

**UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI**

**MESTRADO EM CIÊNCIA FLORESTAL**

**LUIZ DAVID OLIVEIRA RABELO**

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO FLORESTAL COM A  
ESTRATIFICAÇÃO DE POVOAMENTOS EMPREGANDO O MÉTODO *K*-MEANS**

**DIAMANTINA - MG**

**2014**

**LUIZ DAVID OLIVEIRA RABELO**

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO FLORESTAL COM A  
ESTRATIFICAÇÃO DE POVOAMENTOS EMPREGANDO O MÉTODO K-MEANS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciência Florestal da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – UFVJM, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciência Florestal

**Orientador: Prof. Dr. Marcio Leles Romarco de Oliveira**

**DIAMANTINA - MG**

**2014**

Ficha Catalográfica – Serviço de Bibliotecas/UFVJM  
Bibliotecária Nathália Machado Laponez Maia – CRB6/3002

R114m  
2014

Rabelo, Luiz David Oliveira.

Modelagem do crescimento e produção florestal com a estratificação de povoamentos empregando o método k-means / Luiz David Oliveira Rabelo. – 2014.

79 p. : il., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Marcio Leles Romarco de Oliveira.

Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal - Faculdade de Ciências Agrárias, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, MG, 2014.

1. Manejo florestal. 2. Análise multivariada. 3. Prognose florestal. I. Oliveira, Marcio Leles Romarco de. II. Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. III. Título.

**CDD 634.9285**

Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

**LUIZ DAVID OLIVEIRA RABELO**

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO FLORESTAL COM A  
ESTRATIFICAÇÃO DE POVOAMENTOS EMPREGANDO O MÉTODO K-MEANS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciência Florestal da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – UFVJM, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciência Florestal

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Dr. Daniel Henrique Breda Binoti - DAP Florestal  
Membro

---

Prof. Dr. Helio Garcia Leite - UFV  
Membro

---

Prof. Dr. Gilciano Saraiva Nogueira - UFVJM  
Membro

---

Prof. Dr. Marcio Leles Romarco de Oliveira - UFVJM  
Presidente

APROVADA EM 21 / 02 / 2014

**DIAMANTINA - MG**

**2014**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pela energia, inspiração e a saúde, durante todos os dias da minha vida.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.

Ao Professor Marcio Leles, pela amizade e orientação sábia, tranquila e equilibrada.

Aos Professores Helio Garcia e Gilciano Nogueira e ao Dr. Daniel Binoti, pelas contribuições e disponibilidade.

A Olga Souza, que sempre me ensina, ama, perdoa, corrige, apoia... Obrigado Mãe!

Aos meus irmãos Gisele, Jailson, Hudson, Junior e Letícia e demais familiares, que sempre me apoiaram em novos desafios e incentivaram superar os obstáculos.

Aos amigos Juliano, Paulo, Gabi, Lídia, Luciano, Mateus, Fillipe, Leonidas, Ludmila, Marcone e Kamilla que tornaram a caminhada leve e descontraída.

A Mariana, pela amizade, carinho e companheirismo.

Aos Professores do Departamento de Engenharia Florestal – DEF / UFVJM, pelos ensinamentos e orientações de Graduação e Pós-Graduação.

Ao Grupo de Estudos em Mensuração e Manejo Florestal, pelo amadurecimento de opiniões, críticas, treinamentos e discussões.

A Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM e aos seus servidores que direta ou indiretamente contribuíram com essa conquista.

A nação brasileira, que por meio da arrecadação tributária contribui também para o ensino superior público e ao financiamento de pesquisas na pós-graduação.

A comunidade ativa de usuários do R, que por meio do registro de dúvidas e suas respectivas soluções contribuíram para a construção das análises propostas no trabalho.

**MUITO OBRIGADO!**

## RESUMO

RABELO, L.D.O. **Modelagem do crescimento e produção florestal com a estratificação de povoamentos empregando o método  $k$ -means**. 2014. 79 p. (Dissertação - Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, 2014.

O trabalho teve como objetivo propor uma metodologia de estratificação de povoamentos florestais, testar o modelo de Clutter utilizando outras variáveis independentes, empregar o modelo proposto por Oliveira em 2009 e propor uma alternativa para realização de prognose do crescimento e produção de povoamentos com uma ou duas medições do inventário florestal. O estudo foi realizado com informações de parcelas permanentes de inventários florestais contínuos, conduzidos em povoamentos de clones de Eucalipto localizados no Estado de Minas Gerais. A definição dos estratos foi realizada pelo método de mineração de dados  $k$ -means, a partir dos parâmetros de equações lineares simples de cada talhão para as variáveis de povoamento em função da idade. O índice de local para a classificação da capacidade produtiva foi calculado para cada talhão e a sua determinação foi feita utilizando o modelo de Schumacher. A classificação de talhões com uma (36 meses) ou duas medições, (48 meses) foi realizada com o cálculo da distância euclidiana para as variáveis de povoamento do talhão com relação à média do estrato definido pelo  $k$ -means. Foi ajustado para os dados de um mesmo conjunto de talhões o modelo de Clutter e algumas alternativas com a substituição de variáveis explicativas, bem como o modelo proposto por Oliveira. O desempenho dos modelos foi avaliado pela raiz quadrada do erro médio, *bias* %, *AIC*, *BIC* e gráficos com a dispersão dos resíduos. Com o intuito de verificar se o método  $k$ -means foi eficiente na formação de estratos, procedeu-se com o teste White para o ajuste dos modelos de área basal e volume. O modelo de Clutter apresentou estimativas volumétricas precisas com a estratificação usando o método  $k$ -means. Não verificou-se a violação de homocedasticidade de variâncias para a maioria dos estratos gerados pelo método  $k$ -means. A altura total média explicou com melhor desempenho a variação volumétrica do povoamento. A classificação de talhões florestais com a distância euclidiana entre as variáveis de povoamento apresentou resultados diferentes quanto a idade de referência. As estimativas projetadas com a classificação aos 48 meses obtiveram resultados mais consistentes do que as projetadas com 36 meses.

**Palavras-chaves:** Manejo Florestal. Análise Multivariada. Prognose Florestal.

## ABSTRACT

RABELO, L.D.O. **Growth and forest production shaping with the populations stratification using the k-means method.** 2014. 79 p. (Assay – Mastery in Forestry) – Federal University of Jequitinhonha and Mucuri Valleys, Diamantina, 2014.

The work had as object to propose a forest populations stratification methodology, to test the Clutter model using other independent variables, to employ the model proposed by Oliveira in 2009 and to propose an alternative to the performance of growth prognosis and populations productions with one or two forest inventory measurements. The study was performed with permanent parcels of continuous forest inventories, conducted in Eucalyptus clones populations located in Minas Gerais. The stratum definition was performed using the method of data mining *k*-means, from the simple linear equations parameters of each plot for the population variables according to the age. The local index to classify the productive capability was calculated for each plot and its determination was done using the Schumacher model. The plot classification with one (36 months) or two measurements (48 months) was made with the calculus of the Euclidian distance for the plot population variables in relation to the stratum average determined by the *k*-mean method. The Clutter model was adjusted for the data of the same group of plots and some alternatives with the substitution of instructive variables, and also with the model proposed by Oliveira. The models development was evaluated by the square root of the average error, bias %, AIC, *BIC* and graphics with residues dispersion. Intending to verify if the *k*-means method was efficient in the stratum formation, they continued to the White test for the adjustment of the basal area and volume models. The Clutter model has presented precise volumetric estimates with the stratification using the *k*-means method. Homoscedasticity variances violation was not shown for the majority of the stratum generated by the *k*-means method. The average total height has better explained the population volumetric variation. The forest plots classification with the Euclidian distance among the population variables has shown different results in relation to the reference age. The estimates projected with the classification at 48 months have gotten more consistent results than the ones projected at 36 months.

**Keywords:** Forest Management. Multivariate Analysis. Forest Prognosis.

## SUMÁRIO

RESUMO .....	v
ABSTRACT .....	vi
INTRODUÇÃO GERAL .....	9
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	10
CAPÍTULO I: MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE EUCALIPTO COM O AJUSTE DE ALTERNATIVAS AO MODELO DE CLUTTER A ESTRATOS GERADOS PELA TÉCNICA DE AGRUPAMENTO K-MEANS.....	11
1 - INTRODUÇÃO .....	11
2 – OBJETIVOS .....	13
3 - MATERIAL E MÉTODOS .....	13
3.1 - Informações sobre local e descrição dos dados .....	13
3.2 - Definição de estratos para modelagem do crescimento e produção.....	14
3.3 - Classificação da Capacidade Produtiva.....	17
3.4 - Modelagem do crescimento e produção florestal.....	17
4 – RESULTADOS .....	20
5 – DISCUSSÃO .....	42
6 – CONCLUSÃO.....	46
7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	47
CAPÍTULO II: PROGNOSE DA PRODUÇÃO FLORESTAL COM UMA OU DUAS MEDIÇÕES A PARTIR DE ESTRATOS GERADOS PELO MÉTODO K-MEANS.....	50
1 - INTRODUÇÃO .....	50
2 - OBJETIVOS .....	51
3 - MATERIAIS E MÉTODOS .....	52
3.1 - Informações sobre local e descrição dos dados .....	52
3.2 - Definição de estratos para modelagem do crescimento e produção.....	52
3.3 - Modelagem do crescimento e produção florestal.....	54



3.4 - Classificação de talhões com uma ou duas medições a estratos de modelagem .....	55
4 - RESULTADOS .....	56
5 - DISCUSSÃO.....	67
6 - CONCLUSÃO .....	71
7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	71
CONCLUSÃO GERAL .....	74
APÊNDICE A – Dispersão das informações de área basal para a estratificação em 12 grupos com as respectivas curvas de desenvolvimento em área basal.....	75
APÊNDICE B – Dispersão das informações de altura total para a estratificação em 12 grupos com as respectivas curvas de desenvolvimento em altura total.....	76
APÊNDICE C – Dispersão das informações de volume para a estratificação em 12 grupos com as respectivas curvas de desenvolvimento em volume.....	77
APÊNDICE D – Análise exploratória do valor máximo (Max), médio (Med) e mínimo (Min) encontrado em cada idade dentro de cada estrato para as seguintes variáveis: altura dominante ( $Hd$ ), altura total ( $Ht$ ), diâmetro médio quadrático ( $q$ ), área basal ( $B$ ) e o volume total com casca ( $Vtcc$ ).....	78

## INTRODUÇÃO GERAL

A madeira e seu uso balizaram a qualidade de vida das civilizações no decorrer da história da humanidade e o aumento populacional forçou a solução necessária de plantar árvores para garantir colheita e, em alguns casos, continuidade do uso em diversas partes do mundo (ABRAF, 2013). A relevância das espécies do gênero *Eucalyptus* plantadas no Brasil, faz com que essas florestas desempenhe uma função importante no suprimento de madeira para o mercado, reduzindo a pressão sobre as florestas nativas.

As florestas são sistemas biológicos dinâmicos que estão mudando continuamente, sendo necessário projetar essas mudanças para obter informações futuras relevantes que auxiliam em decisões adequadas de manejo florestal (AVERY e BURKHART, 2002). Segundo Husch *et al.* (2003), um modelo é uma abstração ou representação simplificada de um componente do mundo real, e no setor florestal os modelos geralmente se referem a ferramentas que descrevem como a estrutura da floresta vai modificar.

A compreensão e a predição do crescimento das árvores em um povoamento florestal vêm sendo tema de grande interesse por profissionais que atuam na pesquisa e na gestão dos recursos florestais. O processo de construção dos modelos pode revelar algumas implicações para o manejo florestal, no entanto o benefício maior está no longo prazo, pois proporciona aos gestores florestais opções na investigação de alternativas para a condução dos recursos florestais (VANCLAY, 1994).

Cada componente do modelo deve ser biologicamente realista. As estimativas dos parâmetros devem concordar com os dados e o atual entendimento dos processos de crescimento deve refletir as respectivas condições da região de interesse (SOARES, 1995). Para Campos e Leite (2013) a mensuração florestal refere-se mais à avaliação quantitativa do crescimento e produção, do que sua forma biológica.

O procedimento de subdivisão da população original em subpopulações homogêneas resulta em estimativas precisas para a variável de interesse estudada, consequência da menor variabilidade dentro das subpopulações definidas com os estratos (COCHRAN, 1963). Por essas melhorias nas estimativas, estudos vem sendo conduzidos no intuito de desenvolver métodos de estratificação florestal que proporcionem consistência às projeções realizadas pelos modelos de crescimento e produção florestal.

O conhecimento da situação presente dos povoamentos, bem como de sua dinâmica, conduz a necessidade de contínuo aprimoramento das técnicas de construção de modelos de crescimento e produção. Assim, o presente trabalho foi dividido em dois capítulos com propostas complementares e apresentado da seguinte forma:

O primeiro com o objetivo de propor uma metodologia de estratificação de povoamentos florestais e testar equações alternativas ao modelo de Clutter baseando-se na classificação da capacidade produtiva por talhão e o emprego do modelo proposto por Oliveira *et al.* (2009), visando a estimação do volume futuro consistido de povoamentos de Eucalipto não desbastados.

O segundo com o objetivo de propor uma alternativa para realização de prognose do crescimento e produção de povoamentos florestais não desbastados, com informações da primeira ou segunda medição do inventário florestal contínuo, empregando equações ajustadas a estratos gerados pelo agrupamento multivariado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAF; Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas. **Anuário estatístico da ABRAF**. Ano base 2012/ABRAF. Brasília, 2013. 148p.

AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements**. 5.ed. New York: McGraw-Hill Book, 2002. 456p.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 4. ed. rev. e ampl. Viçosa: Ed. UFV, 2013. 605 p.

COCHRAN, W. G. **Sampling Techniques**, 2nd .ed, John Wiley & Sons. Inc. New York and London, 41 3 p., 1963.

HUSCH, B.; BEERS, T. W.; KERSHAW JUNIOR, J. A. **Forest mensuration**. 4. ed. Malabar: Krieger Publishing Company, 2003. 443 p.

SOARES, P.; TOMÉ, M.; SKOVGAARDBY, J.P.; VANCLAY, J.K. Evaluating a growth model for forest management using continuous forest inventory data. **Forest Ecology and Management**. v. 71, p. 251-265,1995.

VANCLAY, J.K., 1994. **Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests**. CAB International, Wallingford, UK, xvii + 312 pp

## **CAPÍTULO I: MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE EUCALIPTO COM O AJUSTE DE ALTERNATIVAS AO MODELO DE CLUTTER A ESTRATOS GERADOS PELA TÉCNICA DE AGRUPAMENTO K-MEANS.**

### **1 - INTRODUÇÃO**

A importância do setor florestal para a sociedade brasileira em termos econômicos pode ser facilmente demonstrada com os seus resultados anuais. Para o ano de 2012, no seguimento de florestas plantadas, o valor da produção bruta foi responsável pela cifra de 56,3 bilhões de reais e a arrecadação de tributos correspondeu a 0,5% da arrecadação nacional. No que diz respeito a geração de emprego, o setor foi responsável pela manutenção de 3,65 milhões de postos, considerando os diretos, indiretos e os resultantes do efeito-renda (ABRAF, 2013).

Para que os empreendimentos florestais continuem contribuindo cada vez mais com o crescimento e desenvolvimento da economia brasileira, é preciso que as atividades sejam planejadas adequadamente, visando a alocação ótima de recursos, redução de custos e aumento da produtividade auxiliada pela inovação e desenvolvimento tecnológico. Segundo Vanclay (1994) os modelos de crescimento e produção apresentam benefícios a longo prazo, pois possibilitam ao gestor florestal investigar alternativas de manejo florestal, fornecendo informações necessárias para o planejamento das operações florestais.

Os modelos de crescimento e produção podem ser definidos como um conjunto de relações matemáticas que descrevem quantitativamente um sistema, representado neste caso pelo povoamento florestal (DAVIS E JOHNSON, 1987). Sendo assim, a modelagem constitui uma ferramenta de grande valia, pois sintetiza conhecimentos, identifica gargalos e fronteiras a serem rompidas, projeta e prediz o comportamento diante de condições diversas, facilitando as decisões relacionadas ao planejamento florestal (MAESTRI *et al.*, 2003).

Embora a modelagem do crescimento e da produção florestal tenha avançado significativamente no Brasil com as facilidades computacionais e o desenvolvimento de pesquisas, Demolinari *et al.* (2007) relatam a necessidade de mais estudos sobre crescimento de povoamentos comerciais, visando ao aprimoramento da modelagem do crescimento e da produção florestal.

A estratificação de povoamentos florestais pode ser a maneira mais eficiente para melhorar a precisão das estimativas e previsões da variável estudada (VANCLAY, 1994). Tradicionalmente a definição de estratos para a modelagem do crescimento e produção é realizada pela distinção de projeto florestal associado ao material genético e ou tratamento silvicultural. De acordo com Oliveira *et al.* (2008) a evolução dos plantios clonais de eucalipto gera a necessidade de agrupamento de clones com padrões de desenvolvimento semelhante, sob um mesmo regime de manejo e espaçamento, como método de estratificação dos dados para modelagem.

Segundo Dias *et al.* (2005), no Brasil persiste o uso de modelos de crescimento e produção em nível de povoamento, em que o volume e área basal são projetados com base em características do povoamento como idade, área basal e índice de local, por essas variáveis estarem intimamente relacionadas à produção volumétrica. A escolha de uma dessas variáveis está relacionada com a disponibilidade das informações no banco de dados.

Atualmente a projeção do crescimento e da produção de trabalhos científicos e operacionais ainda é realizada por meio do modelo de Clutter (1963). Segundo Campos e Leite (2013) esse modelo foi o mais difundido nas empresas florestais brasileiras. Apesar de sua ampla utilização e funcionalidade ainda existe uma lacuna de estudos que tange a sua aplicabilidade e suficiência estatística, pois o desenvolvimento de novas técnicas silviculturais e a introdução de espécies adaptadas suscitam modificações na taxa de crescimento do povoamento florestal (OLIVEIRA, 2012).

Recentemente alguns trabalhos com a modelagem em nível de povoamento total utilizando o modelo de Clutter (1963), têm demonstrado inconsistências ou falta de significância de alguns parâmetros, fazendo-se necessário a substituição ou eliminação de determinadas variáveis explicativas, (DIAS *et al.*, 2005; OLIVEIRA *et al.*, 2008; OLIVEIRA *et al.*, 2009; ALCÂNTARA, 2012; OLIVEIRA, 2012; e SALLES *et al.*, 2012). Oliveira *et al.* (2009) afirmaram que os procedimentos de modelagem do crescimento e produção de clones de eucalipto devem ser revistos continuamente, pois grande parte desses estudos não tem considerado a dinâmica dos plantios clonais.

## 2 – OBJETIVOS

O objetivo deste estudo foi propor e testar uma metodologia de estratificação de povoamentos florestais, bem como equações alternativas ao modelo de Clutter, baseando-se na classificação da capacidade produtiva por talhão e no emprego do modelo proposto por Oliveira *et al.* (2009).

$H_{01}$ = O modelo de Clutter (1963) apresenta estimativas precisas para a modelagem do crescimento e produção de povoamentos florestais não desbastados, quando submetidos à estratificação pelo método *k*-means.

$H_{A1}$ = Não  $H_{01}$ .

$H_{02}$ = As alternativas ao modelo Clutter (1963), propostas nesse trabalho apresenta estimativas precisas para a modelagem do crescimento e produção de povoamentos florestais não desbastados quando submetidas à estratificação pelo método *k*-means.

$H_{A2}$ = Não  $H_{02}$ .

## 3 - MATERIAL E MÉTODOS

### 3.1 - Informações sobre local e descrição dos dados

O estudo foi realizado com informações de parcelas permanentes de inventários florestais contínuos, conduzidos em povoamentos de clones de Eucalipto localizados no Estado de Minas Gerais. Esses dados foram cedidos por uma empresa florestal com povoamentos distribuídos estrategicamente no norte e sul do estado, pertencentes a quatro regiões. Os dados em nível de árvore foram processados pela própria empresa, sendo geradas estimativas por parcela e ano de medição, das seguintes variáveis: média das alturas das árvores dominantes (*m*), média da altura total (*m*), diâmetro médio (*cm*), área basal ( $m^2.ha^{-1}$ ) e volume comercial com casca ( $m^3.ha^{-1}$ ) para um diâmetro maior ou igual a 4 cm.

O banco de dados é constituído por informações coletadas em 3257 parcelas distribuídas em 2220 talhões, implantados no espaçamento 3x2 e presentes em 73 projetos. As medições das parcelas ocorreram nas idades de 36, 48, 60, 72, 84 e 96 meses, entre o período de 2003 a 2011, porém algumas não foram mensuradas em todas as idades do período. Para o processamento da estratificação proposta neste estudo, procedeu-se com um refino dos dados

retirando as parcelas que não apresentavam no mínimo três medições, essa decisão está associada ao atendimento do grau de liberdade mínimo para o ajuste de um modelo linear simples para cada talhão. Foram qualificadas com informações mínimas para o estudo 2145 parcelas abrangendo 1590 talhões florestais.

A realidade dos dados é melhor compreendida pela leitura da Tabela 1, onde foi apresentada a análise exploratória com valores mínimos, máximos e médios em cada idade para as variáveis altura dominante, altura total, diâmetro médio, área basal e volume com casca. Para as mesmas informações, foram gerados gráficos de dispersão relacionando as variáveis de povoamento.

O processamento das informações e a elaboração de gráficos foram realizados no Software R Core Team (2013), versão 2.15.3 com apoio da plataforma RStudio versão 0.97.

**Tabela 1:** Análise exploratória para o valor máximo, médio e mínimo encontrado em cada idade para as seguintes variáveis: altura dominante ( $Hd$ ), altura total ( $Ht$ ), diâmetro médio quadrático ( $q$ ), área basal ( $B$ ) e o volume total com casca ( $Vtcc$ )

<b>Idade (meses)</b>		<b><math>Hd</math> (m)</b>	<b><math>Ht</math> (m)</b>	<b><math>q</math> (cm)</b>	<b><math>B</math> (<math>m^2 \cdot ha^{-1}</math>)</b>	<b><math>Vtcc</math> (<math>m^3 \cdot ha^{-1}</math>)</b>
36	Máximo	35,5	24,6	15,3	26,24	189,88
	Médio	17,8	16,1	10,8	10,13	75,55
	Mínimo	9,3	8,2	6,3	2,21	8,61
48	Máximo	36,8	25,7	16,8	31,95	265,06
	Médio	21,8	19,7	12,5	13,20	120,96
	Mínimo	13,7	11,5	8,5	4,28	23,70
60	Máximo	39,5	29,4	21,4	41,16	534,68
	Médio	24,6	22,7	13,6	15,44	158,49
	Mínimo	15,7	13,6	9,6	6,23	43,99
72	Máximo	35,3	31,3	19,7	34,56	455,91
	Médio	26,5	23,5	14,2	16,76	185,43
	Mínimo	18,2	15,7	10,1	6,29	59,00
84	Máximo	38,9	33,0	19,5	34,33	408,86
	Médio	28,4	25,0	14,8	18,29	217,09
	Mínimo	19,9	16,7	11,0	9,91	78,78
96	Máximo	38,2	32,8	19,5	27,74	406,44
	Médio	30,1	26,3	15,3	19,39	243,72
	Mínimo	20,9	17,4	11,5	11,66	90,13

### 3.2 - Definição de estratos para modelagem do crescimento e produção

A estratificação das populações florestais constitui parte relevante dos inventários florestais contínuos em reflorestamentos (PÉLLICO NETTO e SANQUETA, 1995). Segundo

Cochran (1963), o procedimento de subdivisão da população original em subpopulações homogêneas resulta em estimativas mais precisas para a variável de interesse, consequência da menor variabilidade dentro das subpopulações definidas com a estratificação.

Uma alternativa para a definição de estratos é obtida a partir do agrupamento de talhões que apresentem proximidade na dinâmica de crescimento de variáveis de povoamento, tais com: altura total, altura dominante, diâmetro médio, volume e área basal. Assim, para cada talhão com mais de três medições foi ajustado a função de crescimento de Schumacher (1939) para as variáveis de povoamento acima citadas em função da idade do povoamento.

$$Ln = \beta_0 + \beta_1 I^{-1} + \varepsilon \quad (1)$$

em que:

$Y$ = Variável de povoamento;  $I$ = Idade, em meses;  $\beta_0$  e  $\beta_1$ = Parâmetros do modelo;  $\varepsilon$  = erro aleatório;  $Ln$  = Logaritmo neperiano.

A definição dos estratos foi realizada pelo método de mineração de dados  $k$ -means a partir dos parâmetros das equações de cada talhão para as variáveis de povoamento. O algoritmo iterativo foi proposto inicialmente por MacQueen (1967) para informar uma partição ótima a partir de  $n$  grupos solicitados, tal que a soma de quadrado da distância dos pontos para o centro do grupo mais próximo seja minimizada. Na descrição do método o autor afirma que o objetivo não é encontrar um agrupamento definitivo, mas ajudar o pesquisador no entendimento qualitativo e quantitativo de grande quantidade de dados com várias diemensões, fornecendo-lhe bons grupos com similaridade.

Hardigan e Wong (1979) complementaram a técnica de forma simples e eficiente, em que a distância euclidiana é empregada na formação dos grupos com a distância calculada para o centro dos grupos (MAITRA e RAMLER, 2010). O método  $k$ -means tem como objetivo minimizar a distância euclidiana dentro de cada grupo ao passo que procura maximizar a distância entre os centros dos grupos (DING e HE 2004). Para garantir uma partição próxima da ótima o número de repetições de partida do  $k$ -means para cada número de grupos buscou garantir uma alta intensidade de partidas, uma vez que o primeiro centro de cada grupo é definido aleatoriamente pelo algoritmo.

A técnica de mineração de dados define uma divisão do banco de dados a partir de um número inicial de grupos solicitados pelo pesquisador, no entanto o número ideal de estratos é



desconhecido e pode variar para cada banco de dados. Esse questionamento sugere a necessidade de se estudar o número adequado de partições para a modelagem do crescimento e produção a partir da estratificação florestal pelo método *k*-means.

Pellico Netto (1979) propôs que uma população a ser estratificada envolva uma caracterização de ordem estatística e que o procedimento reduza a sua variância em relação a variância tomada sem a estratificação. Assim, propõe-se a análise do comportamento da razão entre variâncias para cada variável de povoamento empregada na técnica agrupamento nas idades de 60 e 72 meses, para uma série de partições crescente de 2 a 30 estratos. A definição das idades estudadas se relaciona a proximidade dos valores adotados à estabilização do crescimento florestal.

A esperança para a análise da razão entre variâncias vai ao encontro de que há um decréscimo da variabilidade geral a medida que se aumenta o número de estratos até um ponto em que ocorre a redução na taxa de decaimento. O número de estratos foi definido a partir do patamar de estabilização ou próximo dele, para razão entre a variância estimada sem a estratificação com a variância do agrupamento com *n* estratos, sendo que a variância geral do agrupamento foi calculada a partir da variância ponderada de cada variável pela formula:

$$S^2_{AG} = \sum \frac{n_i S^2_i}{n_{total}} \quad Razão = \frac{S^2_{AGi}}{S^2_{Se}} \quad (2)$$

em que:

$S^2_{Se}$  = Variância estimada sem estratificar;  $S^2_{AG}$  = Variância do agrupamento em uma idade definida;  $n_i$  = Número de talhões qualificados no grupo;  $S^2_i$  = Variância do grupo;  $n_{total}$  = Número de talhões selecionados na idade.

Optou-se por não realizar um estudo analítico do ponto de estabilização da razão entre variâncias, pois a decisão do número ideal de grupos, está também relacionada com a quantidade de talhões em cada partição, a fim de atender viabilidade e o grau de liberdade para o ajuste das alternativas propostas no presente trabalho. Segundo MacQueen (1967) o método deve ser usado em estreita interação com a teoria e o conhecimento do pesquisador.

Para as idades de 60 e 72 meses em uma mesma sequência de razão entre variâncias, ajustou-se o modelo logístico com o intuito de verificar seu comportamento e se a tendência é modelavel em cada idade, para as variáveis de povoamento empregadas na estratificação florestal.

$$Raz\tilde{a}o = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 AG_i}} + \varepsilon \quad (3)$$

em que:

$AG_i$ =Agrupamento com  $i$  estratos;  $\beta_i$  = parâmetros do modelo e  $\varepsilon$  = erro aleatório.

### 3.3 - Classificação da Capacidade Produtiva

A classificação da capacidade produtiva foi determinada empregando-se índices de local, estimado para cada talhão utilizando o modelo de Schumacher (1939), em que a altura dominante é obtida em função da idade do povoamento. A decisão de estimar o índice de local por talhão baseou-se na classificação individual das unidades com a equação de desenvolvimento em altura dominante, uma vez que esta informação, foi empregada na definição de estratos pelo método  $k$ -means. Os resíduos para a estimação da altura dominante foram calculados e apresentados de forma relativa em um gráfico de dispersão, bem como a dispersão dos valores calculados com os observados e a apresentação do histograma com a frequência dos resíduos por classe de erro. Calculou-se também a raiz quadrada do erro médio ( $RQEM$ ) com relação a todos os resíduos do banco de dados.

$$res\tilde{u}do(\%) = \frac{\hat{Y}_i - Y_i}{Y_i} 100 \quad RQEM(\%) = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \frac{100}{\bar{Y}}} \quad (4)$$

em que:

$Y_i$  = Valor observado da variável  $i$ ;  $\hat{Y}_i$  = Valor estimado para a variável dependente  $i$ ;  $\bar{Y}$  = Valor médio observado da variável e  $i$  = Idade

### 3.4 - Modelagem do crescimento e produção florestal

Diferentes modelos de crescimento e produção florestal foram ajustadas para cada estrato, obtido pela metodologia proposta empregando a técnica de agrupamento  $k$ -means. As informações de entrada no método de agrupamento foram os parâmetros estimados  $\beta_0$  e  $\beta_1$  do modelo de Schumacher (1939) para as equações de altura dominante média, altura total média, área basal, diâmetro médio e volume em função da idade para cada talhão.

