j \qquad (j = 1,2,...,n)$

Limite superior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} \alpha_j X_{ik} \leq EMAX_j \qquad (j = 1,2,...,n)$

onde,

$\alpha j = 1$, se no ano j o regime k determinar o corte do estrato i.
$\alpha j = 0$, se no ano j o regime k não determinar o corte do estrato i.
$EMIN_j$ = área mínima em hectares que deve ser cortada no ano j.
$EMAX_j$ = área máxima em hectares capaz de ser cortada no ano j.

Capacidade operacional de reforma para o ano j:

Limite inferior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} \beta_j X_{ik} \geq RMIN_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$

Limite superior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} \beta_j X_{ik} \leq RMAX_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$

onde,

$\beta j = 1$, se no ano j o regime k indicar a reforma do estrato i.
$\beta j = 0$, se no ano j o regime k não indicar a reforma do estrato i.
$RMIN_j$ = área mínima em hectares que deve ser reformada no ano j.
$RMAX_j$ = área máxima em hectares capaz de ser reformada no ano j.

Restrições de volume explorado no ano j:

Limite inferior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} V_{ijk} X_{ik} \geq VMIN_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$

Limite superior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} V_{ijk} X_{ik} \leq VMAX_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$

onde,

$VMIN_j$ = volume mínimo exigido para suprir a indústria no ano j.
$VMAX_j$ = volume máximo desejado para suprir a indústria no ano j.

Disponibilidade de caixa no ano j:

Limite inferior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} D_{ijk} X_{ik} \geq DMIN_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$

Limite superior $\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} D_{ijk} X_{ik} \leq DMAX_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$

onde,

$DMIN_j$ = caixa mínimo disponível no ano j.
$DMAXj$ = caixa máximo disponível no ano j.

3.2.2.4. Formulação de Modelos do Tipo II

Os Modelos do Tipo I definem variáveis que acompanham o histórico de um hectare ao longo de todo o horizonte de planejamento. Os modelos do Tipo II, entretanto, definem variáveis que somente acompanham o histórico de um hectare enquanto nele se desenvolve um ciclo da espécie florestal (da sua implantação à sua extinção através de um último corte). Portanto, nos Modelos do Tipo II um hectare passará por diferentes variáveis até atingir o final do horizonte de planejamento.
A terminologia que será usada na formulação de modelos do Tipo II é a apresentada a seguir:

N = número de estratos iniciais.
n = número de anos do horizonte de planejamento.
A_i = número de hectares do estrato inicial i.
g = duração mínima de um ciclo florestal.
Y_{ij} = hectares do estrato inicial i explorados no ano j ($i = 1, ..., N$; $j = 1, ..., n$).
D_{ij} = valor líquido presente (por hectare do estrato inicial i cortado no ano j), do fluxo de ciaxa existente entre o ano 0 e o ano j.
X_{jk} = hectares reformados no ano j e explorados no ano k ($j = 1, ..., n - g; k = j + g, ..., n$); se $j > n - g$, então $X_{jk} = 0$.
E_{jk} = valor líquido presente (por hectare reformado no ano j e explorado no ano k), do fluxo de caixa existente entre o ano j e o ano k.
W_i = hectares do estrato inicial i não explorados até o último ano do horizonte de planejamento.
T_i = valor líquido presente por hectare do estrato inicial i não explorado até o último ano do horizonte de planejamento.
U_j = hectares reformados no ano j, que não receberam mais intervenções até o último ano do horizonte de planejamento.
Z_j = valor líquido presente por hectare reformado no ano j e não explorado até o último ano do horizonte de planejamento (o primeiro ano deste fluxo de caixa é o ano j).
V_{ij} = volume por ha explorado no ano j do extrato inicial i.
H_{kj} = volume por ha explorado no ano j de talhões reformados no ano k (se $k < j + g$, então $H_{jk} = 0$).