O método permite caracterizar em um mesmo estrato equações mais próximas, assim, os estratos para a modelagem foram decorrentes de grupos de talhões que apresentaram proximidade dimensional entre os parâmetros das equações e que não exista diferença expressiva na dinâmica de crescimento dessas variáveis. Em seguida foi ajustado pelo método dos mínimos quadrados em dois estágios, para os dados de um mesmo conjunto de talhões, o modelo de Clutter (1963) (5 e 6) e algumas alternativas (7 a 14) com a substituição de

variáveis explicativas, bem como o modelo proposto por Oliveira *et al.* (2009) (15) ajustado pelo algoritmo Gauss-Newton. Verificou-se a significância de cada parâmetro dos modelos pelo erro padrão e pelo teste  $t$ .

As alternativas ao modelo de Clutter (1963) diz respeito a substituição do site no ajuste da Alternativa II pela altura dominante ( $Hd$ ) na idade atual, nas duas equações do sistema (7 e 8). Para a Alternativa III, altura total ( $Ht$ ) na idade atual substitui o site nas duas equações do sistema (9 e 10). A retirada do parâmetro  $\alpha_l$  na primeira equação do sistema acompanhado da respectiva variável independente corresponde a alternativa IV(11). A Alternativa V é apresentada com a substituição do site pela altura total atual do povoamento no ajuste do segundo modelo do sistema (14). Por fim empregou-se o modelo proposto por Oliveira *et al.* (2009) (15) como a alternativa VI.

**Alternativa I:**

$$Ln(B_2) = Ln(B_1) \left( \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_l \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) S_1 + \varepsilon \quad (5)$$

$$Ln(V_2) = \beta_0 + \left( \frac{\beta_1}{I_2} \right) + \beta_2 S_1 + \beta_3 Ln(B_2) + \varepsilon \quad (6)$$

**Alternativa II:**

$$Ln(B_2) = Ln(B_1) \left( \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_l \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) Hd_1 + \varepsilon \quad (7)$$

$$Ln(V_2) = \beta_0 + \left( \frac{\beta_1}{I_2} \right) + \beta_2 Hd_1 + \beta_3 Ln(B_2) + \varepsilon \quad (8)$$

**Alternativa III:**

$$Ln(B_2) = Ln(B_1) \left( \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_l \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) Ht_1 + \varepsilon \quad (9)$$

$$Ln(V_2) = \beta_0 + \left( \frac{\beta_1}{I_2} \right) + \beta_2 Ht_1 + \beta_3 Ln(B_2) + \varepsilon \quad (10)$$

**Alternativa IV:**

$$Ln(B_2) = Ln(B_1) \left( \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \varepsilon \quad (11)$$

$$Ln(V_2) = \beta_0 + \left( \frac{\beta_1}{I_2} \right) + \beta_2 S_1 + \beta_3 Ln(B_2) + \varepsilon \quad (12)$$

**Alternativa V:**

$$\ln(B_2) = \ln(B_1) \left( \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_1 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) S_1 + \varepsilon \quad (13)$$

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \left( \frac{\beta_1}{I_2} \right) + \beta_2 HT_1 + \beta_3 \ln(B_2) + \varepsilon \quad (14)$$

**Alternativa VI:**

$$V_2 = V_1 + \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 I_2}} + \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 I_1}} + \varepsilon \quad (15)$$

em que:

$I_1$  = idade atual em *meses*;  $I_2$  = idade futura em *meses*;  $B_1$  = área basal na idade  $I_1$  em  $m^2 \cdot ha^{-1}$ ;  $B_2$  = área basal na idade  $I_2$  em  $m^2 \cdot ha^{-1}$ ;  $S_1$  = índice de local em *m*;  $Ht_1$  = altura total média em *m*;  $Hd_1$  = altura dominante média em *m*;  $V_1$  = volume na idade  $I_1$  em  $m^3 \cdot ha^{-1}$ ;  $V_2$  = volume na idade  $I_2$  em  $m^3 \cdot ha^{-1}$ ;  $\ln$  = logaritmo neperiano;  $\beta_i$  e  $\alpha_i$  = parâmetros do modelo; e  $\varepsilon$  = erro aleatório.

Para cada parâmetro do sistema de equações e para a Alternativa VI foi avaliado a significância pelo teste *t* dos coeficientes ajustados. Segundo Debertin (1975) os testes estatísticos *F* e *t* não são estritamente aplicáveis ao utilizar o método dos mínimos quadrados em dois estágios. O sinal associado ao coeficiente das equações e o erro padrão de cada parâmetro também foram avaliados, sendo que sua significância é obtida quando o valor absoluto do parâmetro excede o dobro do valor encontrado para o seu erro padrão (SALLES *et al.*, 2012).

O desempenho dos modelos de crescimento e produção, quanto a projeção das estimativas, foi verificada pela distribuição gráfica dos resíduos, relação entre valores observados e estimados, histograma com frequência de resíduo por classe de erro, cálculo da raiz quadrada do erro médio (RQEM) e erro médio percentual (*bias %*) para cada ajuste de modelos.

$$bias \% = \frac{100}{n} \sum \left( \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right) \quad (16)$$

em que:

$Y_i$  = Valor observado da variável *i*;  $\hat{Y}_i$  = Valor estimado para a variável dependente em *i*.

O *AIC* - Akaike Information Criterion (AKAIKE, 1974) e o *BIC* - Bayesian Information Criterion (SCHWARZ, 1978), são medidas de qualidade de ajustes de modelos baseadas na função de verossimilhança. Quanto menores são os valores absolutos obtidos para ambos os critérios, melhor o modelo descreve adequadamente a realidade dos dados. Os

critérios de *AIC* e *BIC* foram estimados para as alternativas I a V que possuem mesmas unidades para as variáveis dependentes no sistema de equações ajustadas em cada estrato.

$$AIC = -2Ln(lp) + 2p \quad BIC = -2Ln(lp) + kp \quad sendo: \quad k = Ln(n) \quad (17)$$

em que:

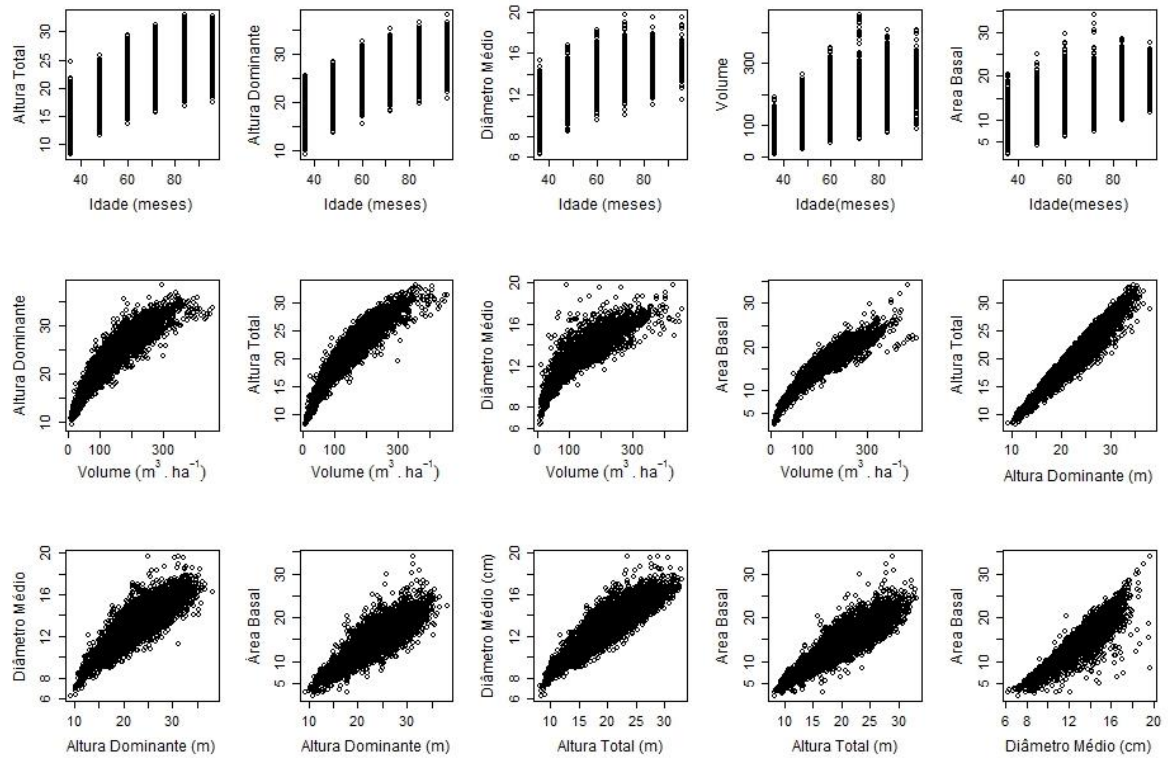
$lp$  = função de verossimilhança;  $\mu$  = vetor de parâmetros ;  $p$  = quantidade de parâmetros independentes do modelo.

Com o intuito de verificar se o método *k*-means foi eficiente na formação de estratos, atendendo assim as expectativas de similaridade dentro dos estratos, procedeu-se com o teste White para cada ajuste da modelagem de área basal e volume nas alternativas I a V. Foi testado a hipótese nula de homocedasticidade de variâncias dos resíduos associadas ao modelo de cada alternativa, no qual considerou-se o nível de significância a 5%. O teste foi realizado com relação a variabilidade da área basal e do volume por essas variáveis serem dependentes nas equações do sistema em suas respectivas alternativas propostas.

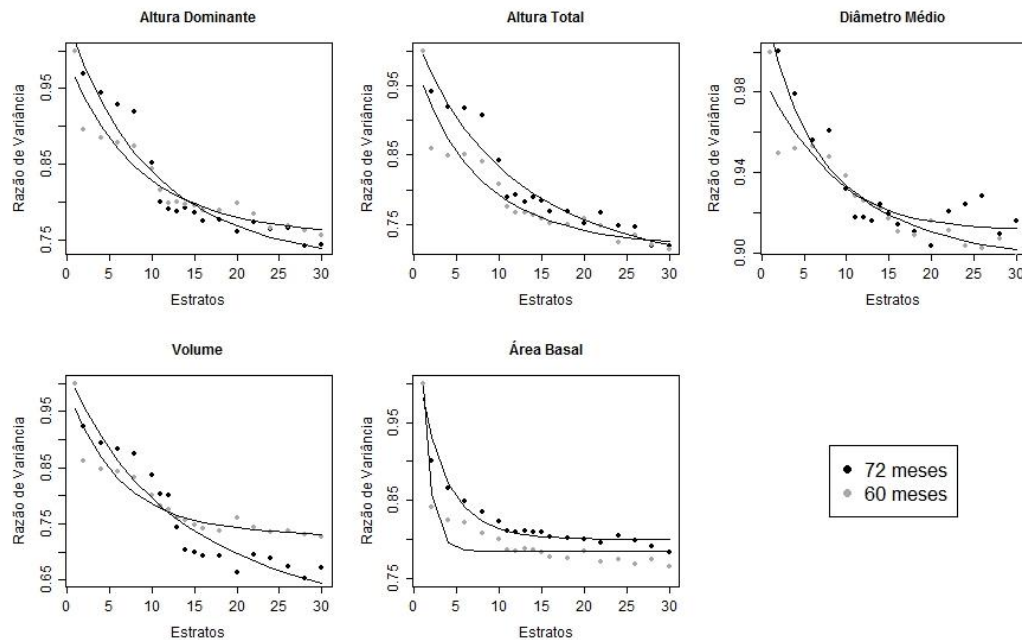
#### 4 – RESULTADOS

As relações entre as variáveis do povoamento florestal são apresentadas na Figura 1. A combinação entre elas permitiu a criação de gráficos que descrevem o comportamento de uma variável em função da outra. O entendimento dessas informações se faz importante para a escolha de variáveis explicativas dos modelos de crescimento e produção e suas consequências nos resultados de cada alternativa estudada.

A análise da estratificação foi realizada no banco de dados 15 vezes, em cada uma delas o número de estratos foi diferente e seus valores compreendidos entre 2 e 30. Avaliou-se o comportamento para a dispersão das razões entre a variância calculada sem estratificar com as variâncias de cada estratificação aos 60 e 72 meses, e o seu respectivo modelo logístico ajustado é apresentado na Figura 2. As variáveis estudadas foram o volume com casca, diâmetro médio, altura total média, altura dominante média e área basal. Os valores máximo, médio e mínimo e o desvio padrão (Sd) em cada estrato para os parâmetros dos ajustes do modelo 1 por talhão para as variáveis empregadas no agrupamento encontram-se na Tabela 2.



**Figura 1:** Dispersão para a relação entre as variáveis idade (*meses*), altura dominante média (*m*), altura total média (*m*), área basal ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ) diâmetro médio (*cm*) e volume ( $m^3 \cdot ha^{-1}$ ) para avaliação do comportamento entre as variáveis.



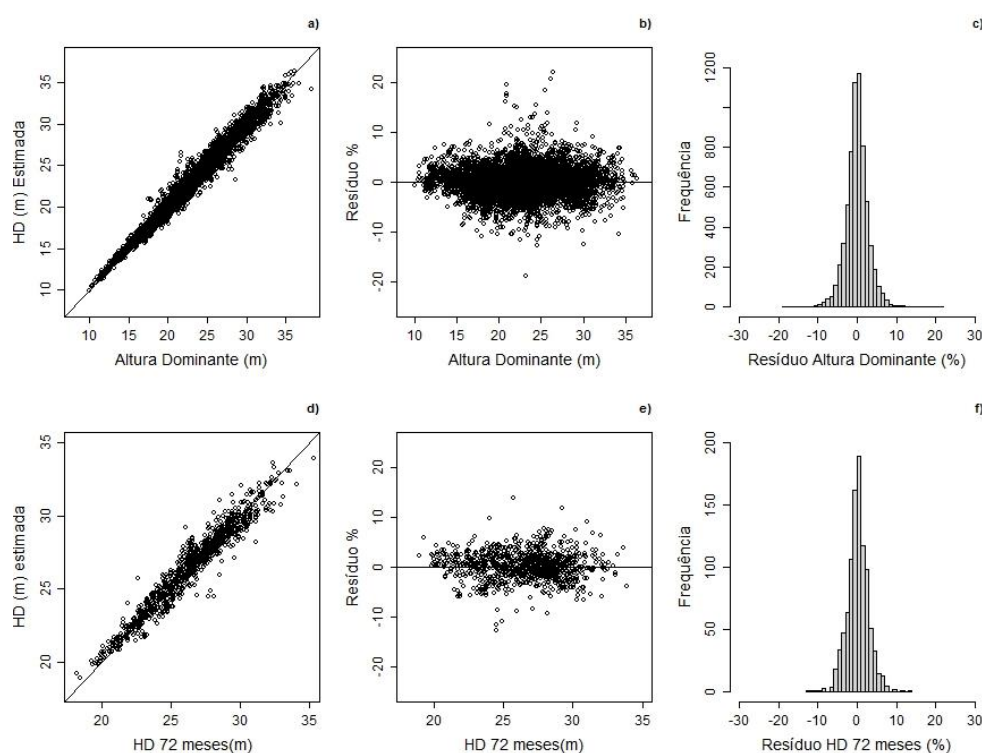
**Figura 2:** Razão entre a variância calculada sem estratificação e a variância ponderada em uma série de agrupamentos crescente para as variáveis de povoamento: volume total, área basal, diâmetro médio, altura total e altura dominante, obtidas nas idades de 60 e 72 meses.

**Tabela 2:** Valor máximo, médio, mínimo e desvio padrão (Sd), estimado em cada estrato para os parâmetros dos ajustes do modelo 1 por talhão, para as seguintes variáveis: altura dominante média ( $Hd$ ), altura total média ( $Ht$ ), diâmetro médio quadrático ( $q$ ), área basal ( $B$ ) e o volume total com casca ( $Vtcc$ )

		Estratos											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\beta_0 Vtcc$	Máximo	6,9	7,6	7,3	6,9	7,3	6,9	6,6	7,3	7,1	7,0	5,8	7,1
	Médio	6,3	6,6	6,6	6,0	6,4	6,2	5,8	6,8	6,5	6,3	5,5	6,3
	Mínimo	5,4	6,0	5,8	5,1	5,3	5,5	4,8	6,1	5,9	5,3	4,9	5,5
	Sd	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
$\beta_1 Vtcc$	Máximo	-75,9	-114,8	-71,6	-46,8	-84,7	-49,2	-33,3	-130,3	-98,4	-66,5	-15,9	-61,2
	Médio	-83,3	-121,9	-82,6	-61,6	-95,5	-59,5	-48,8	-139,4	-106,7	-73,6	-34,1	-67,8
	Mínimo	-92,2	-139,6	-99,0	-74,4	-112,6	-69,5	-58,4	-152,5	-114,3	-83,5	-57,9	-81,8
	Sd	3,7	5,2	5,7	4,1	4,9	3,4	4,5	5,8	4,0	3,1	10,3	3,5
$\beta_0 B$	Máximo	3,9	4,1	4,1	3,8	4,1	3,7	3,7	4,0	4,0	3,8	3,3	3,7
	Médio	3,5	3,6	3,4	3,3	3,5	3,3	3,2	3,7	3,6	3,4	3,0	3,4
	Mínimo	2,9	3,2	2,9	2,8	2,9	2,9	2,4	3,4	3,1	2,9	2,3	2,9
	Sd	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,1
$\beta_1 B$	Máximo	-41,4	-59,0	-26,6	-20,7	-36,9	-20,5	-15,0	-66,0	-52,3	-30,7	9,3	-23,6
	Médio	-48,3	-70,2	-39,8	-35,8	-52,7	-30,2	-27,8	-83,7	-60,8	-41,4	-21,6	-35,1
	Mínimo	-61,6	-79,8	-48,2	-45,1	-67,0	-38,1	-40,5	-94,8	-69,6	-47,7	-37,2	-41,5
	Sd	3,3	4,7	4,8	3,6	4,1	2,8	4,6	6,3	3,3	2,6	11,8	3,1
$\beta_0 Hd$	Máximo	4,0	4,4	4,2	3,9	4,1	4,0	3,9	4,2	4,2	4,0	3,6	4,0
	Médio	3,7	3,8	3,9	3,6	3,8	3,7	3,6	3,9	3,9	3,7	3,3	3,8
	Mínimo	3,4	3,6	3,6	3,1	3,4	3,4	3,2	3,6	3,5	3,4	3,1	3,4
	Sd	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
$\beta_1 Hd$	Máximo	-17,9	-41,0	-27,3	4,0	-27,2	-21,0	-11,3	-37,6	-35,9	-18,8	3,0	-21,2
	Médio	-31,4	-47,5	-36,9	-23,8	-39,6	-28,6	-22,6	-49,3	-44,6	-30,3	-10,0	-30,9
	Mínimo	-41,5	-59,0	-47,8	-32,0	-52,5	-35,8	-36,0	-54,5	-54,6	-38,0	-23,6	-41,2
	Sd	3,9	3,8	3,5	3,7	4,3	2,8	3,8	4,2	4,4	3,3	5,9	3,2
$\beta_0 Ht$	Máximo	3,9	4,0	4,0	3,7	4,0	3,8	3,8	4,1	4,0	3,9	3,4	3,9
	Médio	3,6	3,7	3,7	3,5	3,7	3,6	3,5	3,8	3,7	3,6	3,2	3,6
	Mínimo	3,2	3,4	3,3	3,1	3,2	3,3	3,0	3,5	3,4	3,2	3,0	3,2
	Sd	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1
$\beta_1 Ht$	Máximo	-20,4	-41,9	-28,6	-9,2	-27,9	-18,0	-11,3	-39,7	-37,7	-22,1	-4,4	-21,1
	Médio	-32,1	-47,8	-35,9	-23,6	-39,6	-27,5	-22,1	-51,2	-44,8	-29,9	-11,2	-29,9
	Mínimo	-38,8	-57,9	-44,5	-28,9	-48,0	-33,3	-27,3	-57,8	-52,1	-37,0	-21,2	-37,4
	Sd	2,9	3,1	3,2	2,7	4,2	2,2	2,9	4,4	3,6	2,7	4,8	2,7
$\beta_0 q$	Máximo	3,2	3,4	3,2	3,2	3,2	3,0	3,1	3,6	3,4	3,1	2,9	3,1
	Médio	3,0	3,1	3,0	2,9	3,0	2,9	2,8	3,2	3,1	2,9	2,7	2,9
	Mínimo	2,7	2,9	2,7	2,7	2,7	2,6	2,4	3,0	2,9	2,7	2,5	2,7
	Sd	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
$\beta_1 q$	Máximo	-20,1	-28,5	-13,4	-10,8	-17,9	-9,5	-5,9	-26,8	-26,4	-14,0	0,2	-12,0
	Médio	-24,2	-34,4	-20,0	-17,8	-26,1	-15,1	-14,1	-39,9	-30,2	-20,7	-10,8	-17,6
	Mínimo	-30,6	-40,1	-27,3	-22,6	-31,7	-19,3	-23,0	-48,2	-37,2	-25,8	-18,5	-21,9
	Sd	1,8	2,3	2,6	1,8	2,1	1,6	2,6	4,4	1,9	1,6	5,5	1,7

Os gráficos com a relação entre os valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e frequência dos resíduos por classe de erro para as estimativas de altura dominante

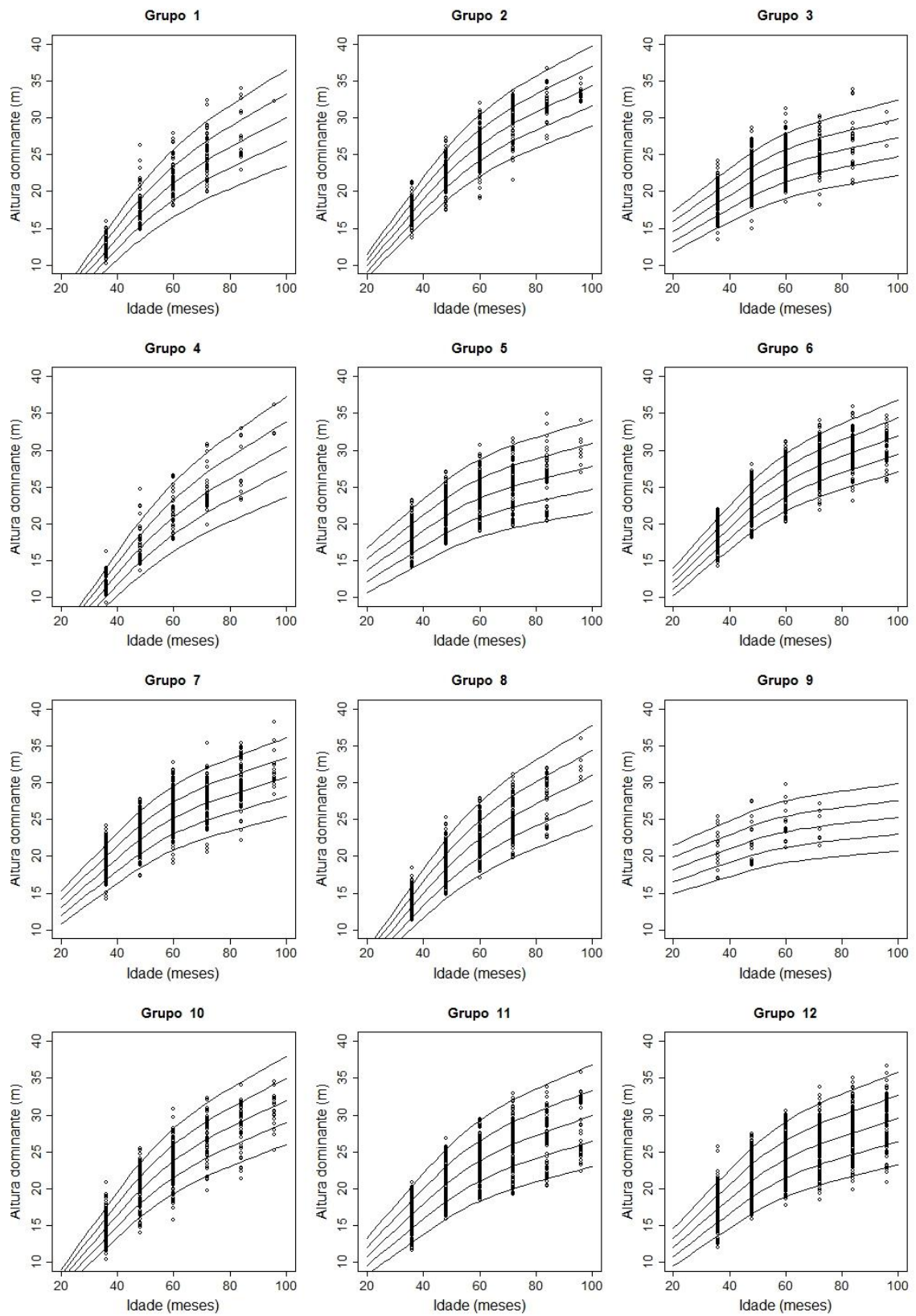
são apresentados na Figura 3. Observa-se a precisão nas estimativas com grande parte dos desvios em porcentagem restritos a -10 e 10 por cento dos gráficos de dispersão de resíduos 3b e 3e, os histogramas mostram a tendência de distribuição normal dos resíduos com maiores frequências para valores próximos a zero 3c e 3f. As Figuras 3a, 3b e 3c representam os valores estimados para altura dominante em todas as idades de todo o banco de dados, já a Figura 3d, 3e e 3f, refere-se aos valores estimados na idade de 72 meses para a mesma variável.



**Figura 3:** Relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com com a frequência dos resíduos por classe para a estimação da altura dominante 3a, 3b, 3c; relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com com a frequência dos resíduos por classe para a estimação da altura dominante na idade de 72 meses 3d, 3e, 3f.

O comportamento da altura dominante em cada subdivisão é apresentado pela Figura 4, com a dispersão dos valores observados e cinco tendências de desenvolvimento da variável ajustando a equação de Schumacher (1939) a cada estrato. As curvas foram obtidas a partir do valor médio de altura dominante ( $md$ ) aos 72 meses e o desvio padrão ( $Sd$ ). Considera-se então o site para a linha média ( $md$ ), linha superior media ( $md + Sd$ ), linha superior ( $md + 2Sd$ ), linha inferior ( $md - 2Sd$ ), linha inferior media ( $md - Sd$ ), na representação da dinâmica de crescimento dessa variável.





**Figura 4:** Dispersão das informações de altura dominante para cada um dos 12 estratos obtidos pelo método do *k*-means com as respectivas curvas de desenvolvimento em altura dominante.

As estimativas para os parâmetros dos modelos que descrevem o desenvolvimento em área basal e volume referentes a Alternativa I, juntamente com a significância do coeficiente pelo teste  $t$  e o seu erro padrão para os parâmetros ajustados no sistema de equações por estrato de modelagem são apresentados na Tabela 3. As mesmas informações para a Alternativa II, Alternativa III, Alternativa IV e Alternativa V são apresentadas pelas Tabela 4 a 7 respectivamente.

Foram estimadas para a Alternativa I, II, III, IV e V, em cada estrato, as medidas de qualidades de ajustes  $AIC$  e  $BIC$  para as equações de área basal e volume do sistema e os resultados foram apresentados na Tabela 8. A parte superior da tabela apresenta os resultados de  $AIC$  e  $BIC$  calculados referente aos ajustes das equações de área basal, na parte inferior são apresentados os resultados obtidos pelas estimativas das equações de volume por estrato.

**Tabela 3:** Estimativas dos parâmetros ajustados a cada estrato (Est.) de modelagem do crescimento e produção considerando o modelo de Clutter (1963) na sua Alternativa I

Alternativa I												
Est.	Equação da Área Basal				Equação do Volume							
	$\alpha_0$	$\underline{Sd}$	$\alpha_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_0$	$\underline{Sd}$	$\beta_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_2$	$\underline{Sd}$	$\beta_3$	$\underline{Sd}$
1	3,065*	0,220	0,022*	0,009	1,041*	0,159	-14,919*	4,710	0,030*	0,004	1,235*	0,060
2	2,402*	0,140	0,035*	0,005	1,107*	0,156	-14,146*	2,891	0,011*	0,003	1,441*	0,061
3	1,883*	0,146	0,052*	0,006	1,029*	0,145	-16,281*	2,843	0,010*	0,004	1,452*	0,066
4	3,512*	0,343	0,010 <sup>ns</sup>	0,014	1,701*	0,300	-41,732*	8,394	0,042*	0,006	1,036*	0,090
5	2,311*	0,092	0,039*	0,004	0,890*	0,097	-14,101*	1,895	0,023*	0,002	1,374*	0,040
6	2,543*	0,093	0,029*	0,003	1,037*	0,080	-18,479*	1,347	0,023*	0,002	1,345*	0,032
7	2,556*	0,099	0,026*	0,004	1,229*	0,096	-18,976*	1,531	0,017*	0,002	1,344*	0,036
8	3,042*	0,141	0,021*	0,005	1,192*	0,135	-20,119*	3,298	0,036*	0,003	1,155*	0,048
9	2,277*	0,584	0,028 <sup>ns</sup>	0,024	1,980*	0,511	-33,593*	9,332	0,035*	0,010	1,007*	0,187
10	2,793*	0,145	0,028*	0,006	0,996*	0,149	-18,187*	3,352	0,037*	0,003	1,207*	0,054
11	2,962*	0,094	0,021*	0,004	0,839*	0,106	-12,972*	2,167	0,030*	0,002	1,312*	0,040
12	2,519*	0,064	0,033*	0,002	0,791*	0,076	-15,373*	1,456	0,027*	0,002	1,375*	0,031

o  $\alpha_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de área basal e  $\beta_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de volume com suas respectivas significância pelo teste  $t$  (\*) e o  $\underline{Sd}$  erro padrão associado.

**Tabela 4:** Estimativas dos parâmetros ajustados a cada estrato (Est.) de modelagem do crescimento e produção considerando o modelo de Clutter (1963) na sua Alternativa II

Alternativa II												
Est.	Equação da Área Basal				Equação do Volume							
	$\alpha_0$	$\underline{Sd}$	$\alpha_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_0$	$\underline{Sd}$	$\beta_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_2$	$\underline{Sd}$	$\beta_3$	$\underline{Sd}$
1	3,995*	0,078	-0,024*	0,005	0,392*	0,175	16,713*	4,628	0,029*	0,004	1,404*	0,060
2	3,474*	0,063	-0,002*	0,003	0,374*	0,153	22,182*	3,624	0,036*	0,004	1,334*	0,061
3	1,875*	0,088	0,071*	0,005	0,491*	0,119	5,209*	2,278	0,001 <sup>ns</sup>	0,004	1,603*	0,055
4	3,964*	0,115	-0,014 <sup>ns</sup>	0,008	1,159*	0,358	-4,439*	9,634	0,026*	0,005	1,273*	0,095
5	2,901*	0,067	0,023*	0,004	0,375*	0,092	15,278*	1,617	0,040*	0,003	1,319*	0,039
6	3,343*	0,046	0,001 <sup>ns</sup>	0,002	0,484*	0,077	16,618*	1,402	0,041*	0,002	1,268*	0,031
7	3,057*	0,058	0,012*	0,003	0,883*	0,097	5,479*	1,648	0,031*	0,002	1,260*	0,040
8	3,987*	0,059	-0,025*	0,004	0,001 <sup>ns</sup>	0,123	44,222*	3,072	0,061*	0,003	1,168*	0,043
9	1,588*	0,534	0,0724*	0,028	2,577*	0,484	-24,798*	9,199	0,041*	0,015	0,741*	0,216
10	3,650*	0,056	-0,006 <sup>ns</sup>	0,003	0,025*	0,162	29,733*	3,446	0,041*	0,003	1,366*	0,055
11	3,636*	0,055	-0,006*	0,003	0,153*	0,096	26,061*	1,710	0,044*	0,002	1,310*	0,037
12	3,274*	0,039	0,008*	0,002	0,198*	0,068	20,904*	1,076	0,042*	0,002	1,339*	0,029

o  $\alpha_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de área basal e  $\beta_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de volume com suas respectivas significância pelo teste  $t$  (\*) e o  $\underline{Sd}$  erro padrão associado.

**Tabela 5:** Estimativas dos parâmetros ajustados a cada estrato (Est.) de modelagem do crescimento e produção considerando o modelo de Clutter (1963) na sua Alternativa III

Alternativa III												
Est.	Equação da Área Basal				Equação do Volume							
	$\alpha_0$	$\underline{Sd}$	$\alpha_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_0$	$\underline{Sd}$	$\beta_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_2$	$\underline{Sd}$	$\beta_3$	$\underline{Sd}$
1	4,057*	0,081	-0,025*	0,004	0,255 <sup>ns</sup>	0,184	17,088*	5,222	0,024*	0,004	1,472*	0,060
2	3,489*	0,063	-0,003 <sup>ns</sup>	0,003	0,146 <sup>ns</sup>	0,164	20,806*	4,288	0,028*	0,004	1,472*	0,059
3	1,795*	0,092	0,068*	0,004	0,4206*	0,121	4,711 <sup>ns</sup>	2,415	-0,007 <sup>ns</sup>	0,004	1,695*	0,054
4	3,954*	0,123	-0,012 <sup>ns</sup>	0,007	1,069*	0,365	-1,740 <sup>ns</sup>	9,973	0,024*	0,005	1,282*	0,096
5	2,892*	0,070	0,021*	0,003	0,163 <sup>ns</sup>	0,094	17,873*	1,761	0,035*	0,003	1,392*	0,039
6	3,398*	0,046	-0,002 <sup>ns</sup>	0,002	0,090 <sup>ns</sup>	0,085	19,408*	1,771	0,034*	0,002	1,426*	0,031
7	3,163*	0,058	0,006*	0,003	0,553*	0,102	5,670*	1,867	0,022*	0,002	1,427*	0,036
8	4,018*	0,061	-0,0237	0,003	-0,310*	0,129	54,028*	3,570	0,061*	0,003	1,168*	0,046
9	2,658*	0,529	0,014 <sup>ns</sup>	0,024	1,471*	0,620	-16,89 <sup>ns</sup>	10,242	0,028*	0,009	1,184*	0,200
10	3,664*	0,057	-0,006*	0,003	-0,270 <sup>ns</sup>	0,169	34,594*	3,906	0,037*	0,003	1,445*	0,056
11	3,680*	0,058	-0,008*	0,003	-0,188 <sup>ns</sup>	0,099	32,770*	1,994	0,044*	0,002	1,364*	0,039
12	3,316*	0,041	0,005*	0,002	-0,193*	0,072	24,994*	1,301	0,036*	0,002	1,473*	0,030

o  $\alpha_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de área basal e  $\beta_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de volume com suas respectivas significância pelo teste  $t$  (\*) e o  $\underline{Sd}$  erro padrão associado.

**Tabela 6:** Estimativas dos parâmetros ajustados a cada estrato (Est.) de modelagem do crescimento e produção considerando o modelo de Clutter (1963) na sua Alternativa IV

Alternativa IV												
Est.	Equação da Área Basal				Equação do Volume							
	$\alpha_0$	$\underline{Sd}$	$\alpha_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_0$	$\underline{Sd}$	$\beta_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_2$	$\underline{Sd}$	$\beta_3$	$\underline{Sd}$
1	3,617*	0,026	--	--	0,908*	0,165	-15,127*	4,698	0,036*	0,004	1,238*	0,060
2	3,433*	0,013	--	--	0,803*	0,167	-14,067*	2,898	0,022*	0,003	1,439*	0,061
3	3,239*	0,017	--	--	0,818*	0,169	-19,908*	2,940	0,030*	0,004	1,367*	0,069
4	3,759*	0,036	--	--	1,648*	0,305	-41,546*	8,425	0,045	0,005	1,0358*	0,090
5	3,323*	0,010	--	--	0,601*	0,104	-14,315*	1,890	0,035*	0,002	1,375*	0,040
6	3,350*	0,008	--	--	0,806*	0,085	-18,444*	1,345	0,032*	0,002	1,348*	0,032
7	3,305*	0,009	--	--	0,991*	0,101	-18,781*	1,525	0,025*	0,002	1,353*	0,036
8	3,598*	0,017	--	--	1,057*	0,140	-19,987*	3,299	0,041*	0,003	1,157*	0,048
9	2,961*	0,069	--	--	1,829*	0,542	-33,112*	9,415	0,042*	0,010	0,998*	0,188
10	3,550*	0,016	--	--	0,800*	0,157	-18,130*	3,358	0,045*	0,003	1,207*	0,054
11	3,524*	0,011	--	--	0,657*	0,110	-12,304*	2,172	0,035*	0,002	1,327*	0,040
12	3,425*	0,007	--	--	0,535*	0,081	-15,409*	1,444	0,037*	0,002	1,380*	0,031

o  $\alpha_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de área basal e  $\beta_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de volume com suas respectivas significância pelo teste  $t$  (\*) e o  $\underline{Sd}$  erro padrão associado.

**Tabela 7:** Estimativas dos parâmetros ajustados a cada estrato (Est.) de modelagem do crescimento e produção considerando o modelo de Clutter (1963) na sua Alternativa V

Alternativa V												
Est.	Equação da Área Basal				Equação do Volume							
	$\alpha_0$	$\underline{Sd}$	$\alpha_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_0$	$\underline{Sd}$	$\beta_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_2$	$\underline{Sd}$	$\beta_3$	$\underline{Sd}$
1	3,066*	0,220	0,022*	0,009	0,530*	0,150	19,799*	4,166	0,027*	0,004	1,349*	0,050
2	2,403*	0,140	0,036*	0,005	0,824*	0,139	12,832*	3,687	0,029*	0,004	1,283*	0,057
3	1,883*	0,146	0,052*	0,006	0,893*	0,128	-8,696*	2,576	0,011*	0,004	1,473*	0,062
4	3,512*	0,343	0,010 <sup>ns</sup>	0,014	1,186*	0,341	-2,837 <sup>ns</sup>	9,340	0,023*	0,005	1,269*	0,090
5	2,311*	0,092	0,039*	0,004	0,646*	0,082	7,935*	1,549	0,037*	0,003	1,289*	0,036
6	2,544*	0,093	0,029*	0,003	0,766*	0,071	10,366*	1,398	0,036*	0,002	1,248*	0,030
7	2,556*	0,099	0,027*	0,004	1,087*	0,091	-0,790 <sup>ns</sup>	1,649	0,027*	0,003	1,259*	0,039
8	3,043*	0,141	0,022*	0,005	0,329*	0,112	38,093*	2,999	0,052*	0,003	1,141*	0,041
9	2,27*	0,584	0,028 <sup>ns</sup>	0,024	2,390*	0,514	-25,66*	9,066	0,049*	0,013	0,771*	0,217
10	2,794*	0,145	0,029*	0,006	0,303*	0,140	23,988*	3,160	0,035*	0,003	1,343*	0,049
11	2,963*	0,094	0,021*	0,004	0,438*	0,088	20,689*	1,673	0,039*	0,002	1,278*	0,036
12	2,519*	0,064	0,034*	0,002	0,513*	0,060	13,703*	1,025	0,038*	0,002	1,301*	0,026

o  $\alpha_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de área basal e  $\beta_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de volume com suas respectivas significância pelo teste  $t$  (\*) e o  $\underline{Sd}$  erro padrão associado.

**Tabela 8:** Estimativas dos critérios de informação *AIC* e *BIC* calculados para cada equação de área basal ( $m^2.ha^{-1}$ ) e volume ( $m^3.ha^{-1}$ ) em todos os estratos modelagem da área basal do modelo de Clutter (1963)

Alternativas para Área Basal ( $m^2.ha^{-1}$ )										
Estrato	I		II		III		IV		V	
	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>
1	-468,28	-458,22	-487,02	-476,96	-492,26	-482,21	-463,96	-457,26	-468,28	-458,22
2	-1348,77	-1336,52	-1297,80	-1285,55	-1298,18	-1285,93	-1299,35	-1291,18	-1348,77	-1336,52
3	-1181,12	-1168,32	-1301,79	-1288,99	-1306,23	-1293,43	-1101,80	-1093,26	-1181,12	-1168,32
4	-235,41	-226,95	-238,42	-229,96	-237,66	-229,20	-236,89	-231,25	-235,41	-226,95
5	-1887,60	-1874,48	-1814,16	-1801,03	-1813,02	-1799,89	-1777,34	-1768,59	-1887,60	-1874,48
6	-3047,92	-3033,29	-2973,71	-2959,08	-2974,30	-2959,67	-2975,58	-2965,83	-3047,92	-3033,29
7	-2164,03	-2150,34	-2127,18	-2113,49	-2114,47	-2100,77	-2110,32	-2101,19	-2164,03	-2150,34
8	-1015,44	-1003,52	-1044,45	-1032,53	-1047,92	-1036,00	-1001,87	-993,92	-1015,44	-1003,52
9	-65,51	-60,68	-70,56	-65,73	-64,42	-59,59	-66,07	-62,85	-65,51	-60,68
10	-1053,97	-1041,78	-1030,71	-1018,52	-1031,58	-1019,39	-1029,20	-1021,07	-1053,97	-1041,78
11	-1899,37	-1885,77	-1868,68	-1855,08	-1871,92	-1858,32	-1866,26	-1857,19	-1899,37	-1885,77
12	-3745,09	-3729,96	-3575,49	-3560,37	-3567,44	-3552,31	-3562,02	-3551,93	-3745,09	-3729,96
Alternativas para o Volume ( $m^3.ha^{-1}$ )										
Estrato	I		II		III		IV		V	
	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>
1	-312,67	-295,91	-263,26	-246,50	-248,16	-231,40	-312,89	-296,13	-309,63	-292,88
2	-649,23	-628,81	-681,45	-661,03	-645,88	-625,46	-648,44	-628,02	-689,85	-669,42
3	-547,13	-525,79	-668,89	-647,56	-645,79	-624,45	-496,37	-475,03	-546,33	-525,00
4	-130,23	-116,13	-92,99	-78,89	-91,34	-77,24	-129,93	-115,83	-100,60	-86,50
5	-1119,64	-1097,76	-1163,14	-1141,26	-1119,69	-1097,81	-1119,69	-1097,81	-1203,61	-1181,74
6	-1869,73	-1845,35	-1989,91	-1965,53	-1835,76	-1811,38	-1873,04	-1848,66	-2016,26	-1991,88
7	-1354,79	-1331,97	-1370,21	-1347,38	-1302,78	-1279,95	-1361,64	-1338,82	-1379,25	-1356,42
8	-643,46	-623,59	-709,06	-689,19	-679,38	-659,51	-644,08	-624,21	-722,13	-702,27
9	-30,84	-22,78	-30,19	-22,14	-24,18	-16,13	-30,37	-22,32	-30,93	-22,88
10	-603,22	-582,92	-529,93	-509,63	-495,65	-475,34	-602,68	-582,38	-586,10	-565,79
11	-1120,26	-1097,59	-1199,80	-1177,13	-1131,61	-1108,94	-1125,38	-1102,71	-1208,13	-1185,46
12	-2187,13	-2161,91	-2333,65	-2308,44	-2118,56	-2093,34	-2199,66	-2174,44	-2412,37	-2387,16

As equações ajustadas para o desenvolvimento volumétrico por estrato da Alternativa VI é apresentada na Tabela 9 com o erro padrão de cada parâmetro e sua respectiva significância calculada pelo teste  $t$ . Para essa alternativa, o  $\beta_1$  foi não significativo ( $p>0,05$ ) para o estrato 9 pelo teste  $t$ , pelo erro padrão a estimativa foi não significativa. Os demais resultados foram significativos para os dois testes.

**Tabela 9:** Estimativas dos parâmetros  $\beta_i$  ajustados a cada estrato de modelagem do crescimento e produção considerando o modelo da Alternativa VI, sua respectiva significância pelo teste  $t$  (\*) e o  $\underline{Sd}$  erro padrão para cada parâmetro

Alternativa VI						
Estrato	Equação do Volume					
	$\beta_0$	$\underline{Sd}$	$\beta_1$	$\underline{Sd}$	$\beta_2$	$\underline{Sd}$
1	233,54*	28,60	55,40*	14,96	0,0621*	0,01
2	321,48*	12,41	27,43*	4,20	0,0628*	0,00
3	189,42*	9,74	9,52*	2,34	0,0598*	0,01
4	436,98*	91,68	100,73*	16,76	0,0535*	0,01
5	215,65*	9,39	15,29*	2,72	0,0606*	0,01
6	248,26*	5,07	19,14*	2,43	0,0650*	0,00
7	269,82*	9,57	11,00*	1,40	0,0526*	0,00
8	272,83*	22,17	37,48*	5,68	0,0555*	0,00
9	166,42*	45,34	3,79 <sup>ns</sup>	4,02	0,0488 <sup>ns</sup>	0,04
10	264,63*	12,22	38,51*	6,18	0,0618*	0,00
11	223,42*	6,03	32,72*	6,09	0,0717*	0,00
12	238,74*	5,65	18,31*	2,31	0,0599*	0,00

A qualidade foi calculada para cada procedimento, testado no estudo, em cada equação do sistema por meio do  $RQEM$  e  $bias \%$  e foram apresentados nas Tabelas 10, 11 e 12. Os resultados foram obtidos com a estimação das informações por estrato de modelagem, assim, buscou avaliar o desempenho da metodologia e os ajustes específicos por estrato.

**Tabela 10:** Estimativa dos valores da raiz quadrada do erro médio ( $RQEM$ ) e  $bias \%$  para as alternativas I e II referente as estimativas de volume e área basal

Estrato	Alternativa I				Alternativa II			
	Volume		Área Basal		Volume		Área Basal	
	$RQEM \%$	$bias \%$	$RQEM \%$	$bias \%$	$RQEM \%$	$bias \%$	$RQEM \%$	$bias \%$
1	12,78	-0,76	6,91	-0,32	12,43	-0,94	6,68	-0,75
2	13,42	-1,81	4,86	-0,16	12,99	-1,65	5,18	-0,11
3	10,10	-0,27	5,30	-1,10	10,48	-0,49	5,99	-1,24
4	14,58	-0,88	9,55	-0,65	15,13	-0,33	9,26	-0,47
5	10,27	-0,81	4,78	0,03	10,94	-0,84	5,19	-0,24
6	10,29	-0,52	4,64	-0,20	10,35	-0,54	4,80	-0,23
7	8,64	-0,16	4,50	-0,19	8,53	-0,14	4,74	-0,23
8	11,23	-0,36	6,20	-0,78	9,27	-0,37	5,83	-0,34
9	14,94	-4,20	8,81	-1,97	15,27	-4,46	8,99	-2,17
10	11,28	-0,60	5,94	-0,89	10,65	-0,51	5,99	-0,91
11	10,73	-0,70	5,49	-0,54	10,59	-0,76	5,57	-0,54
12	9,51	-0,50	4,59	-0,24	9,73	-0,49	4,83	-0,47

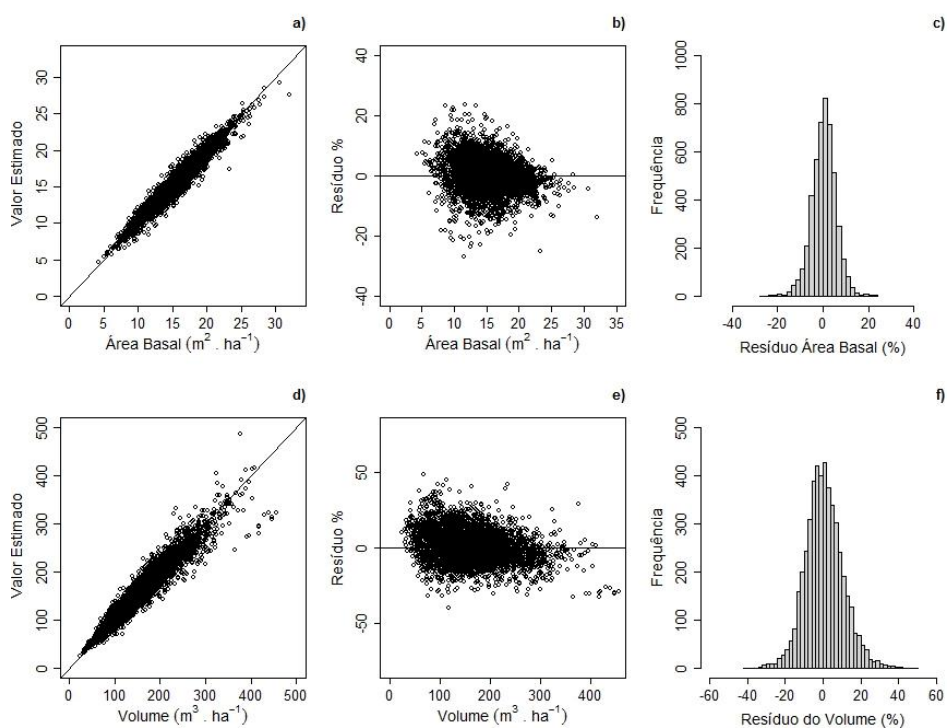
**Tabela 11:** Estimativa dos valores da raiz quadrada do erro médio (*RQEM*) e *bias %* para as alternativas III e IV referente as estimativas de volume e área basal

Estrato	Alternativa III				Alternativa IV			
	Volume		Área Basal		Volume		Área Basal	
	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>
1	11,27	-0,66	6,78	-0,79	12,66	-0,72	7,09	-0,52
2	12,27	-1,55	5,18	-0,13	13,42	-1,80	5,18	-0,15
3	9,86	-0,38	5,95	-1,23	10,08	-0,22	5,56	-1,36
4	14,78	-0,20	9,23	-0,51	14,55	-0,90	9,47	-0,54
5	10,62	-0,46	5,20	-0,20	10,36	-0,82	5,37	-0,09
6	9,36	-0,34	4,81	-0,26	10,24	-0,53	4,81	-0,25
7	8,01	0,00	4,70	-0,23	8,58	-0,18	4,77	-0,19
8	8,76	-0,41	5,84	-0,36	11,17	-0,36	6,24	-0,75
9	14,59	-4,28	7,94	-1,54	15,01	-4,17	9,11	-2,16
10	10,24	-0,17	6,00	-0,91	11,25	-0,60	6,09	-0,84
11	9,83	-0,54	5,58	-0,57	10,69	-0,70	5,61	-0,62
12	8,73	-0,27	4,82	-0,47	9,46	-0,49	4,84	-0,42

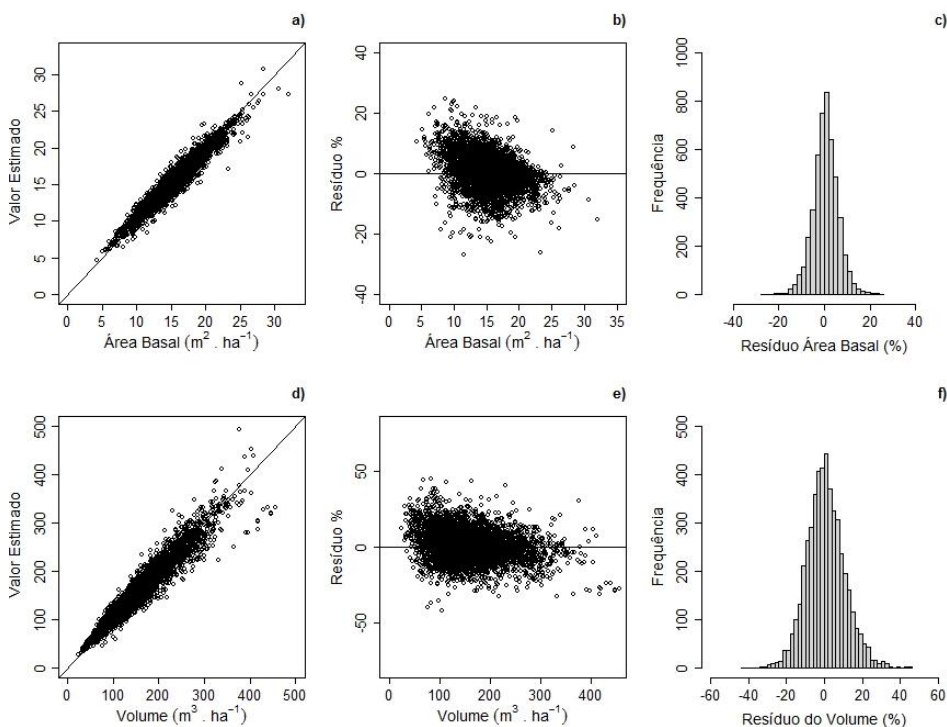
**Tabela 12:** Estimativa dos valores da raiz quadrada do erro médio (*RQEM*) e *bias %* para as alternativas V e VI referente as estimativas de volume e área basal

Estrato	Alternativa V				Alternativa IV	
	Volume		Área Basal		Volume	
	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>
1	10,62	-0,58	6,91	-0,32	16,28	-1,16
2	12,36	-1,58	4,86	-0,16	12,79	-0,56
3	9,69	-0,23	5,30	-1,10	10,52	-0,23
4	14,64	-0,26	9,55	-0,65	20,47	0,12
5	10,07	-0,50	4,78	0,03	11,98	-0,19
6	9,31	-0,34	4,64	-0,20	11,28	0,17
7	7,96	0,00	4,50	-0,19	8,98	-0,26
8	9,02	-0,35	6,20	-0,78	13,75	0,92
9	14,52	-4,15	8,81	-1,97	14,22	-1,65
10	10,10	-0,22	5,94	-0,89	13,44	-1,75
11	9,72	-0,52	5,49	-0,54	11,85	-0,41
12	8,57	-0,26	4,59	-0,24	10,65	0,79

Os gráficos com a relação entre valor estimado e valor observado a), dispersão do resíduo em porcentagem com relação ao valor observado b), histograma de frequência por classe de resíduo c), para a área basal ( $m^2.ha^{-1}$ ) e relação entre valor estimado e valor observado d), resíduo em porcentagem com relação ao valor observado e), histograma de frequência por classe de resíduo f), para o volume ( $m^3.ha^{-1}$ ) são apresentados nas Figuras 5 a 9 para as Alternativas I a V respectivamente.

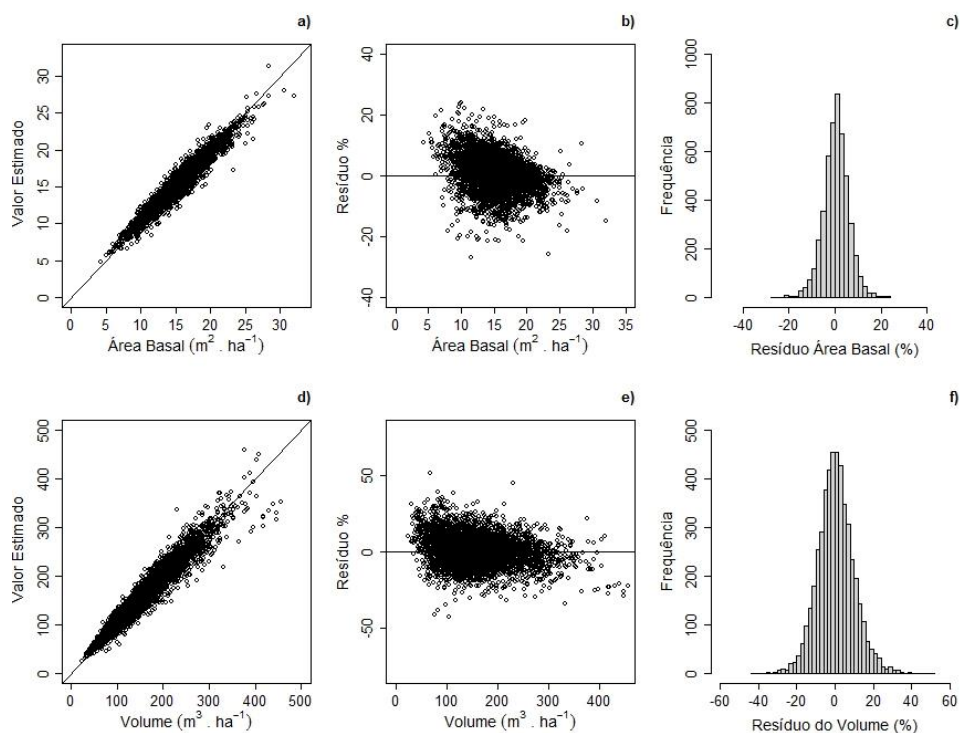


**Figura 5:** Relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com com a frequência dos resíduos por classe de erro para a estimação da área basal a), b), c) e volume total com casca d), e), f) para a Alternativa I.

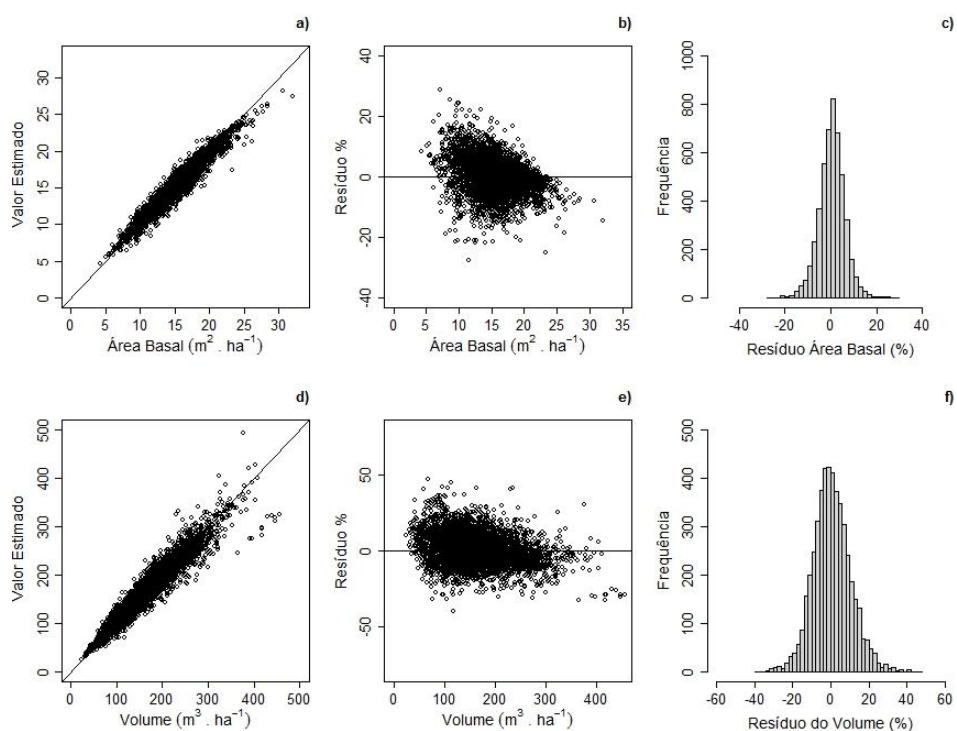


**Figura 6:** Relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com com a frequência dos resíduos por classe de erro para a estimação da área basal a), b), c) e volume total com casca d), e), f) para a Alternativa II.