A função objetivo a ser maximizada em cada Modelo pode ser expressa da seguinte forma:

$$Q = \sum_{i=j}^{N} \sum_{j=i}^{n} D_{ij} Y_{ij} + \sum_{j=1}^{n-g} \sum_{k-j+g}^{n} E_{jk} X_{jk} + \sum_{i=1}^{N} T_i W_i + \sum_{j=1}^{N} Z_j U_j$$

onde Q representa o valor atual de todo o fluxo de caixa resultante da exploração da floresta. O conjunto de restrições deve assegurar disponibilidade de área florestal e especificar exigências anuais mínimas de produção. As restrições de área são:

$$\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} + W_i = A_i \qquad (i = 1,...,N)$$

$$\sum_{k=j+g}^{n} X_{ik} + U_j - \sum_{i=1}^{N} Y_{ij} = 0 \qquad (j = 1,...,n)$$

A primeira equação assegura a disponibilidade de hectares ao estrato existente no início do horizonte de planejamento. A segunda equação assegura, para cada ano *j*, a reforma dos hectares designados para corte nesse mesmo ano *j*. As exigências anuais mínimas de produção são introduzidas através da seguinte restrição:

$$\sum_{i=1}^{n} V_{ij} Y_{ij} + \sum_{k=1}^{j-g} H_{kj} X_{kj} \geq VMIN_j \qquad (j = 1,...,n)$$

Todos os demais tipos de restrições apresentados para os Modelos do Tipo I podem também ser incluídos neste tipo de formulação, bastando para isso seguir a terminologia adotada para os Modelos Tipo II.
O próximo tópico apresenta as formulações tipo I e II aplicadas em um mesmo exemplo com *Pinus* permitindo, portanto, a comparação entre os dois tipos.

3.2.3. Dois estudos com Pinus

Os dois exemplos apresentados a seguir foram traduzidos de CLUTTER *et alii* (1983 pág. 289-304) trocando-se apenas os nomes das unidades de volume e área originalmente utilizados pelos autores.

3.2.3.1. Aplicação do Modelo Tipo I

Sugere-se o seguinte cenário: uma indústria acaba de completar a instalação de uma nova linha de produção de polpa de celulose. A indústria, entretanto, não possui novas áreas vizinhas à fábrica, cujo suprimento de matéria-prima será feito por outra empresa proprietária de 155.000 ha. O contrato exige um abastecimento anual mínimo de 500.000 m^3ssc de toras com diâmetro mínimo de 20 cm durante os próximos 16 anos. O preço de venda da madeira ficou acertado em \$ 25/m^3ssc, e qualquer quantia acima de 500.000 m^3ssc/ano será comprada pelo mesmo preço. Os 155.000 há são compostos por uma área de 65.000 ha não reflorestados e outra de 90.000 ha de Pinus com 13 anos. A produção, tanto do povoamento atual como de qualquer outro posterior, é apresentada na *Tabela 5*.

Tabela 5. Produção de *Pinus*

Idade do Povoamento (anos)	Volume (m^3ssc/ha)
10	29.10
11	34.98
12	40.80
13	46.67
14	52.22
15	57.00
16	61.60
17	65.96
18	70.20
19	73.91
20	77.60
21	81.06
22	84.26
23	87.40
24	90.24
25	92.75
26	94.90
27	96.93
28	98.56
29	100.05
30	100.80

Tanto a reforma do atual povoamento como a implantação de um novo povoamento na área reflorestada custam \$ 150/ha. A empresa apresenta também um custo anual fixo de \$ 1.50/ha, e opera com uma taxa de juros de 5% ao ano.

A equipe de planejamento estabeleceu períodos de 2 anos como unidade de tempo e 10 anos como idade mínima de corte. Estabeleceram-se, desta forma, os 15 regimes de manejo apresentados na *Tabela 6*.. O símbolo C indica um corte raso seguido de reforma imediata. Uma operação de corte na área não reflorestada, obviamente não resulta em produção mas implica na implantação de um novo povoamento.