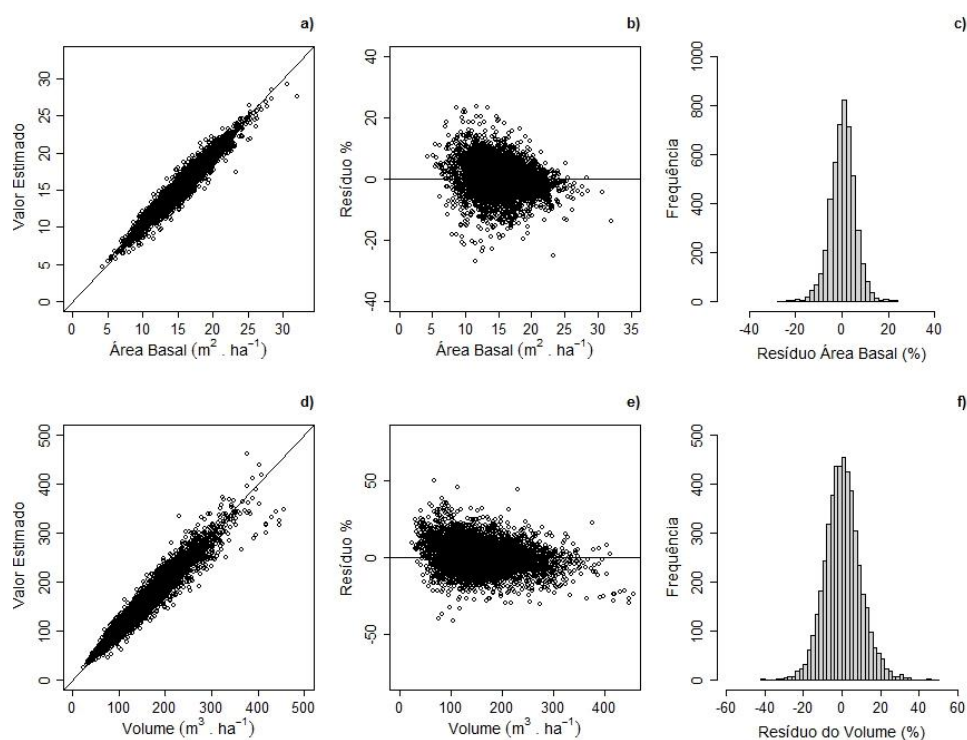




**Figura 7:** Relação de valores estimados e observados , dispersão dos resíduos e histograma com com a frequência dos resíduos por classe de erro para a estimação da área basal a), b), c) e volume total com casca d), e), f) para a Alternativa III.



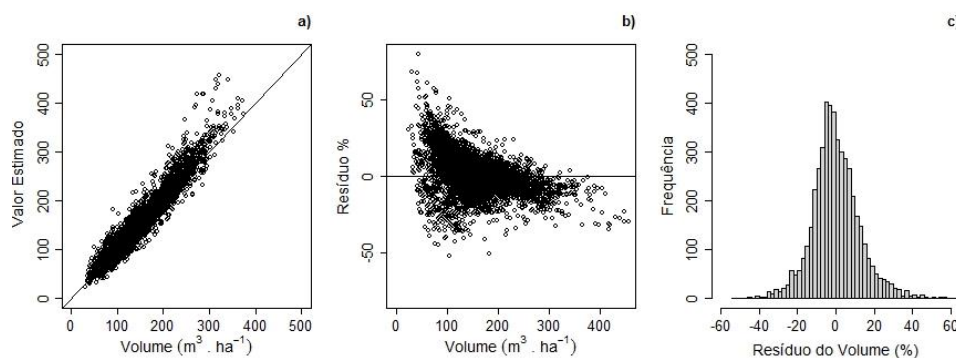
**Figura 8:** Relação de valores estimados e observados , dispersão dos resíduos e histograma com com a frequência dos resíduos por classe de erro para a estimação da área basal a), b), c) e volume total com casca d), e), f) para a Alternativa IV.



**Figura 9:** Relação de valores estimados e observados , dispersão dos resíduos e histograma com com a frequência dos resíduos por classe de erro para a estimação da área basal a), b), c) e volume total com casca d), e), f) para a Alternativa V.

Os resultados apresentados demonstram uma tendência de normalidade para os histogramas com a frequência de resíduos por classe, tanto para a estimação da variável área basal c), quanto para o volume f). A dispersão geral dos resíduos obtidos para a área basal b) fica restrita a -20 a 20 % e o volume apresenta uma dispersão geral mais ampla com valores entre -30 a 30%.

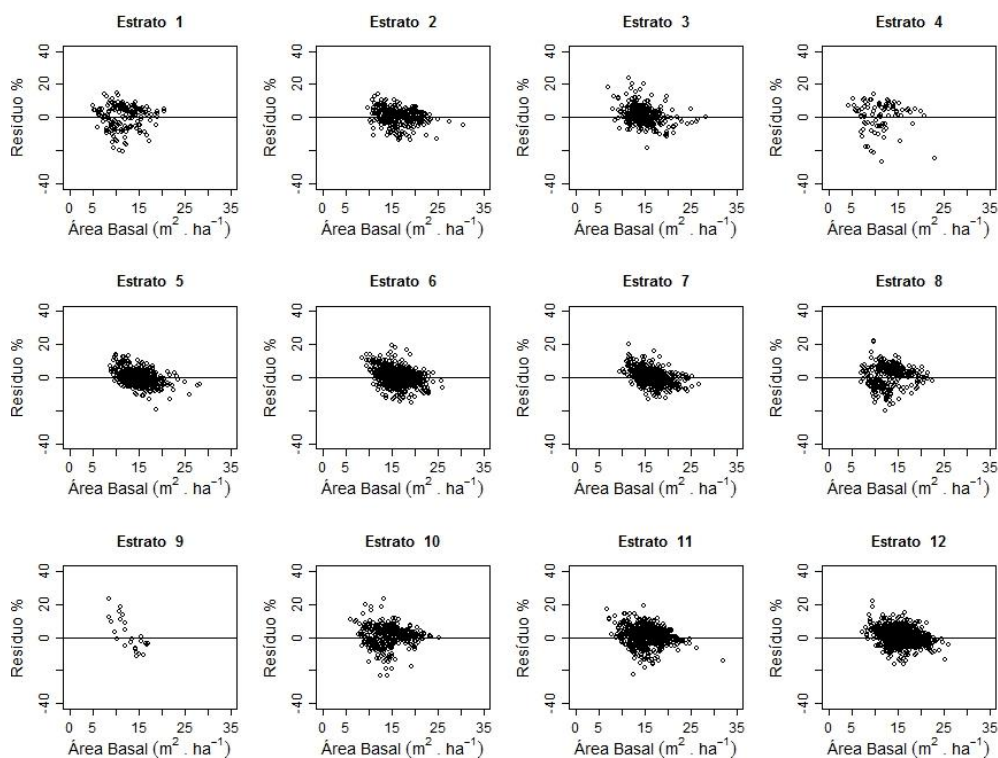
Os gráficos com a relação entre valor estimado e valor observado a), dispersão do resíduo em porcentagem com relação ao valor observado b), histograma de frequência por classe de resíduo c) para o volume ( $m^3.ha^{-1}$ ) são apresentados na Figura 10, obtidos a partir de resultados da Alternativa VI.



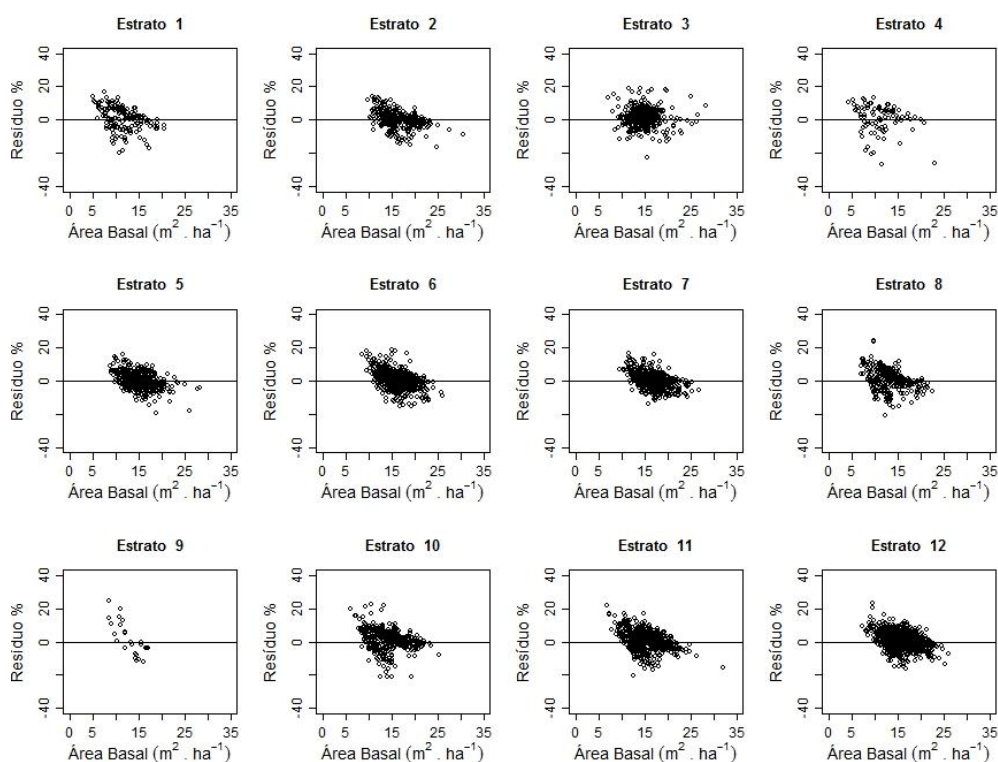
**Figura 10:** Relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com a frequência dos resíduos por classe de erro para a estimação do volume total com casca a), b), c) para a Alternativa VI.

O comportamento do resíduo com relação a área basal por estrato são apresentados nas Figuras 11 a 15 para as Alternativas I a V respectivamente. Observa-se que a dispersão do resíduo fica restrita a -20 e 20 % na maioria dos estratos em todas as alternativas.

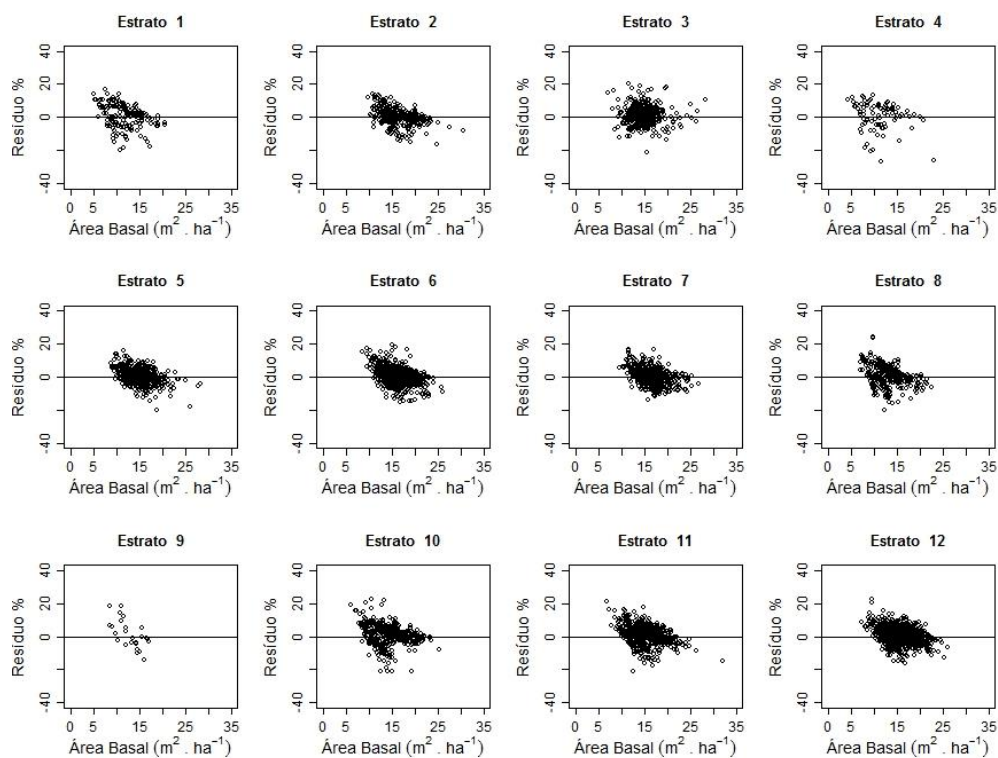
A investigação mais detalhada desse comportamento possibilita a verificação da representatividade de cada modelo em cada estrato, bem como entender os resultados do teste White para a homocedasticidade de variância para os ajustes de área basal e volume.



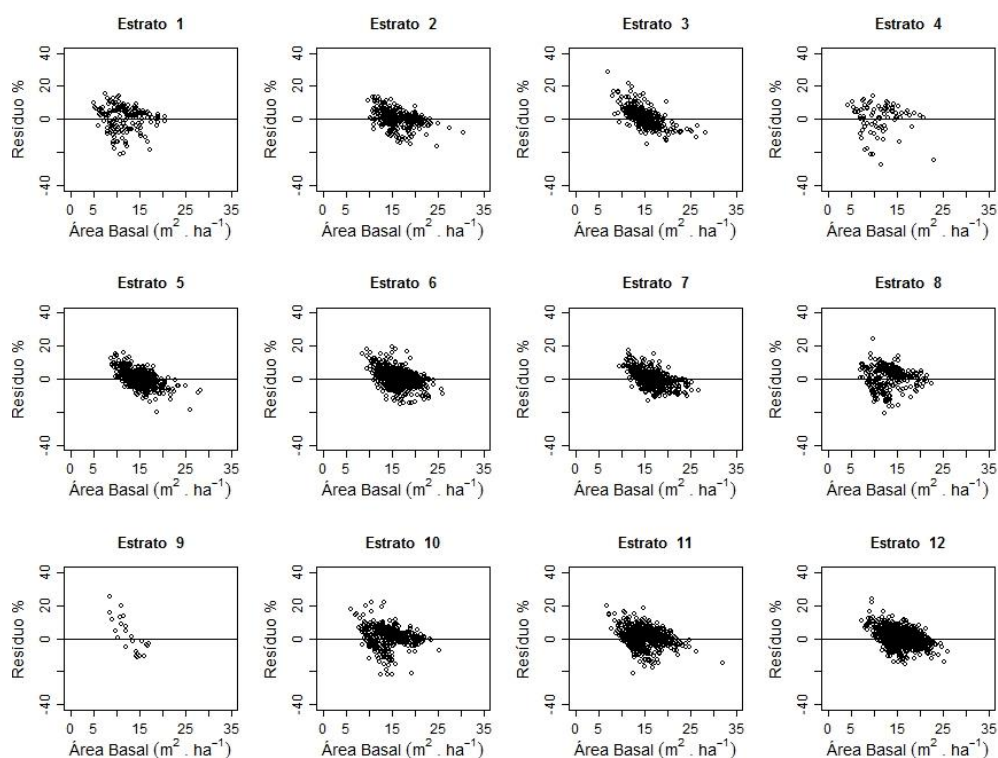
**Figura 11:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal em cada estrato modelados pela Alternativa I.



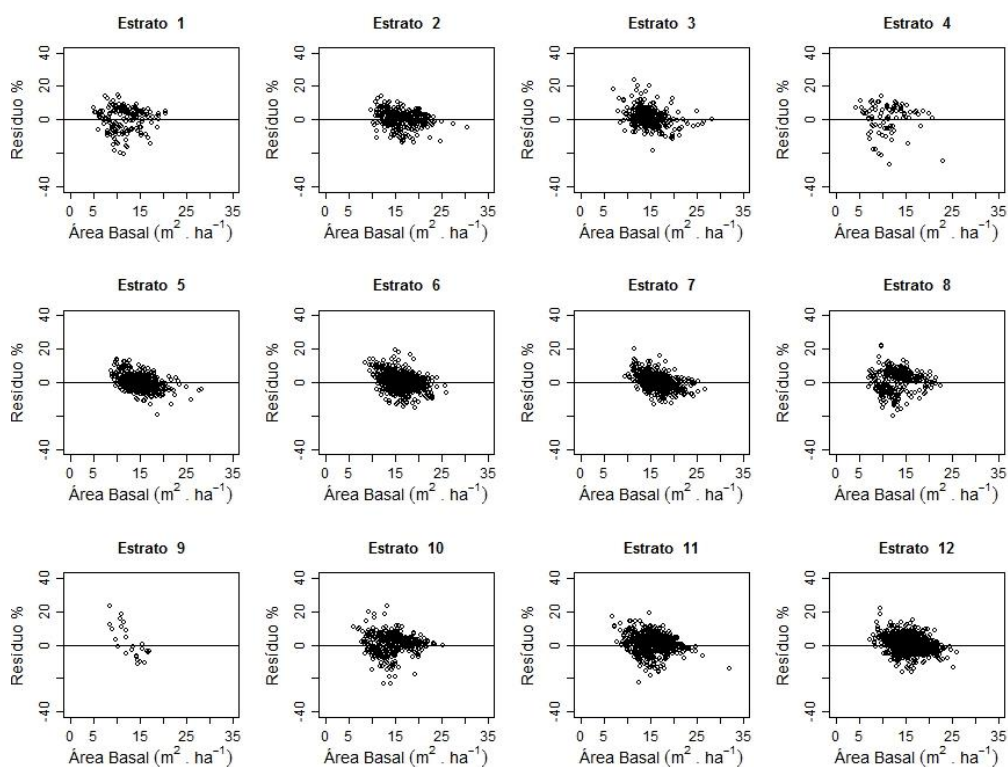
**Figura 12:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal em cada estrato modelados pela Alternativa II.



**Figura 13:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal em cada estrato modelados pela Alternativa III.



**Figura 14:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal em cada estrato modelados pela Alternativa IV.

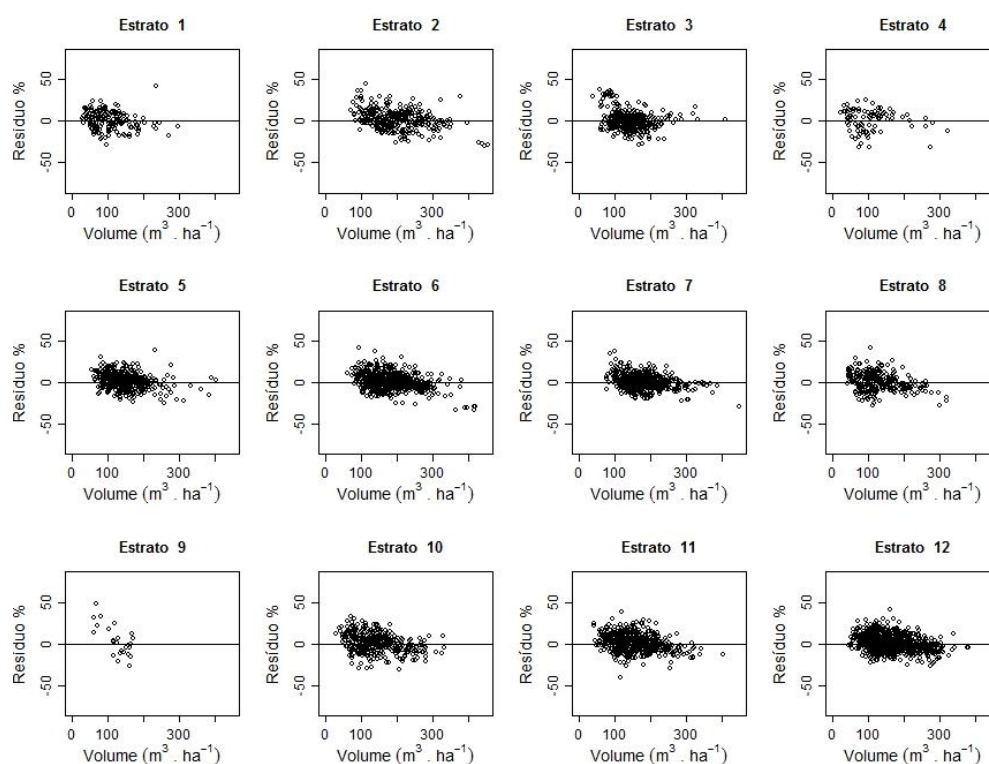


**Figura 14:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal em cada estrato modelados pela Alternativa V.

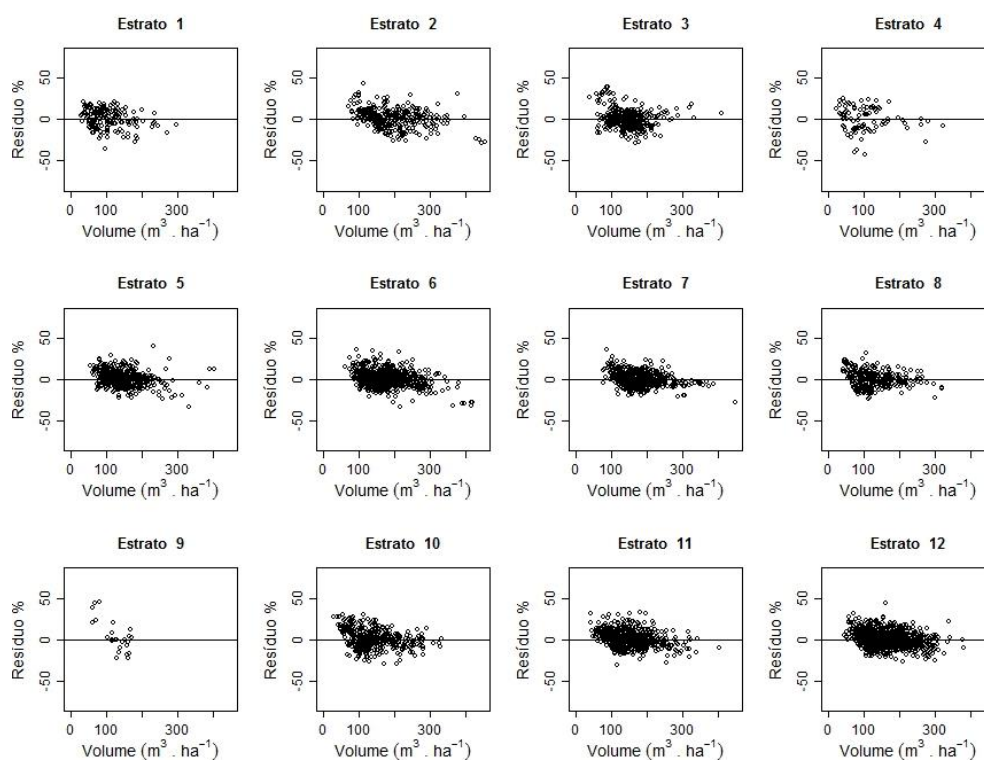


O comportamento do resíduo com relação o volume por estrato são apresentados nas Figuras 15 a 20 para as Alternativas I a VI respectivamente. Assim como observado nos gráficos de resíduos por estrato nas estimativas de área basal, encontrou-se resultados adequados para a maioria dos estratos, com estreita dispersão dos resíduos, com excessão dos estratos 4 e 9 para as etimativas do volume.

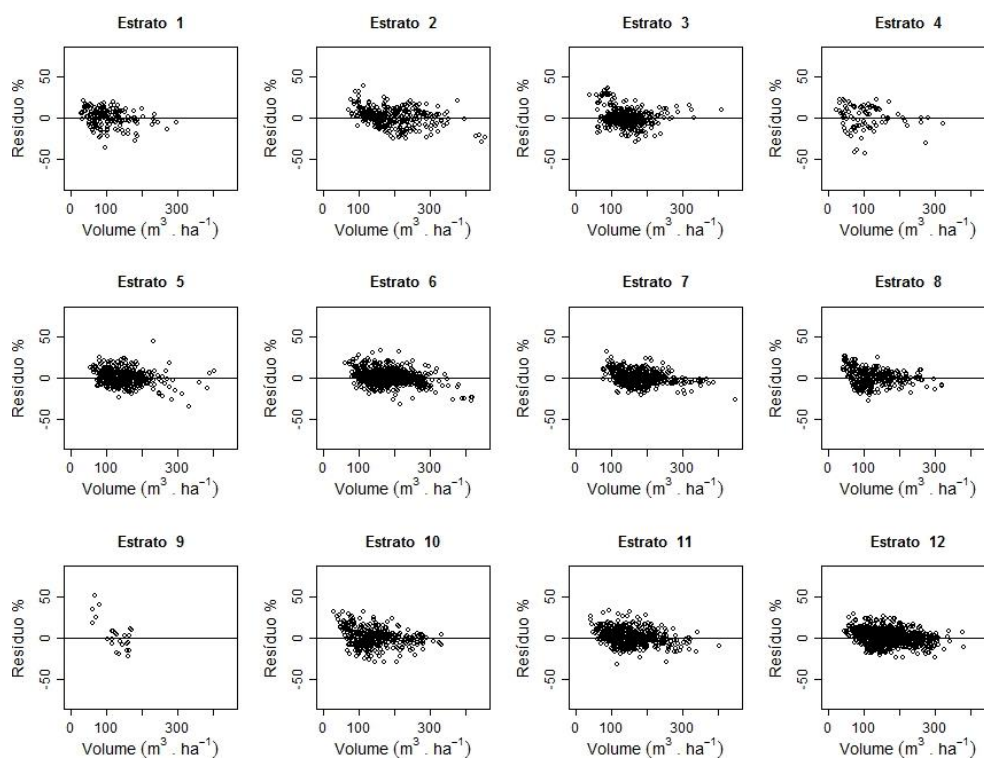
Os valores calculados para ao teste de White em cada estrato, referente a hipótese nula de homocedasticidade de variância nas estimativas de área basal e volume, são apresentados na Tabela 13.



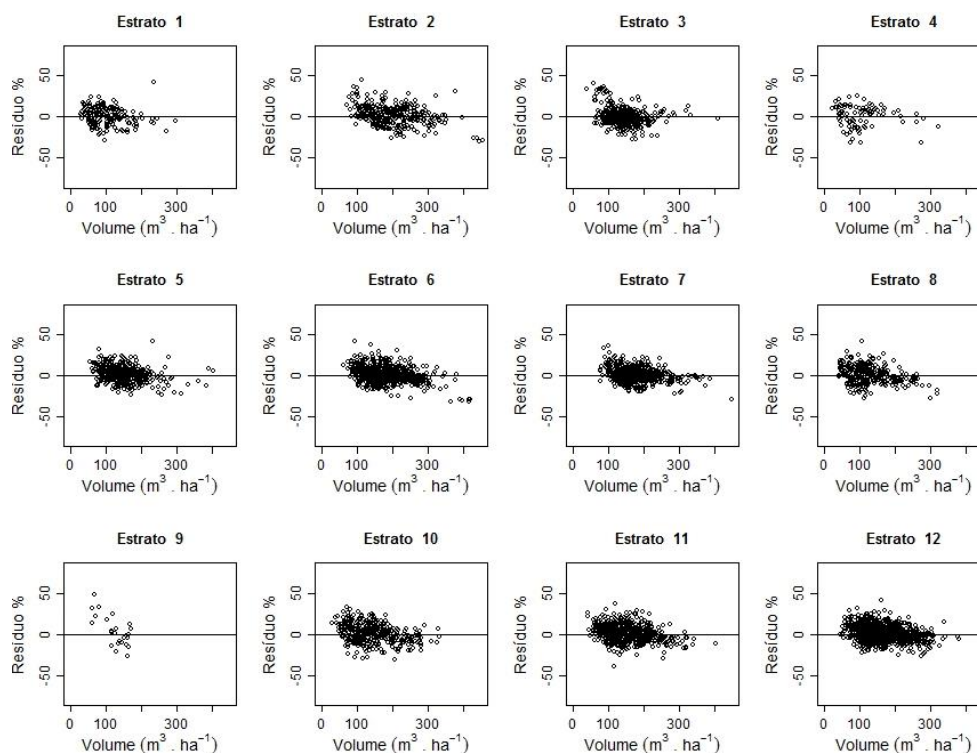
**Figura 15:** Dispersão dos resíduo para as estimativas do volume total com casca em cada estrato modelados pela Alternativa I.



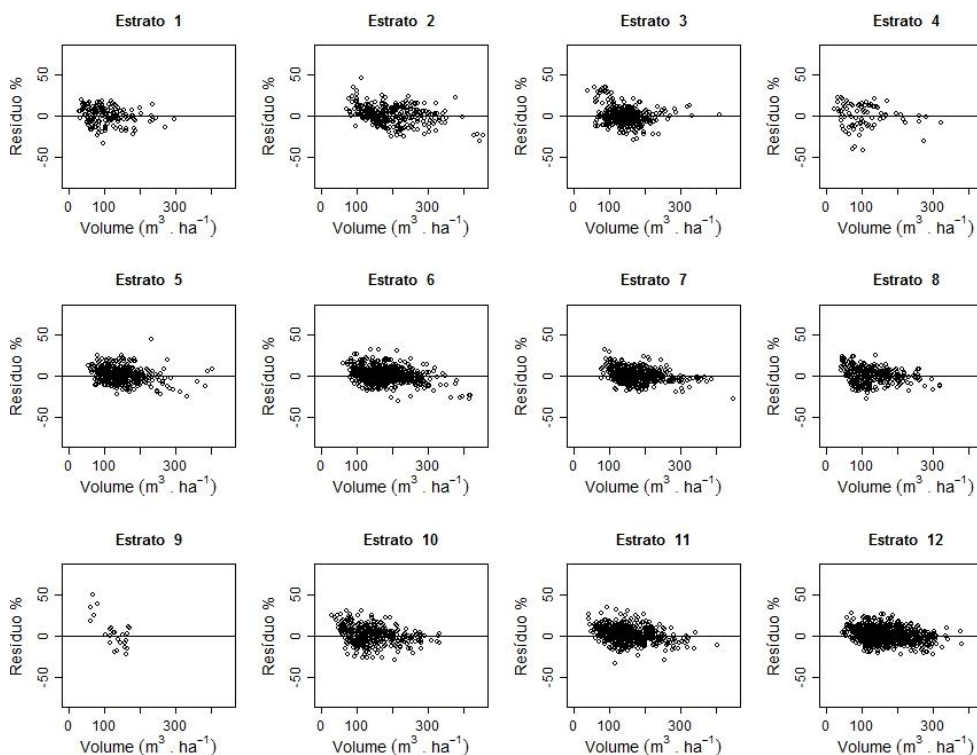
**Figura 16:** Dispersão dos resíduo para as estimativas do volume total com casca em cada estrato modelados pela Alternativa II.



**Figura 17:** Dispersão dos resíduo para as estimativas do volume total com casca em cada estrato modelados pela Alternativa III.

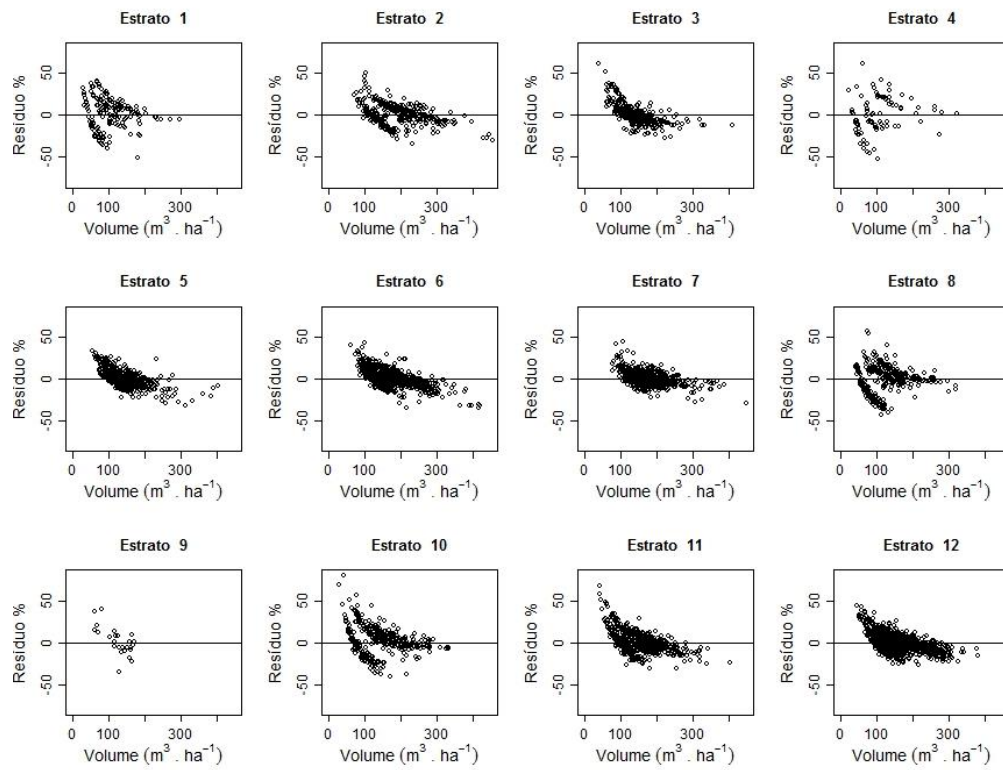


**Figura 18:** Dispersão dos resíduo para as estimativas do volume total com casca em cada estrato modelados pela Alternativa IV.



**Figura 19:** Dispersão dos resíduo para as estimativas do volume total com casca em cada estrato modelados pela Alternativa V.





**Figura 20:** Dispersão dos resíduo para as estimativas do volume total com casca em cada estrato modelados pela Alternativa VI.

**Tabela 13:** Estimativa dos valores do Teste de White para a homogeneidade de variância (White) por estrato de modelagem do crescimento e produção e variável

Estrato	Alternativa I				Alternativa II				Alternativa III				Alternativa IV				Alternativa V			
	Área Basal		Volume		Área Basal		Volume		Área Basal		Volume		Área Basal		Volume		Área Basal		Volume	
	White	p w	White	p w	White	p w	White	p w	White	p w	White	p w	White	p w	White	p w	White	p w	White	p w
<b>1</b>	45,3	0,000	41,4	0,000	29,6	0,000	118,2	0,000	26,93	0,000	134,2	0,000	22,1	0,000	42,9	0,000	45,3	0,000	52,1	0,000
<b>2</b>	60,6	0,000	59,5	0,000	57,0	0,000	108,2	0,000	56,34	0,000	80,8	0,000	47,9	0,000	62,0	0,000	60,6	0,000	84,8	0,000
<b>3</b>	521,8	0,000	131,5	0,000	507,9	0,000	480,7	0,000	507,51	0,000	495,5	0,000	523,2	0,000	169,1	0,000	521,8	0,000	478,8	0,000
<b>4</b>	4,6	0,469	18,5	0,030	1,3	0,936	32,3	0,000	2,23	0,817	29,9	0,000	0,8	0,669	18,3	0,032	4,5	0,469	22,7	0,007
<b>5</b>	14,1	0,015	10,0	0,349	42,5	0,000	37,4	0,000	41,16	0,000	38,8	0,000	44,9	0,000	11,9	0,218	14,1	0,015	28,8	0,001
<b>6</b>	15,6	0,008	56,9	0,000	26,4	0,000	54,8	0,000	28,56	0,000	73,2	0,000	13,8	0,001	55,6	0,000	15,6	0,008	81,2	0,000
<b>7</b>	428,0	0,000	378,7	0,000	543,7	0,000	416,3	0,000	508,07	0,000	438,4	0,000	363,1	0,000	342,0	0,000	428,0	0,000	433,9	0,000
<b>8</b>	40,7	0,000	16,8	0,052	45,0	0,000	55,9	0,000	39,67	0,000	86,1	0,000	34,2	0,000	17,6	0,040	40,7	0,000	72,7	0,000
<b>9</b>	4,9	0,433	6,1	0,727	4,8	0,442	7,7	0,562	4,64	0,462	9,9	0,354	4,8	0,088	6,2	0,720	4,9	0,433	9,1	0,427
<b>10</b>	10,4	0,064	223,4	0,000	16,5	0,006	394,0	0,000	14,98	0,011	394,2	0,000	10,5	0,005	225,4	0,000	10,4	0,064	370,3	0,000
<b>11</b>	58,1	0,000	10,0	0,351	34,1	0,000	31,5	0,000	37,54	0,000	36,7	0,000	29,9	0,000	11,0	0,275	58,1	0,000	34,5	0,000
<b>12</b>	28,8	0,000	17,0	0,048	43,7	0,000	288,7	0,000	42,90	0,000	305,1	0,000	33,1	0,000	16,0	0,067	28,8	0,000	172,8	0,000

## 5 – DISCUSSÃO

O conjunto de dados foi estratificado em 12 estratos para a modelagem do crescimento e produção. Isto foi decidido com base no comportamento da razão entre as variâncias, apresentados na Figura 2. O volume é a variável base para a tomada de decisão, porém o resultado de todo o conjunto de variáveis foram levados em consideração. Apesar de não estabilizar a partir dos 12 estratos para os 72 meses, a ocorrência de um grupo com 9 talhões, a partir desse número de subdivisões inviabiliza os ajustes das alternativas propostas no trabalho. A razão de variâncias para o volume, aos 60 meses, tende a estabilidade com número de 12 estratos. Para a altura total e altura dominante, o valor de decréscimo é muito pequeno a partir de 12 estratos.

A área basal apresentou estabilidade a partir de 11 estratos, sendo que essa variável demonstrou alta sensibilidade na redução da razão entre variâncias com o método empregado. O diâmetro médio foi a variável que menos se relacionou com a redução da razão de variância. Péllico Netto e Sanquetta (1995), estudando um método similar de decréscimo da variância para amostragem de florestas naturais e plantadas, em que o objetivo foi calcular o erro de amostragem, concluíram que o número de estratos não deve ser superior a 10. Neste trabalho, a estratificação para a modelagem não se baseia no cálculo do erro de amostragem, mas no objetivo de representar as diferentes classes de produtividades do povoamento. Em algumas situações, os estratos de inventário são usados na estratificação com fins de modelagem do crescimento e produção.

As informações apresentadas na Figura 3 demonstram a representatividade das equações empregadas no cálculo do índice de local de cada talhão. O *RQEM* encontrado para a estimação da altura dominante foi de 2,98 %, sendo que, quanto mais próximo de zero menor é a diferença do valor estimado para o valor observado. Resultados similares para a dispersão de resíduos da altura dominante apresentados na Figura 3 não foram encontrados na literatura, no geral as estimativas obtidas com metodologias diferentes resultam na dispersão dos resíduos entre os valores de -30 e 30 %, como apresentado por Santana (2005) e Oliveira (2012). Os resultados para este trabalho ficaram restritos a -10 e 10 %, demonstrando um melhor desempenho e a necessidade de se calcular o índice de local por talhão para maior precisão das estimativas.

Pôde-se observar na Figura 4, que o método de agrupamento foi eficiente no procedimento de partição dos dados. As equações ajustadas por subgrupo resultaram em uma dispersão da altura dominante ao longo do tempo, com informações médias e desvio-padrão de cada estrato. Quando comparada a dinâmica entre grupos, verifica-se a sensibilidade do algoritmo quanto a geração de grupos de talhões com diferença na dinâmica de desenvolvimento dessa variável.

O parâmetro  $\alpha_1$  pode ser não significativo ou resultar em um valor inconsistente (negativo) de acordo com Campos e Leite (2013). Neste trabalho o  $\alpha_1$  foi significativo ( $p > 0,05$ ) pelo teste  $t$  em 10 dos 12 estratos gerados pelo método  $k$ -means, quando avaliado pelo erro padrão os mesmos resultados foram encontrados por estrato com relação ao  $\alpha_1$ , informações apresentadas pela Tabela 3. Todos os seus valores foram positivos, indicando que há efeito positivo da capacidade produtiva sobre a área basal no modelo de Clutter (1963). As estimativas dos demais parâmetros do modelo foram significativas pelo teste  $t$  e pelo erro padrão. Resultados diferentes foram encontrados por Valdez-Lazalde e Lynch (2000), Dias *et al.* (2005), Oliveira *et al.* (2008), Oliveira *et al.* (2009). Esses autores ajustaram o modelo de Clutter (1963) de forma geral. No presente estudo procedeu-se com a estratificação buscando homogeneizar tendências de crescimento.

Além da modificação no procedimento de estratificação para fins de modelagem do crescimento e produção, outro fator que pode ter contribuído para melhoria das estimativas foi a classificação da capacidade produtiva por talhão, assim o menor compartimento da floresta passa a ter o valor individual e não mais a tendência geral de um mesmo estrato.

Na Tabela 4 e Tabela 5 são apresentados resultados diferentes, uma vez que as variáveis associada aos parâmetros  $\alpha_1$  e  $\beta_2$  foram alteradas. Algumas estimativas negativas foram observadas para o  $\alpha_1$  e quatro dos doze estratos apresentaram valores não significativos ( $p < 0,05$ ) pelo teste  $t$ , avaliado pelo erro padrão os mesmos parâmetros não foram significativos.

Na Tabela 6 são apresentados os parâmetros para a Alternativa IV e suas respectivas significâncias. Todas as estimativas foram significativas ( $p < 0,05$ ) por ambos os métodos de avaliação. Os resultados encontrados para a significância dos parâmetros apresentados na

Tabela 7 corresponde as estimativas para a Alternativa V. Os resultados mostram que não houve significância do  $\alpha_1$  em dois dos doze modelos ajustados para a área basal.

Na Tabela 8 foram apresentadas as estimativas de *AIC* e *BIC* para as equações de área basal e para as equações de volume nas alternativas I a V. Não foi possível distinguir por esse critério a alternativa que teve superioridade no ajuste para a área basal. Os resultados apresentaram valores muito próximos e não houve destaque para nenhum modelo dentre as alternativas. As estimativas obtidas para os ajustes dos modelos de volume foram diferentes. A Alternativa III apresentou os menores valores absolutos para *AIC* e *BIC* em nove dos doze estratos. Estes resultados mostraram que a variável altura total média do povoamento explicou melhor a variação do volume quando comparadas as demais alternativas estudadas. Oliveira (2012), baseou-se nas medidas de exatidão *AIC* e *BIC* para avaliar alternativas de modelos de crescimento e produção. Segundo Floriano *et al.* (2006) o *AIC* mostrou-se adequado como critério de seleção de modelos para representar uma série temporal de dados de altura de árvores.

Os resultados apresentados nas Tabela 10, 11 e 12 permitem algumas inferências, porém elas não devem ser consideradas isoladamente. A área basal calculada com o site associado ao  $\alpha_1$  na alternativa I e II apresentou melhor desempenho quando avaliada pelo *RQEM* e *bias %*, a sua retirada na alternativa IV resultou em perdas nas estimativas, porém melhorou as estimativas do volume. A altura total explicou melhor a variação volumétrica do banco de dados. O site e a altura dominante, variáveis relacionadas não explicaram com melhor desempenho o volume total do povoamento.

A Alternativa VI apresentou desempenho inferior na estimação do volume total com casca quando avaliado pelo *RQEM*, mas quando avaliado pelo *bias %* demonstrou superioridade. Esta distorção nos estimadores pode estar associado ao cálculo de seus valores, uma vez que o *bias %* representa o desvio médio com relação ao valor observado, assim seu resultado pode apresentar viés por ser uma tendência média. A metodologia que melhor estimou o volume com casca foi a Alternativa V seguida pela Alternativa III. Apesar de apresentar resultados superiores na Alternativa V, a substituição do índice de local pela altura total no modelo de estimação volumétrica não resultou em diferenças expressivas no *RQEM* e *bias %* quando comparado a alternativa III.

A dispersão dos resíduos em cada estrato para estimativas de área basal apresentados nas Figuras 11 a 14 foi homogênea, variado na maioria das vezes entre -20 e 20 %, com exceção dos estratos 4 e 9. O primeiro não apresenta forte concentração dos dados próximo ao eixo x, sendo o gráfico que apresenta maior dispersão dos resíduos. Já o segundo apesar de poucos talhões, não verifica-se uma distribuição homogênea dos resíduos.

A análise geral permite visualizar as respostas de cada metodologia aos dados, porém não é suficiente para definição de melhor desempenho. Pode-se observar que as alternativas baseadas no modelo de Clutter (1963) apresentaram distribuição homogênea dos resíduos, tanto nas estimativas de área basal quanto para o volume. Outro resultado adequado para estas alternativas é a tendência de normalidade no gráfico de frequência dos resíduos por classe de erro, em que a maioria dos resíduos estão entre -20 e 20 % para a área basal e -30 e 30 % para o volume.

Para a Alternativa VI, observou-se uma tendência de errar mais para valores pequenos e errar menos para valores maiores, resultando em um formato de funil para o gráfico de dispersão resíduos, apresentado nas Figuras 10 e 20. Apesar de gerar erros mais próximos de zero a maiores valores volumétricos, é verificada uma tendência geral de subestimar esses resultados. A provável explicação para essas considerações é que o modelo empregado na Alternativa VI é menos exigente em informações do inventário florestal, projetando as estimativas volumétricas para a idade futura com dados de volume atual e idade futura. Assim, este modelo é mais geral e há a necessidade de estratificar mais para modelagem por deficiências das informações de inventário. Oliveira *et al.* (2009) obteve bons resultados ajustando o modelo 15, empregado como Alternativa VI deste trabalho, a 15 estratos definidos método de Tocher.

Na Tabela 13 foram apresentados os resultados do teste de White, em que foram testadas a hipótese nula de homogeneidade de variância para as variáveis área basal e volume das Alternativas I a V. Observou-se que a maior parte dos estratos definidos pelo método *k*-means apresentaram homogeneidade de variância dos resíduos para os ajustes das alternativas propostas. O estrato 9 apresentou maior problema em todos os aspectos estudados e, com relação ao teste de White, ele apresentou significância ( $p > 0,05$ ) em todas as alternativas para o ajuste de área basal e volume. O estrato 4 apresentou significância

( $p > 0,05$ ) para todos os ajustes de área basal. O estrato 10 foi significativo ( $p > 0,05$ ) para o ajuste de área basal na Alternativa I e V. Um resultado interessante foi que a não significância do parâmetro  $\alpha_1$  está também associada a heterocedasticidade de variância, comprovada pelo teste de White.

Os problemas observados no estrato 9 podem estar associados a ausência de tendência bem definida para o crescimento volumétrico. Este fato pode ser diagnosticado pela não significância do parâmetro  $\beta_2$  ajustado na alternativa VI e apresentado na Tabela 9. No estrato 4 observa-se alguns talhões com desenvolvimento volumétrico superior à média geral dos talhões classificados no mesmo estrato, essa diferença não é observada para os valores de área basal, altura dominante e altura total. Os resultados com problemas de heterocedasticidade podem estar associados a inconsistências no banco de dados.

A modelagem deve ser um processo iterativo entre o manejador e o modelador, uma vez que situações ou comportamentos anormais possam ser compreendidos ou corrigidos. A sobreposição dessas funções deve ser evitada, pois o modelador muitas vezes não detém o conhecimento da realidade dos dados e de produtividade das unidades, e o manejador pode adicionar tendências nas estimativas com a possibilidade de manipulação das informações. Um exemplo que pode gerar inconsistência é a adição de dados de experimentos em bases de dados para ajuste de modelos de crescimento e produção de plantios comerciais.

## 6 – CONCLUSÃO

As equações empregadas na classificação da capacidade produtiva por talhão resultaram em estimativas precisas para o desenvolvimento em altura dominante.

O modelo de Clutter apresentou estimativas volumétricas precisas quando os dados foram submetidos a estratificação usando o método *k*-means, e pode ser uma alternativa empregada na modelagem do crescimento e produção florestal.

Não verificou-se a violação de homocedasticidade de variâncias para a maioria dos estratos gerados pelo método *k*-means.

A altura total média explicou com melhor desempenho a variação volumétrica do povoamento quando estratificado pela metodologia proposta e empregada como alternativa ao site no modelo de Clutter.

## 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAF; Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas. **Anuário estatístico da ABRAF**. Ano base 2012/ABRAF. Brasília, 2013. 148p.

AKAIKE, H. 1974. A new look at the statistical model identification. **IEEE Trans. Aut. Control** v.19; p. 716–723.

ALCÂNTARA, A.E.M. de. **Alternativas de modelagem para projeção do crescimento de eucalipto em nível de povoamento**. 2012. 66 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2012.

CAMPOS, J. C. C. e LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 4. ed. rev. e ampl. Viçosa: Ed. UFV, 2013. 605 p.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, v. 9, n. 3, p. 354-371, 1963.

COCHRAN, W. G. **Sampling Techniques**, 2nd .ed, John Wiley & Sons. Inc. New York and London, 413 p., 1963.

DAVIS, L.S.; JOHNSON, K.M. **Forest management**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1987. 790p.

DEBERTIN, D.L. Significance tests of regression coefficients: an additional reminder. **American Journal of Agricultural Economics**, v.57, p.124, 1975.

DEMOLINARI, R. de A.; SOARES, C.P.B.; LEITE, H.G.; SOUZA, A.L. de. Crescimento de plantios clonais de eucalipto não desbastados na região de monte dourado (PA). **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.31, n.3, p.503-512, 2007.

DIAS, A. N.; LEITE, H. G.; COUTO, L.; FERREIRA, A. C. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. **Revista Árvore**, v.29, n.5, p.731-739, 2005.

DING, C. e X. HE., *K*-means clustering via principal component analysis. In: **ICML**, p. 29, 2004.

FLORIANO, E. P.; MÜLLER, I.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R. Ajuste e seleção de modelos tradicionais para série temporal de dados de altura de árvores. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 2, p.177-199, 2006.

HARTIGAN, J. A., e WONG, M. A. A *K*-means clustering algorithm, **Applied Statistics**, 28, p.100–108, 1979.



MACQUEEN, J. Some Methods for Classification and Analysis of Multivariate Observations, in Proc. Fifth Berkeley Symp. Math. **Statistics and Probability**, Vol. 2, pp. 281–297, 1967.

MAESTRI, R; SANQUETTA, C.R.; ARCE, J.E. Modelagem do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus grandis* através de processos de difusão. **Floresta**, Curitiba, v.33, n.2, p. 169-182, 2003.

MAITRA, R.; e RAMLER, I. P. A k-mean-directions Algorithm for Fast Clustering of Data on the Sphere. **Journal of Computational and Graphical Statistics**, Vol 19, Issue 2, p. 377-396, 2010.

OLIVEIRA, J. de C. **Mínimos quadrados generalizados: uma proposta à modelagem do crescimento e produção em povoamentos não desbastados de eucalipto**. 2012. 75 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2012.

OLIVEIRA, M.L.R. de; LEITE, H.G.; NOGUEIRA, G.S.; CAMPOS, J.C.C. Modelagem e prognose em povoamentos não desbastados de clones de eucalipto. **Revista Árvore**, v.33, p.841-852, 2009.

OLIVEIRA, M.L.R. de; LEITE, H.G.; NOGUEIRA, G.S.; GARCIA, S.L.R.; SOUZA, A.L. de. Classificação da capacidade produtiva de povoamentos não desbastados de clones de eucalipto. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.43, p.1559-1567, 2008.

PÉLLICO NETO, S.; SANQUETA, C.R. Determinação do número de estratos em estratificação volumétrica de florestas naturais e plantadas. **Floresta**, v.24, p.49-58, 1995.

PÉLLICO NETTO, S. **Die Forstinventuren in Brasillen. Neue Entwicklungen und ihr Beitrag für eine geregelte Forstwirtschaft**. Tese de Doutorado. Mittei aus dem Arbeitskreis für Forstliche Biometrie. Freiburg. I BR. 232 p., 1979.

R Core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

SALES, T.T.; LEITE, H.G.; OLIVEIRA NETO, S.N. de; SOARES, C.P.B.; PAIVA, H.N. de; SANTOS, F.L. dos. Modelo de Clutter na modelagem de crescimento e produção de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v.47, n.2, p.253-260, fev. 2012.

SANTANA, C.; MELLO, A.A. de; EISFELD, R. de L.; SANQUETTA, C.R. Sistema de equações para simulação do crescimento e da produção em povoamentos de *eucalyptus grandis* hill ex maiden. sem desbaste baseado no modelo de Clutter. **Ambiência**, Guarapuava-PR, v.1, n. 2, p. 239-256, 2005.

SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its application to timber studies. **Journal of Forestry**, v.37, NUMERO, p.819-820, 1939.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Ann. Stat.** v. 6; p. 461–464, 1978.

VALDEZ-LAZALDE, J.R., LYNCH, T.B., 2000. Merchantable and total volume equations for thinned stands of Patula Pine in Puebla, México. **Agrociência** 34(6): 747-758.

VANCLAY, J.K., 1994. **Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests**. CAB International, Wallingford, UK, xvii + 312 pp.

## **CAPÍTULO II: PROGNOSE DA PRODUÇÃO FLORESTAL COM UMA OU DUAS MEDIÇÕES A PARTIR DE ESTRATOS GERADOS PELO MÉTODO K-MEANS.**

### **1 - INTRODUÇÃO**

Os avanços tecnológicos ocorridos a partir da década de 50 transformaram a dinâmica de vida do homem. A ciência se desenvolve em um ritmo cada vez mais rápido, amparada pelos recursos computacionais e de telecomunicações. No setor florestal não foi diferente, desde a descoberta da possibilidade de propagação vegetativa, ajustes nos procedimentos de fertilização, melhoramento genético, modelagem do crescimento e produção, aplicação da pesquisa operacional e de inteligência computacional.

As novas tecnologias aplicadas ao melhoramento florestal e silvicultura clonal ditaram um ritmo ao surgimento de novos clones que resultaram no expressivo aumento da produtividade de florestas plantadas. Com a saída dos materiais genéticos de comportamento conhecido pelo inventário florestal, tem-se a necessidade de prever a produção dos novos clones com padrões de crescimento ainda desconhecidos. Oliveira *et al.* (2008) mencionaram que o agrupamento de clones não é suficiente para o propósito da classificação da capacidade produtiva devido a dinâmica de entrada e saída de clones nos plantios florestais, decorrentes do desenvolvimento de materiais genéticos mais produtivos.

Segundo Bettinger *et al.* (2009) o planejamento florestal é um importante aspecto do manejo florestal, pois quando pensado e preparado cuidadosamente, as atividades implementadas podem produzir os resultados desejado pelo gestor. O planejamento é dependente de informações precisas de crescimento e produção e o desconhecimento da dinâmica de crescimento dos novos clones implica em incertezas futuras para a produção florestal. Tais fatos levam à necessidade de estudos voltados a prognose de povoamentos florestais, implantados com materiais genéticos recentemente disponibilizados ao mercado e que as informações dos testes clonais não são suficientes para generalização em escala comercial.

Segundo Davis e Johnson (1987), a predição do crescimento e da produção florestal é um dos três elementos principais no manejo de florestas equiâneas. Isto remete a necessidade de se conhecer tal processo para o gerenciamento de florestas, uma vez que o manejo tem que

ser decidido em grande parte pela prognose de produções futuras a partir de informações correntes.

A estratificação de povoamentos constitui parte relevante dos inventários florestais contínuos em reflorestamentos (PÉLLICO NETTO e SANQUETA, 1995). Segundo Cochran (1963), o procedimento de subdivisão da população original em subpopulações homogêneas resulta em estimativas precisas para a variável de interesse, consequência da menor variabilidade dentro das subpopulações definidas com estratos.

O método *k*-means pode ser uma alternativa a ser empregada na estratificação de povoamentos florestais pois segundo Ding e He (2004), esse método define partições dentro de um banco de dados com objetivo minimizar a distância das unidades dentro de cada grupo ao passo que procura maximizar a distância entre os centros dos grupos.

Por questões de atendimento a pressuposições da análise de variância da regressão e por não haver uma tendência definida no crescimento, a estratificação para fins de modelagem do crescimento e produção florestal pode ser realizada a partir de um número mínimo de três medições por talhão (OLIVEIRA *et al.*, 2009). Na maioria das vezes estratos com uma ou duas medições são projetados usando um modelo ou tabela de produção de outro estrato que é determinado de forma empírica ou como base em conhecimentos interdisciplinares. Este fato gera a necessidade de desenvolver métodos que possibilitem modelar o crescimento de talhões com uma ou duas medições, para que o planejamento contemple essas unidades de produção.

Nesse sentido, ainda existe espaço para maiores pesquisas relacionadas a modelagem do crescimento e produção. A busca pelo desenvolvimento de novas técnicas e métodos que apresentem resultados consistentes e com exatidão das estimativas, assegurando maior confiança nos resultados obtidos pelos manejadores e administrados de florestas plantadas.

## **2 - OBJETIVOS**

Diante exposto, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de propor uma alternativa para realização de prognose do crescimento e produção de povoamentos florestais não desbastados, com informações da primeira ou segunda medição do inventário florestal contínuo, empregando equações ajustadas a estratos gerados pelo método *k*-means.

### 3 - MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 - Informações sobre local e descrição dos dados

Os dados empregados no trabalho foram coletados em parcelas permanentes de inventários florestais contínuos, conduzidos em povoamentos de clones de Eucalipto localizados no Estado de Minas Gerais. Esses dados foram cedidos por uma empresa florestal com povoamentos distribuídos estrategicamente no norte e sul do estado, pertencentes a quatro regiões. Os dados em nível de árvore foram processados pela própria empresa, sendo geradas estimativas por parcela e ano de medição, das seguintes variáveis: média das alturas das árvores dominantes ( $Hd$  em metros), média da altura total ( $Ht$  em metros), diâmetro médio ( $q$  em centímetros), área basal ( $B$  em  $m^2.ha^{-1}$ ) e volume comercial com casca ( $Vcc$  em  $m^3.ha^{-1}$ ) para um diâmetro maior ou igual a 4 cm.

As informações coletadas em 3257 parcelas estão distribuídas em 2220 talhões pertencentes a 73 projetos da empresa e compõem o banco de dados processado neste estudo. As medições das parcelas ocorreram entre o período de 2003 a 2011, nas idades de 36, 48, 60, 72, 84 e 96 meses, porém algumas não foram mensuradas em todas as idades do intervalo de tempo considerado. Para o processamento da estratificação proposta, procedeu-se com um refino dos dados retirando as parcelas que não apresentavam no mínimo três medições, essa decisão está associada ao atendimento do grau de liberdade mínimo para o ajuste da regressão linear simples para cada talhão. Foram qualificadas com informações mínimas para o estudo 2145 parcelas abrangendo 1590 talhões florestais.