Denominou-se estrato florestal I aos 90.000 ha de Pinus com 13 anos de idade e estrato II aos 65.000 ha não reflorestados. As produções esperadas em cada regime de manejo nos dois estratos são apresentadas na *Tabela 7*..

A prognose toma como base os volumes apresentados na *Tabela 5*.. O regime 1 do estrato I, por exemplo, envolve um corte raso no período 1 aos 14 anos de idade (produção = 52,22 m^3ssc/ha) e um corte raso no período 6 quando o povoamento já atingiu 10 anos (produção = 29,10 m^3ssc/ha).

Tabela 6. Diferentes regimes de manejo de *Pinus*

	Horizonte de Planejamento							
Regime	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C					C		
2	C						C	
3	C							C
4	C							
5		C					C	
6		C						C
7		C						
8			C					C
9			C					
10				C				
11					C			
12						C		
13							C	
14								C
15								

Os valores esperados da terra para ciclos de 10 a 30 anos podem ser calculados através de seguinte expressão:

$$VET_t = \frac{\$25v_t - \$150(1{,}05)^t}{(1{,}05)^t - 1} - \frac{\$1{,}50}{0{,}05}$$

onde,

VET_t = valor esperado da terra para uma série perpetua de ciclos com t anos de duração
v_t = produção por hectare no fim do ciclo
t = duração do ciclo

O maior VET_t ocorre quando $t = 15$

$$VET_{15} = \frac{\$25(57{,}00) - \$150(1{,}05)^{15}}{(1{,}05)^{15} - 1} - \frac{\$1{,}50}{0{,}05} = \$1.000{,}73$$

O ciclo economicamente ótimo dura, portanto, 15 anos e remunera o solo em $ 1.001,73/ha. Esse valor pode agora ser utilizado no cálculo do valor da floresta no último ano do horizonte de planejamento, que será denominado valor terminal da floresta do regime *K*(VT_k).

Ao invés de usarmos regras para definir o ano em que ocorre o último corte do regime (pág 23, usada normalmente para eucalipto) calcularemos, para cada regime, seu valor terminal da seguinte forma:

$$VT_r = \frac{\$25v_{15} + VET_{15} + \$1.50/0.05}{(1+i)^a}$$

onde a = número de anos entre o fim do horizonte de planejamento e o corte do ciclo economicamente ótimo.

Tomando como exemplo o cálculo do valor terminal da floresta do estrato I, que durante o horizonte de planejamento tenha sido conduzido através do regime 1, tem-se:

$$VT_1 = \frac{\$25(57{,}00) + \$1001{,}73 + \$1{,}50/0{,}05}{(1{,}05)^{10}} = \$1508{,}22$$

O cálculo do valor presente de cada regime de manejo k de cada estrato i pode, finalmente, ser obtido. Tomando $P_{1,1}$ como exemplo:

$$P_{1,1} = \frac{\$25(52{,}22) - \$150}{1{,}05} + \frac{\$25(29{,}10) - \$150}{1{,}05^{11}} + \frac{\$1508{,}22}{1{,}05^{16}} - \frac{\$1{,}50}{0{,}05} = \$2099$$

A *Tabela 8*. apresenta o valor atribuído a cada uma das alternativas no modelo.

Todos os cálculos necessários para a formulação do problema de programação linear do tipo I foram concluídos. Utilizando a formulação, área explorada e área reformada são apresentados na *Tabela 11*.; e na *Tabela 10*. observa-se a distribuição de idades resultante no final do horizonte de planejamento.

A solução ótima remunera a área total reflorestada em $250.761.09,00, o que equivale a $1.617,81/ha.