As análises propostas foram processadas no Software R Core Team (2013), versão 2.15.3 com apoio da plataforma RStudio versão 0.97.

#### 3.2 - Definição de estratos para modelagem do crescimento e produção

A definição de estratos foi obtida a partir do agrupamento de talhões que apresentem proximidade na dinâmica de crescimento de variáveis de povoamento: altura total, altura dominante, diâmetro médio, volume e área basal. Em cada talhão com mais de três medições em idades diferentes do inventário florestal contínuo foi ajustado a função de crescimento de Schumacher (1939) para as variáveis de povoamento acima citadas em função da idade do povoamento.

$$\ln(Y) = \beta_0 + \beta_1 I^{-1} + \varepsilon \quad (1)$$

em que:

$Y$  = Variável dependente;  $I$  = Idade, em meses;  $\beta_i$  = Parâmetros do modelo;  $\varepsilon$  = erro aleatório;  $\ln$  = Logaritmo neperiano.

Dessa forma a definição dos estratos foi realizada pelo método de mineração de dados  $k$ -means a partir dos parâmetros das equações de cada talhão para as variáveis de povoamento. O algoritmo iterativo foi proposto inicialmente por MacQueen (1967) para informar uma partição ótima a partir de  $n$  grupos solicitados, tal que a soma de quadrado da distância dos pontos para o centro do grupo mais próximo seja minimizada. Na descrição do modelo o autor afirma que do ponto de vista prático da aplicação não é encontrar um agrupamento definitivo, mas ajudar o pesquisador no entendimento qualitativo e quantitativo de grande quantidade de dados com várias diemensões, fornecendo-lhe bons grupos de similaridade.

O número de estratos foi definido a partir da estabilização da razão entre a variância estimada sem a estratificação com a variância do agrupamento com  $n$  estratos, sendo que a variância geral do agrupamento foi calculada a partir da variância ponderada de cada variável pela seguinte formula:

$$S^2_{AG} = \sum \frac{n_i S^2_i}{n_{total}} \quad Razão = \frac{S^2_{AGi}}{S^2_{Se}} \quad (2)$$

em que:

$S^2_{Se}$  = Variância estimada sem estratificar;  $S^2_{AG}$  = Variância do agrupamento em uma idade definida;  $n_i$  = Número de talhões qualificados no grupo;  $S^2_i$  = Variância do grupo  $i$ ;  $n_{total}$  = Número de talhões selecionados na idade.

Optou-se por não realizar um estudo analítico do ponto de estabilização da razão entre variâncias no processo de tomada de decisão para o número ideal de grupos, pois este é também relacionado com a quantidade de talhões em cada estrato a fim de se atender viabilidade e o grau de liberdade para o ajuste das alternativas propostas no presente trabalho. Segundo MacQueen (1967) o método deve ser usado em estreita interação com a teoria e a experiência do pesquisador.

Para as idades de 60 e 72 meses na mesma sequência de razões entre variâncias, foi ajustado o modelo logístico como forma de verificar a dinâmica do comportamento e se sua tendência é modelável. O comportamento para a dispersão das razões entre variâncias foi apresentado com o seu respectivo modelo logístico ajustado.

$$Raz\tilde{a}o = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 AG_i}} + \varepsilon \quad (3)$$

em que:

$AG_i$ =Agrupamento com  $i$  estratos;  $\beta_i$  = parâmetros do modelo, sendo  $i=1, 2$  e  $3$ ; e  $\varepsilon$  = erro aleatório.

### 3.3 - Modelagem do crescimento e produção florestal

O procedimento para modelar o crescimento e produção florestal foi elaborado a partir de estratos gerados, empregando-se a técnica de mineração de dados  $k$ -means para a dinâmica de crescimento das variáveis de povoamento obtidas pelo inventário florestal contínuo. As variáveis de entrada no método de agrupamento foram os parâmetros estimados  $\beta_0$  e  $\beta_1$  do modelo de Schumacher (1939) para o desenvolvimento de cada variável em função da idade para cada talhão, procedimento realizado no item 3.2.

Em seguida foi ajustado para os dados de um mesmo conjunto de talhões a alternativa ao modelo de Clutter (1963) pelo método dos mínimos quadrados em dois estágios, em que substitui-se o índice de local pela altura total média atual da parcela, esta alternativa demonstrou superioridade nas estimativas para cada estrato no Capítulo I.

$$Ln(B_2) = Ln(B_1) \left( \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_0 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_1 \left( 1 - \frac{I_1}{I_2} \right) Ht + \varepsilon \quad (4)$$

$$Ln(V_2) = \beta_0 + \left( \frac{\beta_1}{I_2} \right) + \beta_2 Ht_1 + \beta_3 Ln(B_2) + \varepsilon \quad (5)$$

em que:

$I_1$  = idade atual em *meses*;  $I_2$  = idade futura em *meses*;  $B_1$  = área basal na idade  $I_1$ , em  $m^2.ha^{-1}$ ;  $B_2$  = área basal na idade  $I_2$  em  $m^2.ha^{-1}$ ;  $Ht$  = altura total em  $m$ ;  $V_2$  = volume futuro na idade  $I_2$  em  $m^3.ha^{-1}$ ;  $ln$  = logaritmo neperiano;  $\beta_i$  e  $\alpha_i$  = parâmetros do modelo; e  $\varepsilon$  = erro aleatório.

O sinal associado ao coeficiente das equações e o erro padrão de cada parâmetro foram avaliados, sendo que sua significância é obtida quando o valor absoluto do parâmetro excede o dobro do valor encontrado para o seu erro padrão (SALLES *et al.*, 2012). Para cada parâmetro do sistema de equações foi avaliado a significância pelo teste  $t$  dos coeficientes ajustados. Segundo Debertin (1975) os testes estatísticos  $F$  e  $t$  não são estritamente aplicáveis ao utilizar o método dos mínimos quadrados em dois estágios.

O desempenho do modelo de crescimento e produção quanto a projeção das estimativas de todo o banco de dados foi verificado pela distribuição gráfica dos resíduos,

relação entre valores observados e estimados, histograma com frequência de resíduo por classe, cálculo da raiz quadrada do erro médio (*RQEM*) e erro médio percentual (*bias %*). Avaliando o desempenho de cada modelo ajustado por estrato, realizou-se a distribuição gráfica dos resíduos em cada estrato, propiciando assim compreender melhor os resultados e associa-los aos demais testes. Foram calculados os *RQEM* e *bias %* para as projeções de área basal e volume a partir da classificação dos talhões com as idades de 36 e 48 meses.

$$resíduo(\%) = \frac{\hat{Y}_i - Y_i}{Y_i} 100 \quad RQEM(\%) = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}} \frac{100}{\bar{Y}} \quad bias \% = \frac{100}{n} \sum \left( \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right) \quad (6)$$

em que:

$Y_i$  = Valor observado da variável  $i$ ;  $\hat{Y}_i$  = Valor estimado para a variável dependente  $i$ ;  $\bar{Y}$  = Valor médio observado da variável e  $i$  = Idade

Com o intuito de verificar se o método  $k$ -means foi eficiente na formação de estratos, atendendo assim as expectativas de similaridade dentro dos estratos, procedeu-se com o teste White para cada ajuste de área basal e volume nas alternativas, em que testou-se a hipótese nula de homogeneidade de variâncias associadas ao modelo no qual considerou-se o nível de significância de 5%.

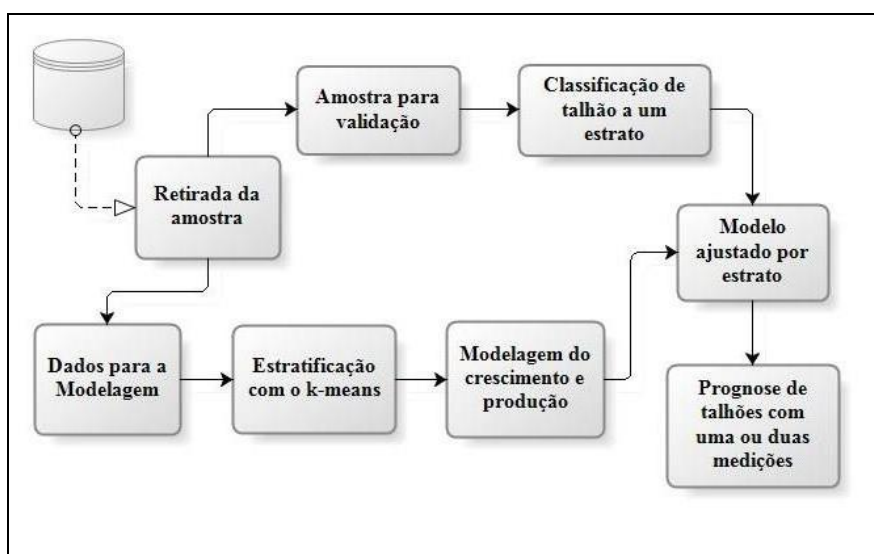
### 3.4 - Classificação de talhões com uma ou duas medições a estratos de modelagem

Retirou-se uma amostra aleatória com tamanho amostral de 250 talhões dos 1590 qualificados para o trabalho. Esse valor corresponde a 15,72% do bando de dados e foi empregado para validar a metodologia proposta. Assim, todo o processamento da estratificação pelo método  $k$ -means (CAPÍTULO I) e a modelagem do crescimento e produção foi realizado em 1340 talhões, posteriormente cada talhão da amostra foi classificado a um estrato. Ajustou-se a alternativa ao modelo de Clutter (1963) por estrato, em que o site é substituído pela altura total média do povoamento e foram projetadas as estimativas futuras para os talhões classificados a cada estrato. As estimativas foram comparadas aos valores observados em cada talhão avaliando assim o desempenho da prognose florestal.

A classificação de talhões com uma (36 meses) ou duas medições (48 meses) foi realizada com o cálculo da distância euclidiana entre os valores das variáveis altura total, altura dominante, volume, área basal e diâmetro médio de cada talhão, retirado na amostragem com idade de 36 meses, com relação aos valores médios das mesmas variáveis observada na idade aos 36 meses nos grupos gerados pelo método  $k$ -means. O talhão foi



classificado ao estrato que apresentou o menor valor de distância euclidiana na comparação com todos os grupos definidos na estratificação florestal, assim, definiu-se o estrato que gerou o modelo para a prognose referente a primeira medição. Posteriormente, na idade de 48 meses, procedeu-se com a metodologia descrita para a classificação dos talhões a estratos gerados pelo *k*-means referente a segunda medição. A Figura 1 apresenta o esquema com a sequência adotada na metodologia proposta para a prognose do crescimento e produção com uma ou duas medições do inventário florestal.

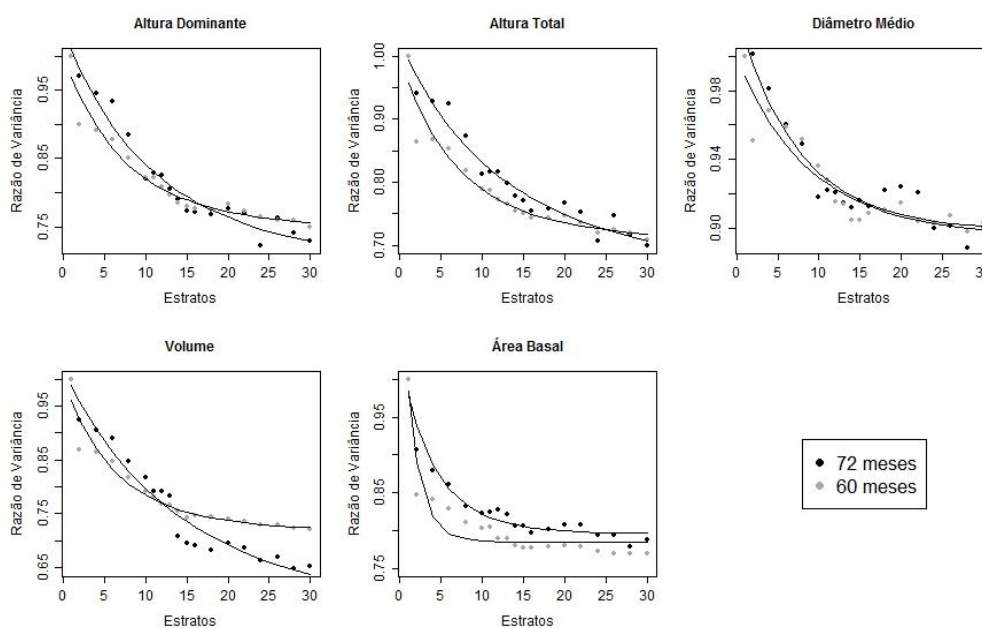


**Figura 1:** Fluxograma esquemático para o procedimento de amostragem, classificação de talhões, modelagem do crescimento e produção florestal que foram considerados com uma ou duas medições e posterior prognose do crescimento e produção.

#### 4 - RESULTADOS

A análise exploratória dos dados bem como relações importantes entre as variáveis do povoamento florestal são apresentadas no Capítulo I. O banco de dados empregado é o mesmo usado no Capítulo I, no entanto os modelos de crescimento e produção foram ajustados a 74,28% das informações iniciais e a outra parte foi empregada para validação da metodologia de classificação e modelagem de talhões com uma ou duas medições.

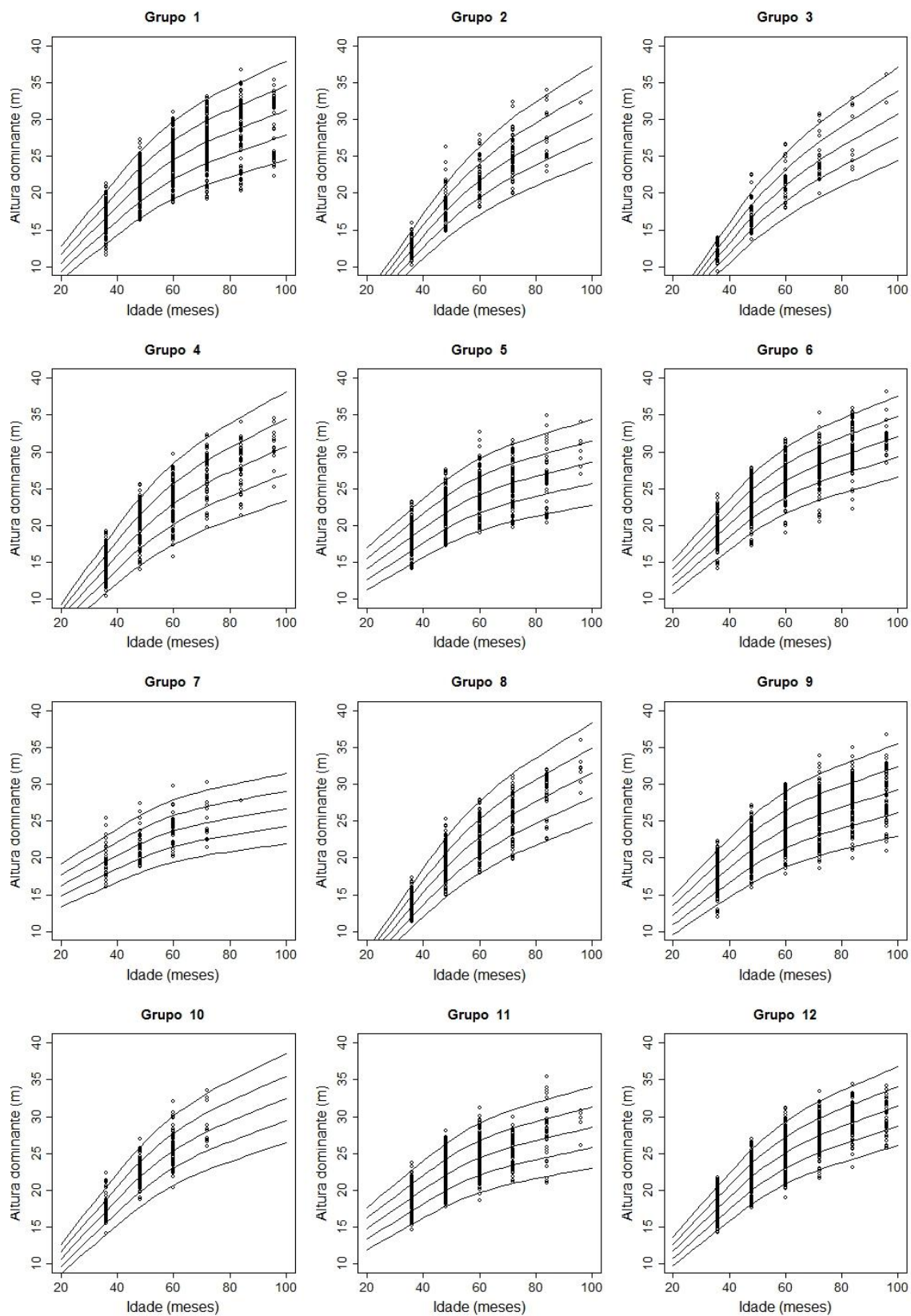
Avaliou-se o comportamento da razão entre a variância estimada sem estratificação, aos 60 e 72 meses, com a variância de uma sequência crescente de estratificações do banco de dados, os resultados são apresentados na Figura 2. As variáveis estudadas são o volume com casca, diâmetro médio, altura total, altura dominante e área basal. Optou-se pela estratificação dos dados em 12 estratos para a modelagem do crescimento e produção.



**Figura 2:** Razão entre a variância calculada sem estratificação e a variância ponderada em uma série de agrupamentos crescente para as variáveis de povoamento: volume total, área basal, diâmetro médio, altura total e altura dominante, obtidas nas idades de 60 e 72 meses.

O comportamento da altura dominante em cada subdivisão é apresentado pela Figura 3, com a dispersão dos valores observados e cinco tendências de desenvolvimento da variável ajustando-se a equação de Schumacher (1939) a 12 estratos. As curvas foram obtidas a partir do valor médio de altura dominante ( $md$ ) aos 72 meses e o desvio padrão ( $Sd$ ). Considera-se então o site para a linha média ( $md$ ), linha superior media ( $md + Sd$ ), linha superior ( $md + 2Sd$ ), linha inferior ( $md - 2Sd$ ), linha inferior media ( $md - Sd$ ), na representação da dinâmica de crescimento dessa variável.

Na Tabela 1 são apresentadas as estimativas dos parâmetros ajustados do modelo de Clutter (1963) por estrato com suas respectivas significâncias.



**Figura 3:** Dispersão das informações de altura dominante para cada um dos 12 estratos obtidos pelo método do  $k$ -means com as respectivas curvas de desenvolvimento em altura dominante.

**Tabela 1:** Estimativas dos parâmetros ajustados a cada estrato (Est.) de modelagem do crescimento e produção considerando o modelo (4) e (5)

Ajuste por Estrato												
Est.	Equação da Área Basal				Equação do Volume							
	$\alpha_0$	<u>Sd</u>	$\alpha_1$	<u>Sd</u>	$\beta_0$	<u>Sd</u>	$\beta_1$	<u>Sd</u>	$\beta_2$	<u>Sd</u>	$\beta_3$	<u>Sd</u>
1	3,674*	0,061	-0,008*	0,003	0,210*	0,099	25,988*	2,312	0,042*	0,002	1,308*	0,039
2	1,740*	0,373	0,067*	0,020	2,251*	0,375	-18,376*	6,333	0,033*	0,013	0,887*	0,180
3	3,424*	0,055	-0,003 <sup>ns</sup>	0,003	0,525*	0,095	16,680*	1,673	0,042*	0,002	1,250*	0,038
4	3,147*	0,112	-0,010 <sup>ns</sup>	0,006	0,560*	0,288	6,024*	6,859	0,039*	0,008	1,390*	0,125
5	3,689*	0,066	-0,001*	0,004	0,104*	0,143	24,889*	2,305	0,044*	0,003	1,340*	0,053
6	3,224*	0,045	0,010*	0,002	0,232*	0,073	20,549*	1,185	0,043*	0,002	1,322*	0,030
7	3,960*	0,064	-0,023*	0,004	0,009*	0,124	43,073*	3,150	0,059*	0,003	1,186*	0,044
8	3,637*	0,057	-0,005 <sup>ns</sup>	0,003	0,079*	0,175	28,782*	3,683	0,042*	0,003	1,352*	0,059
9	1,892*	0,097	0,072*	0,005	0,474*	0,126	6,143*	2,535	0,003 <sup>ns</sup>	0,004	1,593*	0,057
10	4,015*	0,080	-0,026*	0,005	0,508*	0,188	14,039*	4,882	0,029*	0,004	1,376*	0,064
11	3,985*	0,144	-0,017 <sup>ns</sup>	0,010	0,983*	0,436	10,927 <sup>ns</sup>	12,418	0,043*	0,007	1,131*	0,112
12	3,073*	0,043	0,012*	0,002	0,499*	0,067	13,964*	1,146	0,038*	0,002	1,296*	0,029

o  $\alpha_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de área basal e  $\beta_i$  corresponde a estimativa dos parâmetros da equação de volume com suas respectivas significância pelo teste  $t$  (\*) e o Sd erro padrão associado.

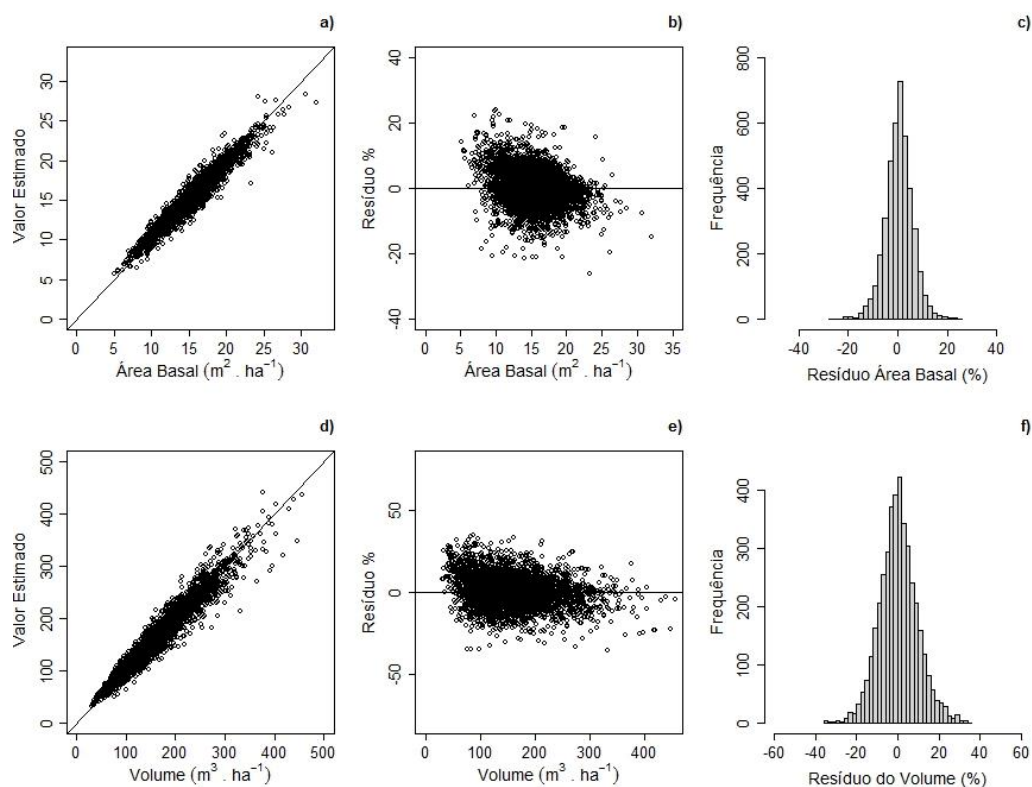
Na Tabela 2 são apresentados os valores calculados para ao teste de White em cada estrato referente a hipótese nula de homogeneidade de variância nas estimativas de área basal e volume. A significância de cada teste é mostrada ao lado com o seu valor de probabilidade associado a sua região de rejeição.

**Tabela 2:** Estimativas dos valores do teste de White para a homogeneidade de variância (White) e seu respectivo valor de probabilidade ( $p|w$ ) em cada estrato de modelagem do crescimento e produção

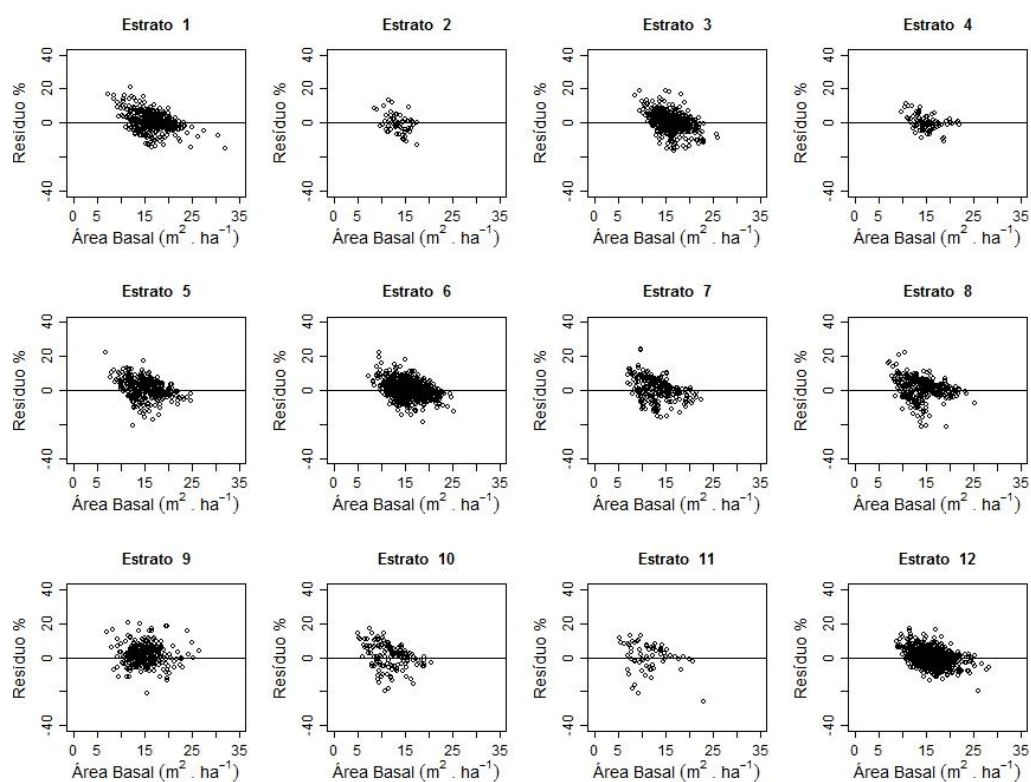
Estrato	Teste White por estrato			
	Área Basal		Volume	
	White	$p >  W $	White	$p >  W $
1	28,02	0,000	25,87	0,002
2	5,08	0,406	11,44	0,247
3	14,82	0,011	58,83	0,000
4	11,32	0,045	43,63	0,000
5	67,91	0,000	32,83	0,000
6	33,12	0,000	17,77	0,038
7	34,20	0,000	81,50	0,000
8	13,53	0,019	351,09	0,000
9	420,44	0,000	439,10	0,000
10	20,77	0,001	123,17	0,000
11	4,66	0,458	22,62	0,007
12	135,67	0,000	68,96	0,000

Os gráficos com a relação entre valor estimado e valor observado a), dispersão do resíduo em porcentagem com relação ao valor observado b), histograma de frequência por classe de resíduo c), para a área basal ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ) e a relação entre valor estimado e valor observado d), resíduo em porcentagem com relação ao valor observado e), histograma de frequência por classe de resíduo f), para o volume ( $m^3 \cdot ha^{-1}$ ) são apresentados na Figura 4.

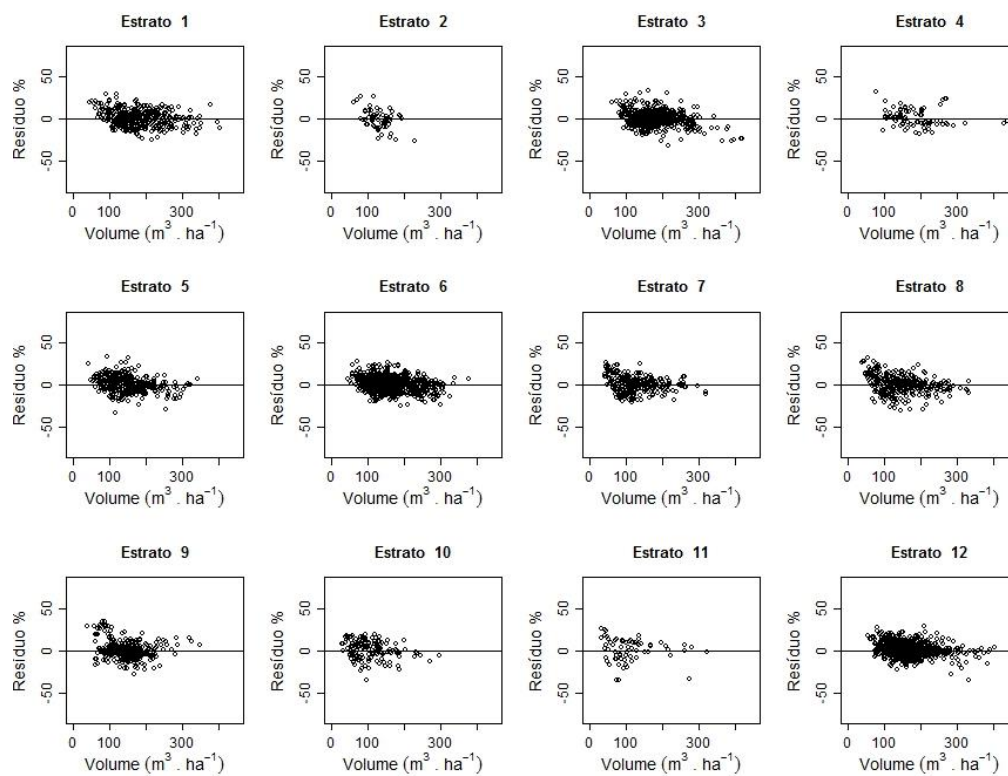
O comportamento do resíduo com relação a área basal por estrato é apresentado na Figura 5, posteriormente na Figura 6 foi demonstrado o comportamento do resíduo por estrato para a variável volume. Os resultados de teste White para a homogeneidade de variância são melhores compreendidos com a investigação do comportamento dos resíduos em cada estrato.



**Figura 4:** Relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com a frequência dos resíduos por classe de erro para a estimação da área basal a), b), c) pelo modelo 4 e volume total com casca d), e), f) pelo modelo 5 em todos os estratos.



**Figura 5:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ) em cada estrato modelados.

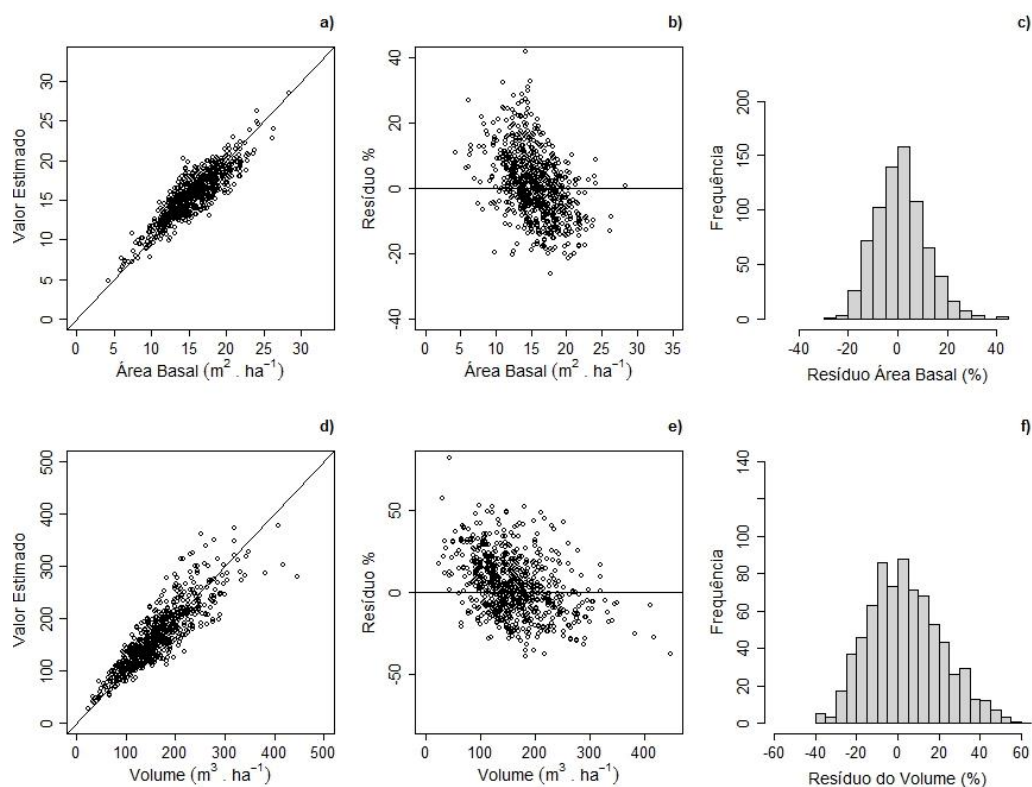


**Figura 6:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de volume ( $m^3 \cdot ha^{-1}$ ) em cada estrato modelados.

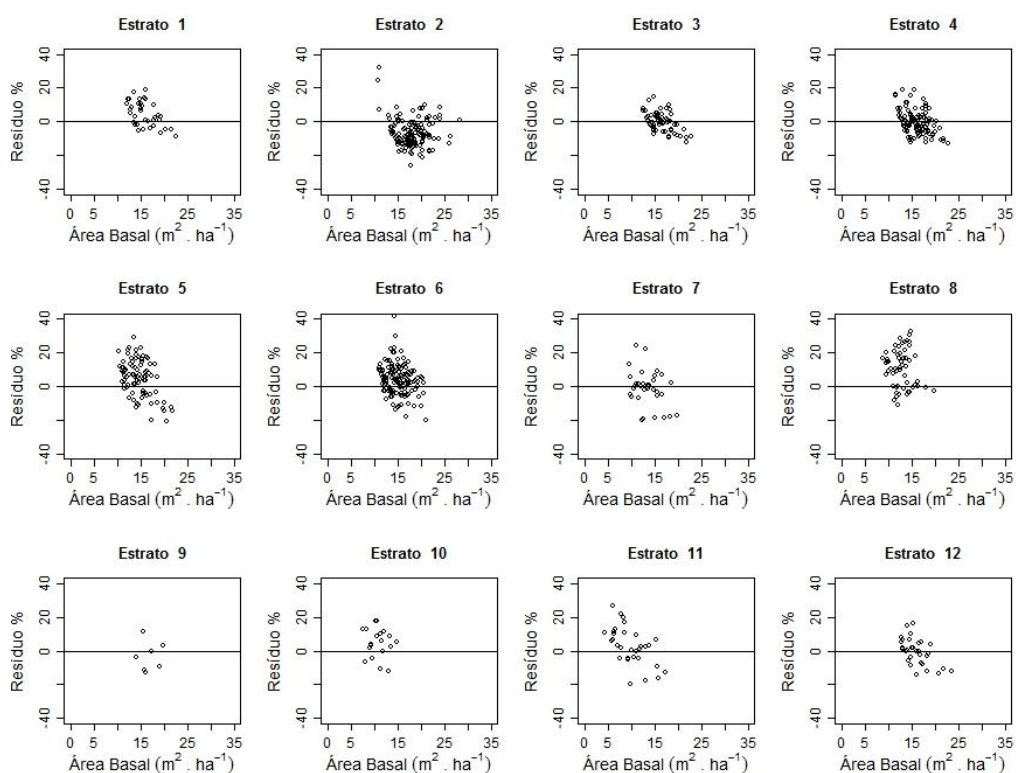


Os gráficos com a relação entre valor estimado e valor observado a), dispersão do resíduo em porcentagem com relação ao valor observado b), histograma de frequência por classe de resíduo c), para a área basal ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ) e a relação entre valor estimado e valor observado d), resíduo em porcentagem com relação ao valor observado e), histograma de frequência por classe de resíduo f), para o volume ( $m^3 \cdot ha^{-1}$ ) são apresentados na Figura 7, projetados com base na classificação dos talhões com a idade referência de 36 meses.

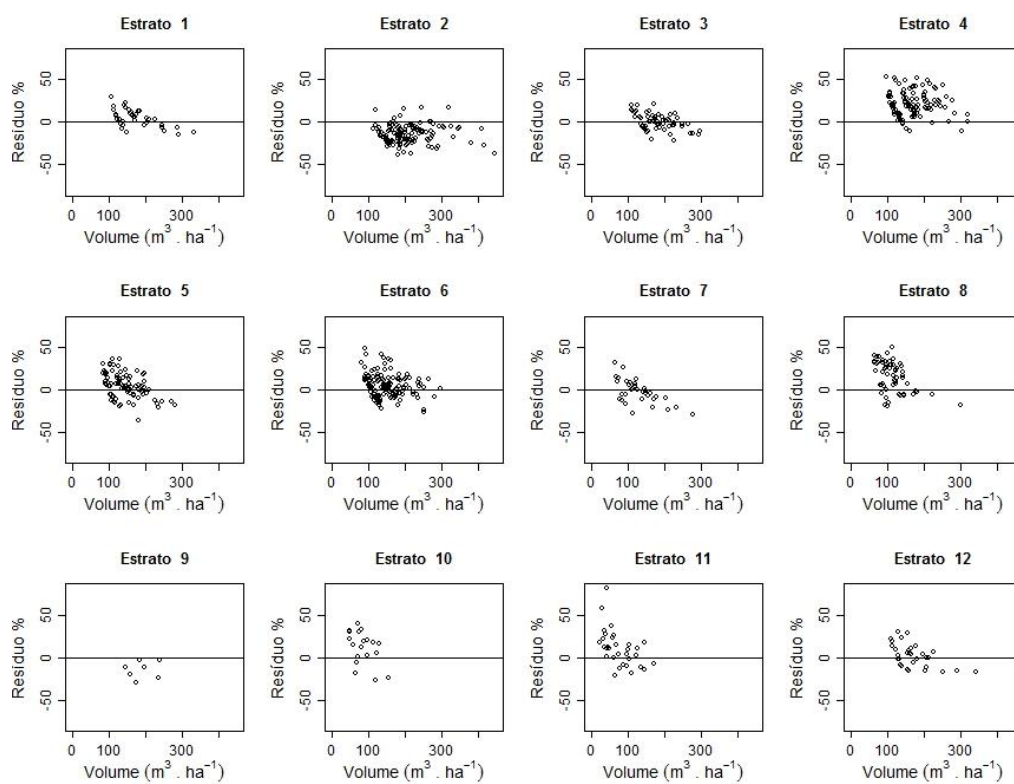
O comportamento do resíduo para as projeções de área basal por estrato é apresentado na Figura 8 e em seguida a Figura 9 demonstra o comportamento do resíduo para as projeções por estrato da variável volume classificados com a idade de 36 meses como referência.



**Figura 7:** Relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com a frequência dos resíduos por classe de erro para a prognose da área basal a), b), c) e volume total com casca d), e), f) em todos os talhões projetados pelo modelo de Clutter (1963) com a substituição do site pela altura total média, classificados com idade de 36 meses como referência.



**Figura 8:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal em cada estrato definido com a idade de 36 meses.

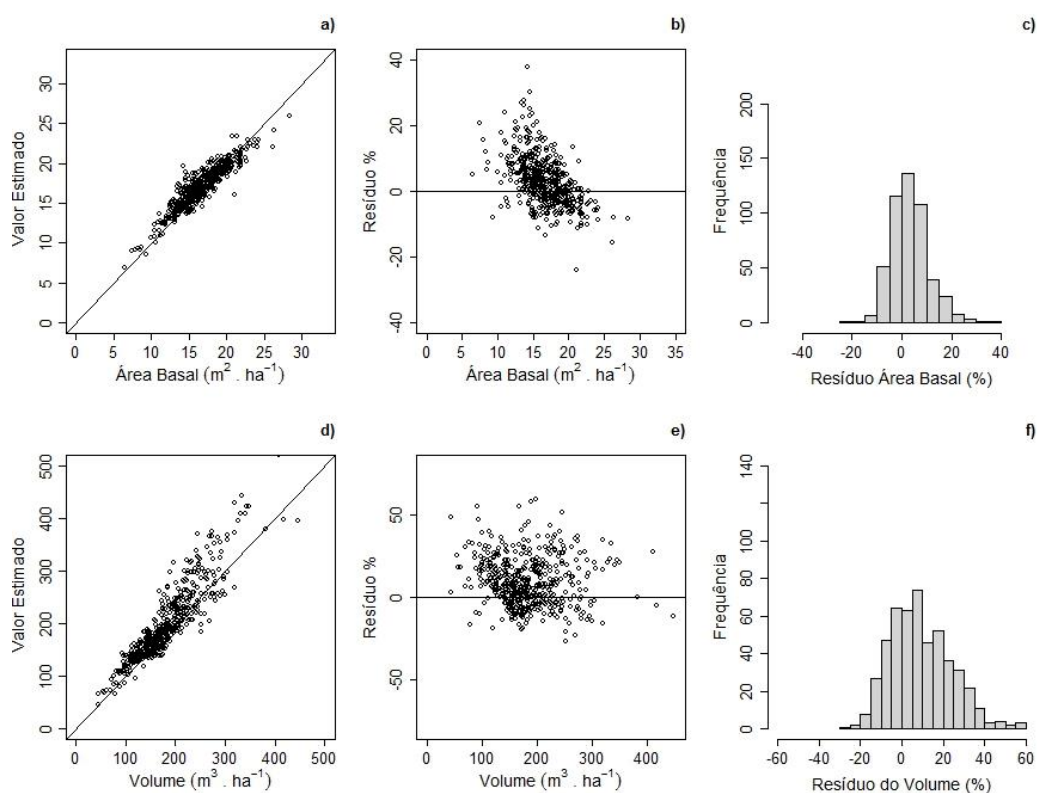


**Figura 9:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de volume em cada estrato definido com a idade de 36 meses.

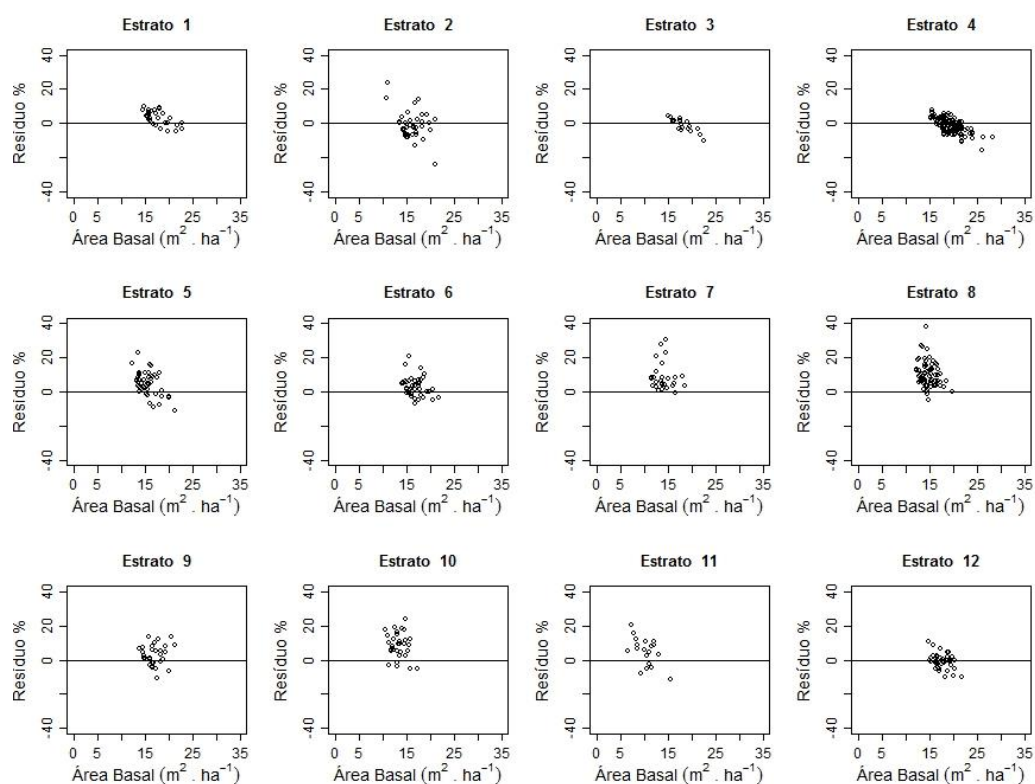


Os gráficos com a relação entre valor estimado e valor observado a), dispersão do resíduo em porcentagem com relação ao valor observado b), histograma de frequência por classe de resíduo c), para a área basal ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ) e a relação entre valor estimado e valor observado d), resíduo em porcentagem com relação ao valor observado e), histograma de frequência por classe de resíduo f), para o volume ( $m^3 \cdot ha^{-1}$ ) são apresentados na Figura 10 projetados com base na classificação dos talhões com a idade referência de 48 meses.

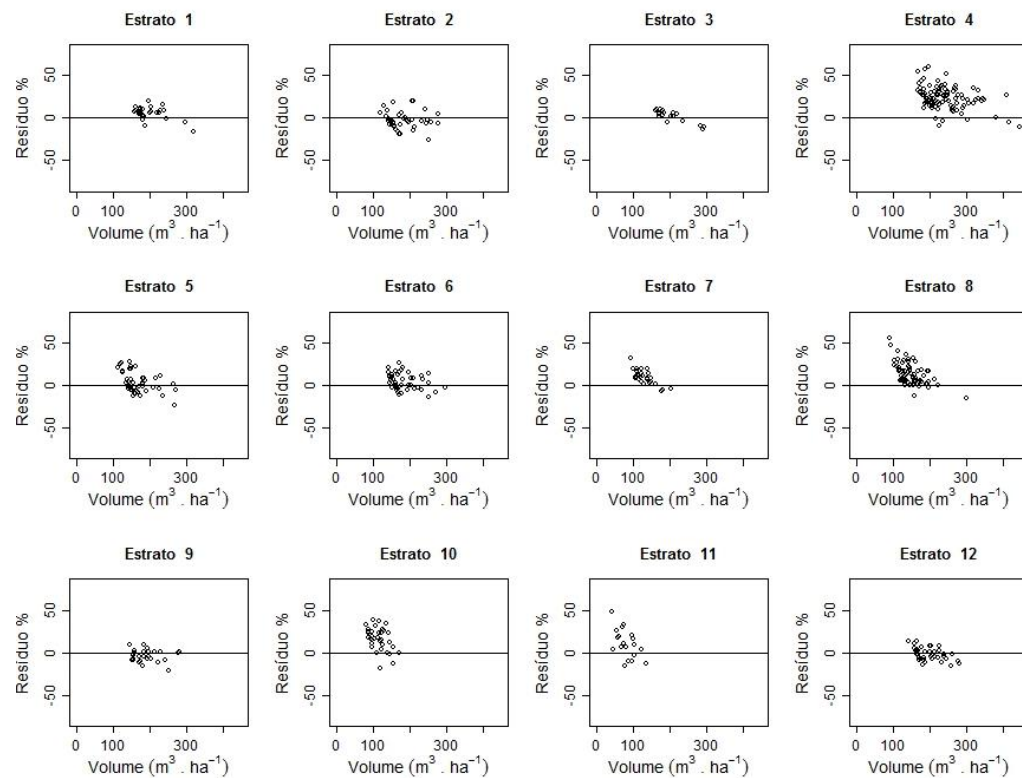
O comportamento do resíduo para as projeções de área basal por estrato é apresentado na Figura 11, a Figura 12 demonstra o comportamento do resíduo para as projeções por estrato da variável volume classificados com a idade de 48 meses como referência.



**Figura 10:** Relação de valores estimados e observados, dispersão dos resíduos e histograma com a frequência dos resíduos por classe de erro para a prognose da área basal a), b), c) e volume total com casca d), e), f) em todos os talhões projetados pelo modelo de Clutter (1963) com a substituição do site pela altura total média, classificados com idade de 48 meses como referência.



**Figura 11:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de área basal em cada estrato definido com a idade de 48 meses.



**Figura 12:** Dispersão dos resíduo para as estimativas de volume em cada estrato definido com a idade de 48 meses.

Na Tabela 3 foi apresentado a qualidade calculada para os modelos ajustados por estrato em cada equação do sistema por meio do *RQEM* e *bias %* calculados com referência ao ajuste dos modelos ao banco de dados. Para a projeção dos valores baseados na classificação aos 36 meses e para a projeção baseada na classificação baseada aos 48 meses também foram calculados os valores de *RQEM* e *bias %* e apresentados na Tabela 4.

**Tabela 3:** Estimativa dos valores da raiz quadrada do erro médio (*RQEM*) e *bias %* por estrato de modelagem referente

Estrato	Ajuste modelo (4) e (5)			
	Volume		Área Basal	
	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>
1	9,54	-0,94	5,55	-0,69
2	12,06	0,53	5,64	0,8
3	9,79	-0,33	5,07	-0,38
4	10,75	-1,2	4,27	0,06
5	9,77	-0,48	5,31	-0,6
6	8,89	-0,24	4,87	-0,41
7	8,56	-0,41	5,98	-0,4
8	10,17	-0,05	5,74	-0,88
9	9,87	-0,1	6,27	-1,39
10	10,91	-0,62	6,56	-0,77
11	13,94	-0,67	8,9	-0,41
12	8,41	-0,3	4,79	-0,11

**Tabela 4:** Estimativa dos valores da raiz quadrada do erro médio (*RQEM*) e *bias %* por estrato de modelagem referente a projeção baseada na classificação aos 36 meses e 48 meses

Estrato	Classificação com 36 meses				Classificação com 48 meses			
	Volume		Área Basal		Volume		Área Basal	
	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>	<i>RQEM %</i>	<i>bias %</i>
1	10,68	-4,43	8,14	-4,32	9,72	-5,57	4,96	-2,98
2	19,52	14,47	10,61	6,83	11,29	3,07	8,25	1,37
3	9,64	-0,02	6,16	0,33	8,31	-1,7	4,47	1,33
4	26,2	-21,48	7,13	0,34	25,94	-23,85	5,11	1,7
5	15,07	-4,65	12,19	-4,98	11,73	-3,08	8,27	-4,83
6	13,31	-3,85	9,54	-3,78	10,2	-4,47	6,35	-3,36
7	17,11	2,29	11,14	1,29	11,11	-9,21	11,58	-8,68
8	21,16	-15,39	15,71	-10,82	16,32	-13,46	11,91	-9,85
9	17,62	15,1	8,61	3,34	8,57	4,55	6,85	-2,84
10	21,83	-11,27	9,56	-4,71	19,85	-15,76	11,09	-8,41
11	17,27	-10,57	12,76	-4,11	16,66	-10,3	8,84	-4,9
12	14,01	-1,95	8,34	0,46	8,02	1,83	4,59	0,88

## 5 - DISCUSSÃO

A dispersão da relação entre variâncias juntamente com os modelos ajustados, demonstram que o comportamento da razão entre variâncias apresenta um patamar de estabilidade diferente para cada variável. Para a altura dominante e altura total, variáveis altamente correlacionadas verificou-se a ocorrência de estabilidade diferente. Optou-se pela estratificação do conjunto de dados em 12 estratos para a modelagem do crescimento e produção. Considerou-se a mudança na tendência da curva para razão entre variâncias, o número de talhões por estrato e o atendimento do grau de liberdade da regressão.

A variável de referência para a tomada de decisão foi o volume, pois toda a modelagem é desenvolvida para se estimar esta variável. No entanto o resultado do conjunto foi levado em consideração. A razão de variâncias para o volume não apresentou estabilidade a partir dos 12 estratos para os 72 meses, porém aos 60 meses verifica-se a tendência de estabilidade com esse número de estratos. Para a altura total o valor de decréscimo da razão é muito pequeno a partir de 13 estratos aos 60 meses e 14 estratos aos 72 meses. A razão entre variância para altura dominante não apresenta redução expressiva a partir de 13 estratos.

O diâmetro médio foi a variável que menos se relacionou com a redução da razão de variância com o aumento do número de estratos. A área basal apresentou estabilidade a partir de 8 estratos, sendo que essa variável demonstrou alta sensibilidade na redução da razão entre variâncias com o método empregado. Péllico Netto e Sanquetta (1995) estudando um método similar de decréscimo da variância para amostragem de florestas naturais e plantadas, em que o objetivo foi calcular o erro de amostragem, concluíram que o número de estratos não deve ser superior a 10. Neste trabalho, a estratificação para a modelagem não se baseia no cálculo do erro de amostragem, mas no objetivo de representar as diferentes produtividades do povoamento. Em algumas situações, os estratos de inventário são usados na estratificação com fins de modelagem do crescimento e produção.

Na Figura 3 foram apresentadas a dispersão da altura dominante em cada estrato associado a classificação da capacidade produtiva. Pôde-se observar que o método de agrupamento apresentou eficiência na estratificação dos dados em grupos homogêneos para o desenvolvimento em altura dominante. A dispersão do crescimento dessa variável foi similar ao comportamento das equações ajustadas por subgrupo, correspondendo uma tendência

anamórfica de desenvolvimento dentro de cada estrato. Quando comparada a dinâmica entre grupos, verifica-se a sensibilidade do algoritmo quanto a geração de grupos de talhões com diferença no desenvolvimento dessa variável.

Na Tabela 1 observou-se que para 4 estratos definidos pelo método *k*-means o parâmetro  $\alpha_1$  foi não significativo ( $p < 0,05$ ) pelo teste *t*, os mesmos foram encontrados quando a significância é avaliada pelo erro padrão. Os demais parâmetros do modelo foram significativos pelo teste *t* e pelo erro padrão. Considerando os problemas associados ao teste *t* para regressões em dois estágios pode se verificar que os parâmetros ajustados para cada estrato apresentaram os mesma significância para ambos os testes.

No estudo de Soares *et al.* (2004), foi apresentado uma alternativa ao modelo de Clutter (1963), em que a produção volumétrica é função da área basal por hectare e da altura média de povoamentos florestais. As estimativas volumétricas que o modelo ofereceu demonstraram ser mais precisas que o modelo de Clutter (1963) em plantios jovens, independentemente do site. Porém o modelo proposto forneceu estimativas menos precisas nas idades técnicas de colheita, nos sites de produtividade superior e inferior.

Os resultados apresentados para o teste de White (Tabela 2) demonstraram que para a área basal, apenas os estrato 2 e 11 não atenderam a pressuposição para ajuste de regressão, no que diz respeito a homogeneidade de variâncias. Para as equações de volume, o estrato 2 manteve-se com a ocorrência de heterocedasticidade de variâncias diagnosticadas pelo teste de White. Assim, pode-se verificar que a estratificação usando o algoritmo *k*-means e os procedimentos propostos resultaram na maioria de grupos que apresentaram homocedasticidade de variância dos resíduos nas equações de área basal e volume.

Na Figura 4 observou-se o desempenho em conjunto das equações de cada estrato para as estimativas de volume e área basal das informações adotadas como referência para os ajustes dos modelos de crescimento e produção. Verificou-se que a dispersão dos resíduos para a área basal ocorreu entre -18% e 20%, apresentando-se de forma homogênea no gráfico, para o volume a dispersão ocorreu entre o intervalo de -35% e 40% apresentando também uma forma homogênea no gráfico. Apesar de descrever uma amplitude expressiva de erro, os histogramas mostraram que o resíduo ocorre na forma de distribuição normal e seu alto valor

de frequência está próximo de zero. Os valores estimados e observados estão altamente correlacionados e a inclinação da dispersão é próxima de 45°.

A dispersão dos resultados por estratos foi apresentada referente a área basal na Figura 5, as características de homogeneidade foram verificadas para todos os estratos, o mesmo comportamento foi verificado para a dispersão dos resíduos por estrato para a variável volume na Figura 6. Observou-se a ocorrência de valores discrepantes e optou-se por não retirá-los, uma vez que a sua retirada conduz a modificação do banco de dados, distorcendo assim a realidade das informações. No entanto, uma investigação mais rigorosa demonstrou que grande parte desses erros estão relacionados a inconsistência na planilha do inventário florestal contínuo, redução dos valores de altura, área basal e volume são frequentemente encontrados.

O desenvolvimento de métodos e aplicações estatísticas voltadas a melhorias de estimativas não surtirão efeito em dados com inconsistências nas observações, sendo que as inconsistências muitas vezes induzem ao viés dos procedimentos estatísticos. A manipulação dos dados é prejudicial a realidade das informações podendo resultar em interpretações equivocadas. Deve-se também buscar aprimorar os procedimentos de amostragem e coleta de dados para que a modelagem do crescimento e produção apresente estimativas consistentes. Segundo Vanclay (1994) há vários fatores que podem orientar a seleção de possíveis variáveis explicativas em um modelo de crescimento e produção, porém o mais importante é a qualidade dos dados.

A classificação dos talhões foi realizada com o menor valor de distância euclidiana entre os valores das variáveis altura total ( $m$ ), altura dominante ( $m$ ), volume ( $m^3 \cdot ha^{-1}$ ), área basal ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ) e diâmetro médio ( $cm$ ) com relação aos valores médios de cada estrato definido pelo método  $k$ -means nas idades de 36 e 48 meses. A Figura 7 demonstrou o comportamento das projeções com relação aos valores observados nos talhões retirados como amostra, classificados com a idade de 36 meses como referência. De forma geral os valores estimados apresentaram resultados consistentes aos observados, no entanto, quando avaliado as projeções por estrato, observa-se a superestimação no estrato 4, 8 e 11, e subestimação no estrato 2 e 9 para a variável volume na (Figura 9). A área basal resultou em estimativas consistentes para a maioria dos estratos projetados.

O comportamento das projeções foi apresentado na Figura 10, com relação aos valores observados nos talhões retirados como amostra e classificados com a idade de 48 meses. Os valores estimados apresentaram resultados consistentes quando comparados aos observados, verificou-se uma tendência de distribuição normal para os resíduos de área basal e o volume. Quando avaliado as projeções por estrato, observa-se a superestimação em alguns estratos tanto para o volume quanto para a área basal (Figura 11 e Figura 12).

Na Tabela 3 foi apresentado a qualidade calculada para os modelos ajustados por estrato em cada equação do sistema. Os resultados de qualidade por meio do *RQEM* e *bias %* para projeções classificadas com a idade de 36 e 48 meses como referência, foram apresentados na Tabela 4. O valor de *RQEM* referente a estimação da área basal e volume foi superior para a classificação com referência na segunda medição, 48 meses, os valores de qualidade foram inferiores para a projeção com os talhões classificados com a primeira medição, 36 meses como referência. Os resultados apresentados corroboraram com os demonstrados pelas Figuras 7 e 10 e as projeções com a classificação aos 48 meses obteve resultados com melhor desempenho do que as projetadas com 36 meses.