Tabela 7. Prognose de produção por regime de manejo

	Horizonte de Planejamento							
Regime	1	2	3	4	5	6	7	8
				Estrato I				
1	52.22					29.10		
2	52.22						40.80	
3	52.22							52.22
4	52.22							
5		61.60					29.10	
6		61.60						40.80
7		61.60						
8			70.20					29.10
9			70.20					
10				77.60				
11					84.26			
12						90.24		
13							94.90	
14								98.56
15								
				Estrato II				
1	0.00							
2	0.00							
3	0.00							
4	0.00							
5		0.00						
6		0.00						
7		0.00						
8			0.00					
9			0.00					
10				0.00				
11					0.00			
12						0.00		
13							0.00	
14								0.00
15								

Tabela 8.: Valor presente por regime de manejo

Estrato I		Estrato II	
Regime (*k*)	Valor Presente/ha (*Pi,k*)	Regime (*k*)	Valor Presente/ha (*Pi,k*)
1	2.099	1	856
2	2.159	2	915
3	2.195	3	951
4	2.196	4	953
5	2.104	5	773
6	2.158	6	827
7	2.192	7	861
8	2.074	8	699
9	2.153	9	778
10	2.082	10	703
11	1.993	11	635
12	1.892	12	573
13	1.775	13	517
14	1.652	14	466
15	1.589	15	443

Tabela 9.: Plano ótimo de manejo florestal

Regime	Estrato I	Estrato II
1	-	34.364
2	4.510	-
3	10.257	8.893
4	-	21.743
5	-	-
6	-	-
7	16.234	-
8	-	-
9	14.245	-
10	12.886	-
11	11.868	-
12	-	-
13	-	-
14	-	-
15	-	-
Total	90.000	65.000

Tabela 10.: Principais resultados do plano ótimo

Período	Produção (m^3ssc)	Área Explorada (ha)	Área Reformada (ha)
1	1.815.512	34,767	99.767
2	1.000.000	16.234	16.234
3	1.000.000	14.245	14.245
4	1.000.000	12.886	12.886
5	1.000.000	11.868	11.868
6	1.000.000	34.368	34.364
7	1.000.000	24.510	24.510
8	1.000.000	19.150	19.150

Tabela 11.: Área por idade após plano ótimo

Idade do Povoamento	Hectares
1	19.150
3	24.510
5	34.364
7	11.868
9	12.886
11	14.245
13	16.234
15	21.743
Total	155.000

Matriz de Otimização do Plano de Manejo Florestal

Modelo Tipo I de Programação Linear

	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Estrato	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	Limitações
Regime	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	
F.O.																															
Terra I																															$\leq$ 90.000
Terra II																															$\leq$ 65.000
1º per.																															$\geq$ 1.000.000
2º per.																															$\geq$ 1.000.000
3º per.																															$\geq$ 1.000.000
4º per.																															$\geq$ 1.000.000
5º per.																															$\geq$ 1.000.000
6º per.																															$\geq$ 1.000.000
7º per.																															$\geq$ 1.000.000
8º per.																															$\geq$ 1.000.000

CLUTTER (1984), pág. 289

3.2.2. Aplicação do Modelo Tipo II

Consideraremos o mesmo exemplo do tópico anterior. A formulação de Modelos do Tipo II não manterá, ao longo do horizonte de planejamento, a identidade das duas unidades florestais. Essas duas unidades serão doravante denominadas estratos iniciais 1 e 2.
Uma pequena simplificação pode ser feita. O custo fixo anual de $1.50/ha poderia ser incluído nas fórmulas utilizadas para calcular os coeficientes de função objetivo deste tipo de modelagem. Entretanto, o efeito será o mesmo se calcularmos o valor presente de todos os futuros custos fixos anuais e, depois de resolvido o problema, subtrairmos do valor ótimo obtido para a função objetivo.
O valor presente desses custos fixos (VPCF) é:

$$VPCF = 155.000\left(\frac{\$1.50}{0.05}\right) = 4.650.000$$

Formulando através de Modelos do Tipo II, o problema apresentado poderia ser assim definido:

Maximizar:

$$Z = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{8} D_{ij} Y_{ij} + \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=j+5}^{8} E_{jk} X_{jk} + \sum_{i=1}^{2} T_i W_i + \sum_{j=1}^{8} Z_j U_j$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{8} Y_{ij} + W_i = A_i \qquad (i = 1, 2)$$

$$\sum_{k=j+5}^{8} X_{jk} + U_j - \sum_{i=1}^{2} Y_{ij} = 0 \qquad (j = 1,...,8)$$

$$\sum_{i=1}^{2} V_{ij} Y_{ij} + \sum_{k=1}^{j-5} H_{kj} X_{kj} \geq 500.000 \qquad (j = 1,...,8)$$

As tabelas 12, 13, 14 e 15 apresentam um resumo dos cálculos efetuados para obtenção dos coeficientes D_{ij}, E_{ij}, T_i e Z_j. Os valores de V_{ij} aparecem incluídos na *Tabela 12*. e os valores de H_{kj} constam da *Tabela 16*.. A substituição dos valores calculados nas equações acima resultam em um problema de programação linear com 32 variáveis e 18 restrições. Represente matricialmente este problema na planilha da página 40.

Tabela 12.: Cálculo de D_{ij}

Estrato Inicial (i)	Período de Corte (j)	Produção (*m3ssc/ha*) (V_{ij})	Receita ($)	Valor Presente ($) ($D_{ij}$)
1	1	52.22	1305.50	1243
1	2	61.60	1540.00	1330
1	3	70.20	1755.00	1375
1	4	77.60	1940.00	1379
1	5	84.26	2106.50	1358
1	6	90.24	2256.00	1319
1	7	94.90	2372.50	1258
1	8	98.56	2464.00	1185
2	1	0	0	0
2	2	0	0	0
2	3	0	0	0
2	4	0	0	0
2	5	0	0	0
2	6	0	0	0
2	7	0	0	0
2	8	0	0	0

Tabela 13.: Cálculo de E_{ij}

Período de Reforma (j)	Período de Corte (k)	Idade de Corte (anos)	Produção (m^3ssc/ha) (H_{jk})	Valor Presente ($) ($E_{jk}$)
1	6	10	29.10	282
1	7	12	40.80	389
1	8	14	52.22	485
2	7	10	29.10	256
2	8	12	40.80	361
3	8	10	29.10	232

Tabela 14.: Cálculo de T_i

Estrato Inicial (i)	Idade do Povoamento no Final do Horizonte de Planejamento (anos)	Valor Terminal do Povoamento ($/ha)	Valor Presente ($/ha) ($T_i$)
1	29	3532.98	1619
2	-	1031.73	473

Tabela 15.: Cálculo de Z_j

Período de Reforma (j)	Idade do Povoamento no Final do Horizonte de Planejamento (anos)	Valor Terminal do Povoamento ($/ha)	Valor Presente do Valor Terminal ($/ha)	Valor Presente do Custo de Reforma no Período J ($/ha)	Valor Presente Total ($/ha) ($Z_j$)
1	15	2456.73	1125.46	142.86	983
2	13	2228.33	1020.82	129.58	891
3	11	2021.16	925.92	117.53	808
4	9	1833.25	839.83	106.60	733
5	7	1662.81	761.75	96.69	665
6	5	1508.22	690.93	87.70	603
7	3	1368.00	626.70	79.55	547
8	1	1240.82	568.43	72.15	496

Tabela 16.: Cálculo de H_{kj}

Período de Reforma (k)	Período de Corte (j)	Idade de Corte (anos)	Produção (m^3ssc/ha) (H_kj)
1	6	10	29.10
1	7	12	40.80
1	8	14	52.22
2	7	10	29.10
2	8	12	40.80
3	8	14	29.10

A solução ótima para o problema formulado através do Modelo Tipo II é (em ha):