A alternativa ao modelo de Clutter (1963) com a substituição do índice de local pela altura total atual apresenta outra vantagem, pode-se realizar projeções volumétricas ( $m^3.ha^{-1}$ ) e de área basal ( $m^2.ha^{-1}$ ) sem que haja classificação para o local com o material genético e as técnicas silviculturais empregadas, favorecendo assim procedimentos de estimação dessas variáveis na primeira implantação ou substituição do clone por outro material genético mais produtivo.

A metodologia proposta para a prognose de povoamentos florestais com uma ou duas medições consiste nos seguintes passos:

- 1 - Ajustar uma equação linear simples para o desenvolvimento da altura dominante média, altura total média, diâmetro médio, área basal e volume em função da idade cada talhão do banco de dados;

- 2 - Estratificar o povoamento florestal usando o algoritmo *k*-means para agrupar os parâmetros das equações de desenvolvimento das variáveis de povoamento em função da idade, identificando o número de estratos próximo ao ideal pela avaliação do decréscimo da razão entre variâncias, na região próxima ao patamar de estabilidade;

3 - Ajustar um modelo de crescimento e produção adequado a realidade dos dados a cada estrato;

4 - Classificar cada talhão com uma ou duas medições a um estrato que apresente o menor valor para a distância euclidiana entre as variáveis de povoamento do talhão, com relação a média das variáveis de cada estrato definido pelo *k*-means;

5 - Projetar as estimativas volumétricas dos talhões classificados aos estratos empregando as equações ajustadas aos respectivos estratos.

## 6 - CONCLUSÃO

A classificação de talhões florestais com a distância euclidiana entre as variáveis de povoamento adotadas no estudo apresentou resultados diferentes quanto para a primeira medição, 36 meses, com relação a segunda medição, 48 meses.

A projeção com a classificação aos 48 meses resultou em mais consistência do que a projetada com 36 meses.

A metodologia permite realizar a prognose dos talhões considerados com uma ou duas medições com a classificação de talhões a estratos gerados pelo método *k*-means.

## 7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BETTINGER, P.; BOSTON K.; SIRY J. P.; GREBNER, D. L. **Forest management and planning**. 1.ed. Elsevier, 2009, 342p.

CAMPOS, J. C. C. e LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 4. ed. rev. e ampl. Viçosa: Ed. UFV, 2013. 605 p.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, v. 9, n. 3, p. 354-371, 1963.

COCHRAN, W. G. **Sampling Techniques**, 2nd .ed, John Wiley & Sons. Inc. New York and London, 41 3 p., 1963.

DAVIS, L.S.; JOHNSON, K.M. **Forest management**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1987. 790p.

DEBERTIN, D.L. Significance tests of regression coefficients: an additional reminder. **American Journal of Agricultural Economics**, v.57, p.124, 1975.



DIAS, A. N.; LEITE, H. G.; COUTO, L.; FERREIRA, A. C. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. **Revista Árvore**, v.29, n.5, p.731-739, 2005.

DING, C. e X. HE., *K*-means clustering via principal component analysis. In: **ICML**, p. 29, 2004.

HARTIGAN, J. A., e WONG, M. A. A *K*-means clustering algorithm, **Applied Statistics**, 28, p.100–108, 1979.

MACQUEEN, J. Some Methods for Classification and Analysis of Multivariate Observations, in Proc. Fifth Berkeley Symp. Math. **Statistics and Probability**, Vol. 2, pp. 281–297, 1967.

MAESTRI, R.; SANQUETTA, C.R.; ARCE, J.E. Modelagem do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus grandis* através de processos de difusão. **Floresta**, Curitiba, v.33, n.2, p. 169-182, 2003.

MAITRA, R.; e RAMLER, I. P. A k-mean-directions Algorithm for Fast Clustering of Data on the Sphere. **Journal of Computational and Graphical Statistics**, Vol 19, Issue 2, p. 377-396, 2010.

OLIVEIRA, J. de C. **Mínimos quadrados generalizados: uma proposta à modelagem do crescimento e produção em povoamentos não desbastados de eucalipto**. 2012. 75 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2012.

OLIVEIRA, M.L.R. de; LEITE, H.G.; NOGUEIRA, G.S.; CAMPOS, J.C.C. Modelagem e prognose em povoamentos não desbastados de clones de eucalipto. **Revista Árvore**, v.33, p.841-852, 2009.

OLIVEIRA, M.L.R. de; LEITE, H.G.; NOGUEIRA, G.S.; GARCIA, S.L.R.; SOUZA, A.L. de. Classificação da capacidade produtiva de povoamentos não desbastados de clones de eucalipto. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.43, p.1559-1567, 2008.

PÉLLICO NETO, S.; SANQUETA, C.R. Determinação do número de estratos em estratificação volumétrica de florestas naturais e plantadas. **Floresta**, v.24, p.49-58, 1995.

R Core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

SALES, T.T.; LEITE, H.G.; OLIVEIRA NETO, S.N. de; SOARES, C.P.B.; PAIVA, H.N. de; SANTOS, F.L. dos. Modelo de Clutter na modelagem de crescimento e produção de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v.47, n.2, p.253-260, fev. 2012.

SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its application to timber studies. **Journal of Forestry**, v.37, NUMERO, p.819-820, 1939.

SOARES, C. P. B.; LEITE H. G.; OLIVEIRA M. L. R. de; CARVALHO A. Especificação de um modelo de crescimento e produção florestal. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.28, n.6, p.831-837, 2004.

VANCLAY, J.K., 1994. **Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests**. CAB International, Wallingford, UK, xvii + 312 pp.

## CONCLUSÃO GERAL

As equações empregadas na classificação da capacidade produtiva por talhão resultaram em estimativas precisas para o desenvolvimento em altura dominante.

O modelo de Clutter ajustado com dados estratificados pelo método *k*-means é eficiente.

A estratificação de povoamentos florestais empregando o *k*-means não viola, na maioria das vezes, a pressuposição da análise de regressão de homogeneidade de variância.

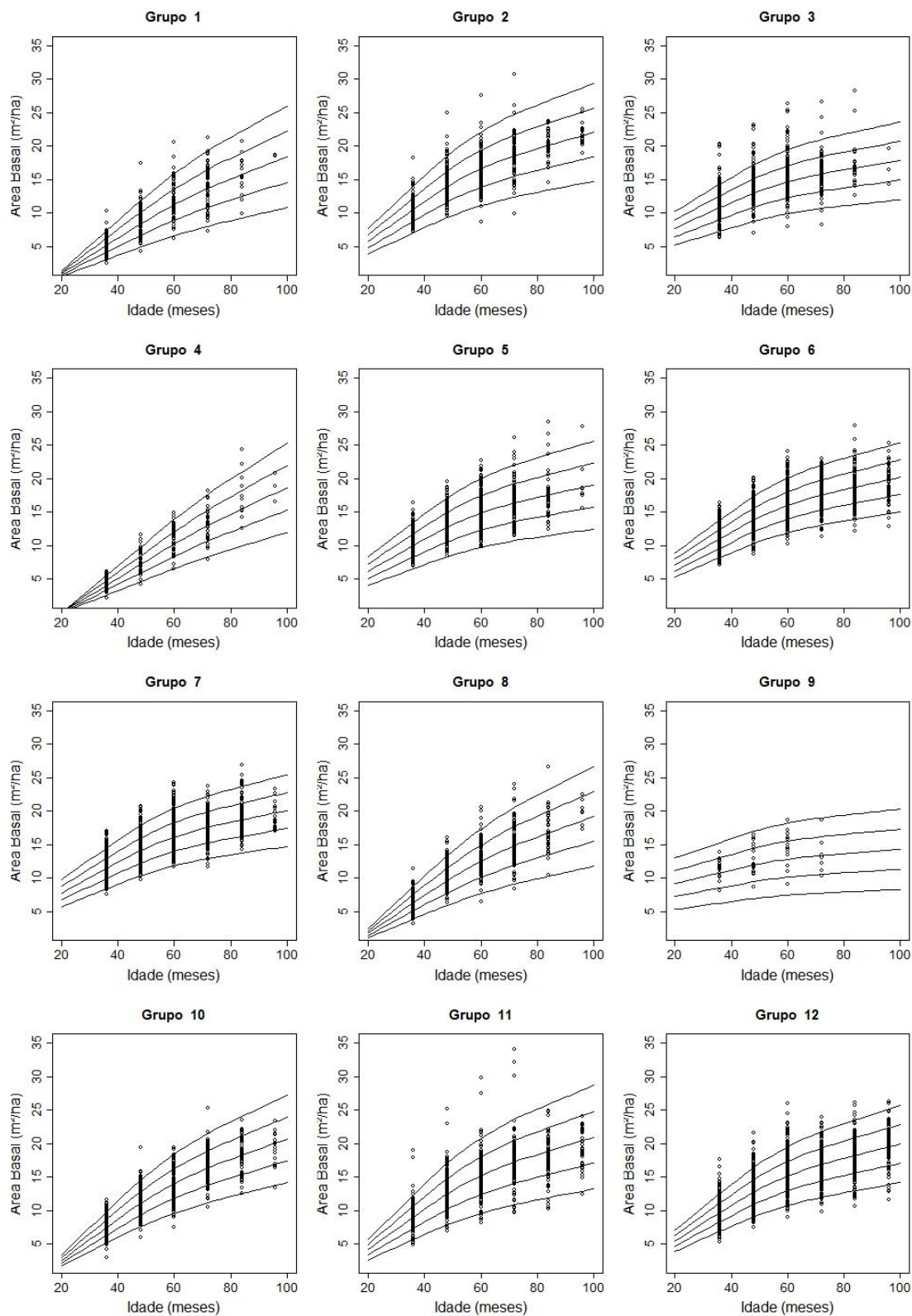
A altura total média explica a variação volumétrica do povoamento quando estratificado pela metodologia proposta e empregada como alternativa ao índice de local no modelo de Clutter.

A classificação de talhões florestais com a distância euclidiana entre as variáveis de povoamento adotadas no estudo apresenta resultados diferentes quanto a primeira medição, 36 meses, com relação a segunda medição, 48 meses.

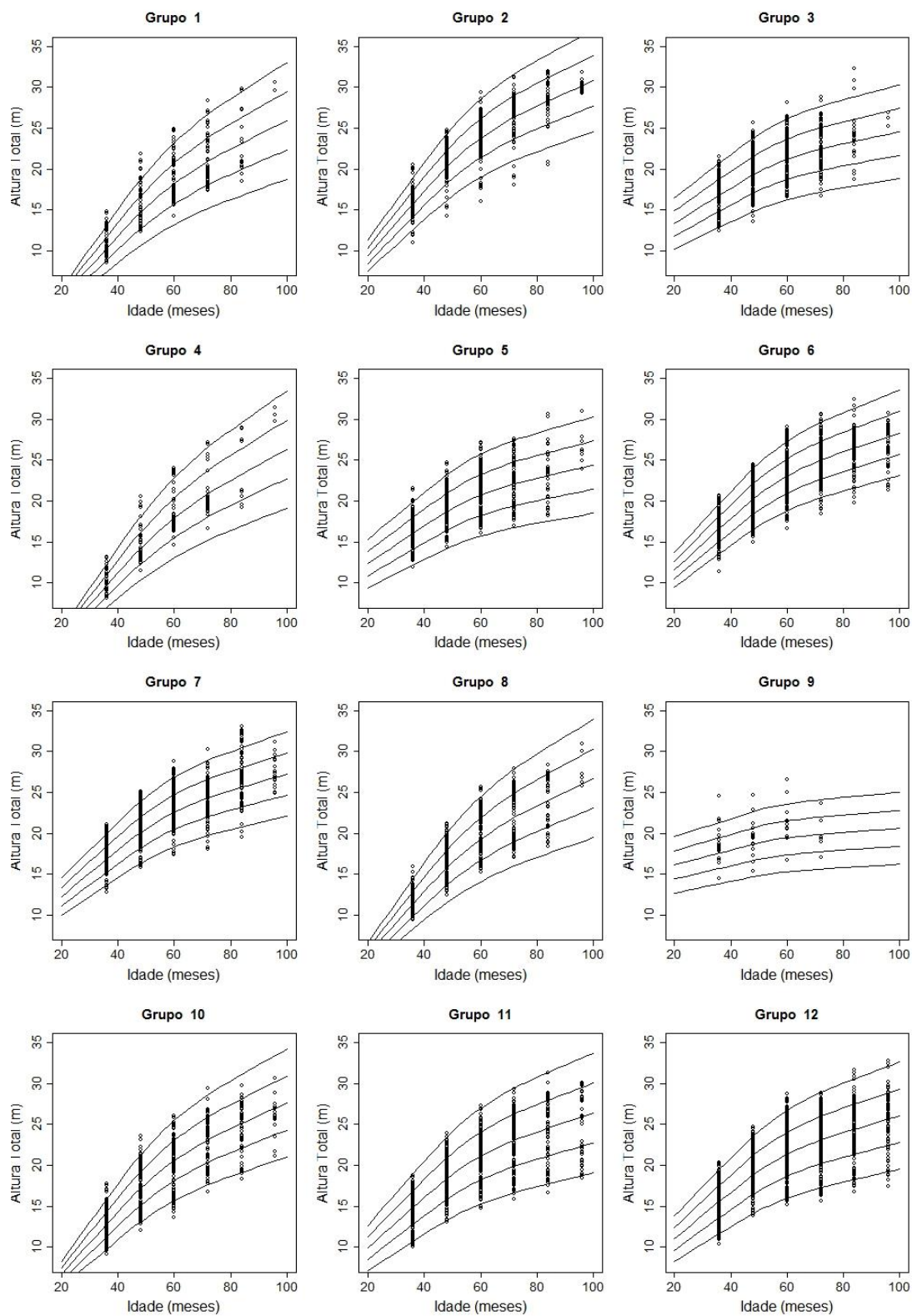
A projeção com a classificação aos 48 meses é mais eficiente do que aos 36 meses.

A metodologia usada neste estudo permite realizar a prognose de talhões considerados com uma ou duas medições, de modo eficiente.

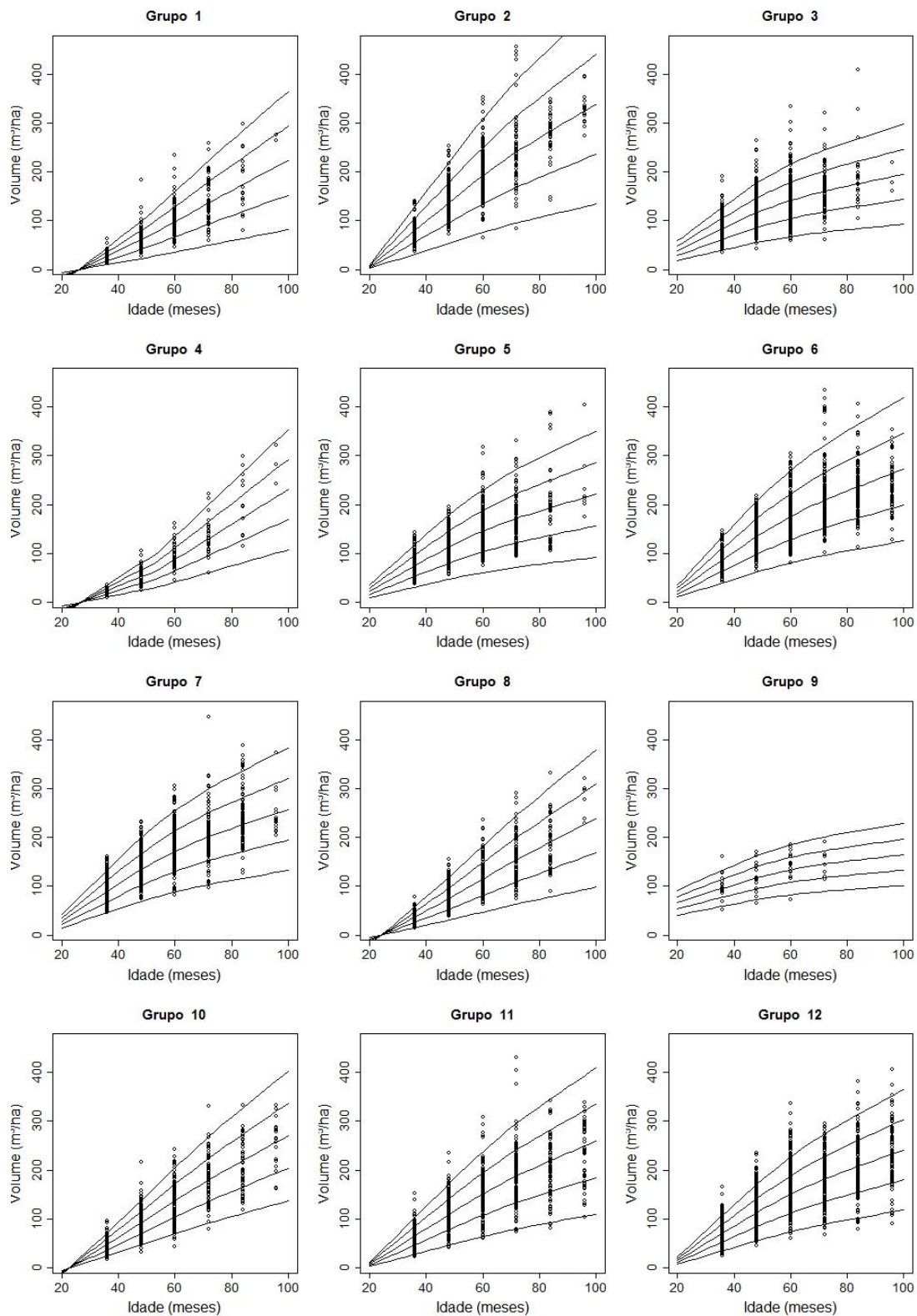
**APÊNDICE A** – Dispersão das informações de área basal para a estratificação em 12 grupos com as respectivas curvas de desenvolvimento em área basal.



**APÊNDICE B** – Dispersão das informações de altura total para a estratificação em 12 grupos com as respectivas curvas de desenvolvimento em altura total.



**APÊNDICE C** – Dispersão das informações de volume para a estratificação em 12 grupos com as respectivas curvas de desenvolvimento em volume.



**APÊNDICE D** – Análise exploratória do valor máximo (Max), médio (Med) e mínimo (Min) encontrado em cada idade dentro de cada estrato para as seguintes variáveis: altura dominante (*Hd*), altura total (*Ht*), diâmetro médio quadrático (*q*), área basal (*B*) e o volume total com casca (*Vtcc*)

Est.	Idade	<i>Hd</i> (m)			<i>Ht</i> (m)			<i>q</i> (cm)			<i>B</i> ( $m^2.ha^{-1}$ )			<i>Vtcc</i> ( $m^3.ha^{-1}$ )		
		Max	Med	Min	Max	Med	Min	Max	Med	Min	Max	Med	Min	Max	Med	Min
1	36	16,0	12,5	10,2	14,8	10,7	8,5	11,0	8,7	6,7	10,3	5,3	2,6	62,4	25,7	11,4
	48	26,3	18,0	14,8	21,9	15,6	12,3	14,6	11,3	8,7	17,4	9,2	4,3	182,7	66,3	26,5
	60	27,9	21,7	18,1	24,9	18,8	14,2	16,4	13,0	10,2	20,5	12,0	6,2	234,6	105,6	46,7
	72	32,4	24,5	19,9	28,4	21,1	17,4	17,8	14,0	11,0	21,2	13,8	7,3	258,3	137,0	59,0
	84	34,0	27,6	22,9	29,8	23,5	18,5	18,5	14,7	11,6	20,7	15,9	9,9	298,5	175,9	80,7
	96	32,2	32,2	32,2	30,6	30,1	29,6	19,5	17,4	15,2	18,6	18,6	18,5	275,3	270,0	264,8
2	36	21,3	17,5	13,7	20,5	16,1	11,0	14,1	11,2	9,1	18,3	10,8	7,2	139,6	78,0	36,2
	48	27,3	22,6	17,5	24,8	20,8	14,3	16,6	12,8	10,4	25,0	14,3	9,6	252,4	143,6	72,5
	60	32,0	26,0	19,0	29,4	23,9	16,0	17,5	13,8	11,1	27,6	16,4	8,7	351,3	195,8	65,4
	72	33,6	29,4	21,6	31,3	26,5	18,1	18,4	15,0	12,0	30,6	18,7	9,9	455,9	243,0	83,5
	84	36,7	31,8	27,2	31,9	28,4	20,5	17,1	15,7	14,0	23,8	20,2	14,5	347,9	273,1	141,3
	96	35,4	33,3	32,1	31,8	30,1	29,3	17,8	16,2	15,4	25,5	22,0	18,9	395,2	328,9	274,2
3	36	24,1	19,1	13,5	21,5	17,4	12,5	15,3	11,4	8,9	20,4	11,3	6,3	189,8	89,5	34,1
	48	28,6	22,1	14,9	25,7	20,1	13,6	16,4	12,5	9,4	23,1	13,6	7,1	264,0	123,8	41,5
	60	31,2	24,2	18,6	28,1	21,9	16,6	17,2	13,4	9,9	26,3	15,4	8,0	333,1	150,8	59,3
	72	30,3	25,0	18,2	28,8	22,6	16,7	17,6	13,6	10,1	26,6	15,9	8,3	320,5	161,8	62,0
	84	33,9	26,6	21,0	32,3	23,8	18,7	17,6	14,2	12,4	28,3	17,2	12,7	408,9	189,1	104,5
	96	30,8	28,7	26,1	26,9	26,1	25,2	15,1	14,1	12,6	19,7	16,8	14,3	219,6	186,1	161,0
4	36	16,3	12,1	9,3	13,2	10,3	8,2	12,1	8,5	6,3	6,2	4,2	2,2	34,9	19,1	8,6
	48	24,7	17,0	13,7	20,6	14,8	11,5	14,9	11,2	8,5	11,6	7,7	4,3	104,4	52,4	23,7
	60	26,6	21,5	17,9	24,0	18,8	14,6	17,1	13,3	9,9	14,9	11,0	6,5	161,9	95,9	45,0
	72	30,8	24,5	19,9	27,2	21,1	16,7	18,7	14,8	12,0	18,2	13,1	7,9	222,6	130,5	60,9
	84	32,9	27,8	23,2	29,0	23,9	19,2	19,5	15,5	12,9	24,3	17,5	12,6	299,2	207,1	114,3
	96	36,1	33,5	32,2	31,4	30,5	29,7	17,7	17,0	16,2	20,8	18,8	16,6	322,0	281,9	241,9
5	36	23,2	18,5	14,2	21,6	16,6	11,9	13,8	11,0	9,0	16,3	10,4	7,0	142,5	78,1	37,7
	48	27,1	21,7	17,2	24,7	19,6	14,4	15,1	12,5	10,0	19,6	13,3	8,4	195,4	118,5	57,0
	60	30,7	24,2	19,0	27,2	21,7	16,1	16,4	13,5	10,8	22,7	15,4	9,9	318,4	155,9	75,0
	72	31,6	25,2	19,7	27,6	22,2	17,0	17,2	13,9	11,7	26,2	16,5	11,5	331,5	173,4	93,4
	84	34,9	26,4	20,4	30,7	23,1	18,2	17,7	14,5	12,5	28,4	17,6	12,4	389,1	196,5	106,0
	96	34,1	30,1	27,0	31,0	26,6	23,9	18,6	15,2	13,6	27,7	19,5	15,6	404,4	240,7	174,5
6	36	22,0	18,3	14,3	20,7	16,8	11,4	13,6	11,4	9,2	16,4	11,2	7,1	147,2	86,3	42,1
	48	28,1	22,7	18,1	24,5	20,8	15,0	15,3	12,9	10,3	20,1	14,4	8,7	218,3	137,0	63,6
	60	31,2	25,7	20,2	29,1	23,4	16,7	17,0	13,8	11,2	24,0	16,5	10,3	304,3	177,1	81,3
	72	34,1	28,1	21,9	30,7	25,2	18,5	16,6	14,4	11,6	23,0	17,7	11,3	433,3	211,0	100,6
	84	35,9	29,7	23,1	32,4	26,3	19,8	17,2	14,8	12,6	27,8	18,7	12,2	406,1	231,8	113,4
	96	34,7	30,4	25,7	30,8	26,7	21,4	17,3	15,0	12,9	25,3	18,8	12,9	352,9	238,2	127,2
7	36	24,2	19,2	14,2	21,1	17,5	12,8	14,0	11,8	9,2	17,1	11,9	7,6	161,2	94,5	45,7
	48	27,8	23,1	17,3	25,1	21,1	15,8	15,4	13,1	10,4	20,7	14,7	9,7	231,2	139,7	74,8
	60	32,7	26,2	19,0	28,8	23,7	17,4	16,7	14,0	11,9	24,2	16,8	11,7	305,4	179,8	81,8
	72	35,3	27,4	20,5	30,2	24,5	18,1	16,5	14,3	11,5	23,7	17,7	11,7	446,9	203,1	97,2
	84	35,4	30,1	22,2	33,0	26,8	19,5	17,5	15,1	12,3	26,9	19,4	14,3	388,4	242,9	126,7
	96	38,2	31,6	28,4	31,1	27,3	24,9	16,3	15,0	13,4	23,3	19,2	17,0	373,2	246,5	203,3

8	36	18,4	13,7	11,3	15,9	11,8	9,4	12,0	9,2	7,3	11,4	6,5	3,3	78,2	35,5	13,9
	48	25,3	19,4	14,8	21,2	16,9	12,5	14,2	11,6	9,5	16,1	10,5	6,3	154,7	82,1	38,4
	60	27,9	22,9	17,1	25,7	20,0	15,3	17,0	13,1	10,7	20,5	13,2	6,4	235,6	121,9	62,8
	72	31,1	25,7	19,8	27,9	22,1	17,1	19,7	14,1	11,6	24,0	15,0	8,4	290,1	154,9	75,2
	84	32,0	27,9	22,5	28,3	24,0	18,4	17,3	14,5	12,2	26,7	16,8	10,4	332,4	192,9	89,8
	96	36,0	32,0	30,3	30,9	27,6	25,8	16,6	15,9	14,7	22,6	19,9	17,2	320,3	282,6	228,5
9	36	25,4	21,4	17,0	24,6	18,8	14,5	13,8	11,9	9,3	13,9	11,5	8,1	161,2	101,8	52,2
	48	27,5	22,2	18,8	24,7	19,5	15,4	14,8	12,5	9,6	16,5	12,8	8,7	169,2	118,5	64,0
	60	29,7	24,6	21,2	26,6	21,4	16,7	16,9	13,4	9,9	18,7	14,4	9,1	184,6	143,0	71,4
	72	27,2	24,1	21,4	23,7	19,9	17,0	14,1	12,7	10,1	18,6	13,4	10,3	191,2	145,8	113,5
10	36	20,8	14,9	10,4	17,8	13,0	9,1	11,8	9,6	7,2	11,6	7,7	3,0	95,5	45,4	16,2
	48	25,5	20,3	14,0	23,6	17,8	12,1	14,5	11,8	8,6	19,4	11,6	6,1	216,0	95,9	31,8
	60	30,8	23,4	15,7	26,1	20,5	13,6	15,9	12,9	9,6	19,4	14,0	7,5	242,0	133,9	44,0
	72	32,3	26,9	19,7	29,4	23,3	16,8	16,8	14,3	12,0	25,3	16,5	10,5	330,0	181,4	79,0
	84	34,1	28,2	21,4	29,7	24,4	18,3	17,5	15,0	12,5	23,5	18,2	12,5	332,0	213,5	118,9
	96	34,5	30,6	25,2	30,6	25,9	21,1	16,8	15,6	13,2	23,4	19,4	13,4	332,3	252,9	161,9
11	36	20,9	16,6	11,6	18,8	14,8	10,0	14,7	10,4	8,2	19,1	9,1	4,9	151,6	61,0	22,8
	48	26,8	21,3	15,9	23,9	19,1	13,1	16,8	12,5	9,7	25,1	13,1	7,0	234,7	114,1	42,0
	60	29,5	24,0	18,5	27,3	21,5	14,8	18,3	13,6	10,6	29,8	15,4	8,3	308,0	152,0	59,5
	72	32,9	26,2	19,2	29,3	23,2	15,9	19,7	14,5	11,4	34,0	17,4	9,7	429,5	189,2	72,7
	84	33,8	26,8	20,3	31,3	23,6	16,7	17,9	14,9	11,8	24,9	17,9	10,3	342,0	199,2	81,2
	96	35,8	28,6	22,3	30,1	24,6	18,5	17,8	15,5	12,9	24,1	19,5	12,5	337,4	229,2	102,6
12	36	25,7	17,7	12,0	20,3	15,9	10,4	14,1	10,9	7,8	17,6	10,0	5,3	164,5	72,5	23,9
	48	27,5	21,8	15,9	24,7	19,7	13,8	15,6	12,6	9,2	21,7	13,4	7,5	235,0	121,6	44,9
	60	30,6	24,5	17,8	28,7	22,0	15,2	17,1	13,6	10,2	26,0	15,8	9,1	335,9	161,7	60,3
	72	33,8	26,2	18,5	28,8	23,2	15,7	17,5	14,2	10,6	24,0	17,0	9,8	295,6	183,3	68,2
	84	35,0	27,8	19,9	31,7	24,5	16,8	17,7	14,7	11,0	26,1	18,1	10,7	381,1	210,8	78,8
	96	36,7	29,3	20,9	32,8	25,6	17,4	18,7	15,2	11,5	26,3	19,4	11,7	406,4	235,7	90,1