Y11 = 34.767	X18 = 19.150
Y12 = 16234	U1 = 21.743
Y13 = 14.245	U2 = 16.234
Y14 = 12.886	U3 = 14.245
Y15 = 11.868	U4 = 12.886
Y21 = 65.000	U5 = 11.868
X16 = 34.369	U6 = 34.364
X17 = 24.510	U7 = 24.510
	U8 = 19.150

Esses valores definem a mesma estratégia de manejo indicada pela prévia solução do Modelo Tipo I. A produção anual, a área reformada e explorada é exatamente igual. O valor da função objetivo associado à solução ótima do Modelo Tipo II é $ 255.325.644. A subtração do valor presente da série de custos anuais fixos (4.650.000) reduz esse valor para $ 250.675.644, que difere somente por problemas de arredondamento do correspondente valor obtido no Modelo Tipo I.

Matriz de Otimização do Plano de Manejo Florestal

Modelo Tipo II de Programação Linear

	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	X	X	X	X	X	X	W	W	U	U	U	U	U	U	U	U	
	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	3	1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	Limitações
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	7	8	8											
F.O.																																	
Terra I																																	= 65.000
Terra II																																	= 90.000
																																	= 0
																																	= 0
																																	= 0
																																	= 0
																																	= 0
																																	= 0
																																	= 0
																																	= 0
1º per.																																	≥ 500.000
2º per.																																	≥ 500.000
3º per.																																	≥ 500.000
4º per.																																	≥ 500.000
5º per.																																	≥ 500.000
6º per.																																	≥ 500.000
7º per.																																	≥ 500.000
8º per.																																	≥ 500.000

Literatura

BENTLEY,W.R. & TEEGUARDEN,D.E. Financial maturity: a theoretical review. *Forest Science.* Washington. 11: 76-87, 1965.

BERGER,R. Aplicação de critérios econômicos para determinação da maturidade financeira de povoamentos de Eucaliptos. Curitiba, 1985. 85p. (Mestrado - Universidade Federal do Paraná).

CHIANG, A. *Matemática para Economistas* 2.ed. São Paulo, EDUSP; McGraw-Hill, i982. 684 p.

CLUTTER, J.L.; FORTSON, J.C.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, G.H. & BAILEY, R.L. *Timber management* ; a quantitative approach. New York, John Wiley & Sons, 1983. 333p.

DAVIS, L.S. & JOHNSON, K.N. *Forest Management.* 3.ed. New York, McGraw-Hill, 1987. 790p.

DYKSTRA, D.P. *Mathematical programming [or natural resource management.* New York, McGraw-Hill, 1989. 318p.

GANE, M. *Martin Faustmann* and *the evolution* of *discounted cash fIow.* Oxford, Commonwealth Forestry Instituite, 1968. 55p. (Institute Paper,42)

JOHNSON, K.N. & SCHEURMAN, H.L. Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under diffcrent objetives; discussion and synthesis. *Forest Science Monograph* 18, Bethesda, 18: 31, 1977.

LEUSCHENER, W.A. *Introduction to Forest Resource Management.* New York, John Wiley & Sons, 1984. 290 p.

NEWMAN, D.H. *The optimal forest rotatíon;* a discussion and annotated bibliography- Ashvelli, Southeastern Forest Experiment Station, 1988. 47p. (USDA/Gen.Teach.Rep., SE-48)

RODRlGUEZ, L.C.E; LIMA, A.B.N.P.M, de; BUENO, A.C.; MARTINI, E.L. Programação linear no planejámento florestal: uma aplicação prática. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 5, Olinda, 1986. *SílvicuItura.* Sã.o Paulo, SBS, 41(11):163-168, 1986.

RODRlGUEZ,L.C.E. Tópicos de Economia Florestal. *Documentos Florestais,* Piracicaba (12): 1-49, 1991.

SAMUELSON,P. Economics of forestry in an evolving society. *Economic Inquiry,* Huntington Beach, 14: 466-92, 1976 .

WARE, G.O. & CLUTTER, J.L. A mathematical programming system for the management of industrial forests. *Forest Science* Washington, 11: 428-45, 1971.