

MOISÉS OLIVEIRA DA SILVA

**UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO HIPERBÓLICA PARA A MODELAGEM DA
DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE POVOAMENTO DE *Tectona grandis*
SUBMETIDOS A DESBASTES**

Monografia apresentada ao Departamento de
Engenharia Florestal da Universidade Federal de
Viçosa, como parte das exigências do curso de
Engenharia Florestal

VIÇOSA
MINAS GERAIS-BRASIL
NOVEMBRO - 2013

MOISÉS OLIVEIRA DA SILVA

**UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO HIPERBÓLICA PARA A MODELAGEM DA
DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE POVOAMENTO DE *Tectona grandis*
SUBMETIDOS A DESBASTES**

Monografia apresentada ao Departamento de
Engenharia Florestal da Universidade Federal de
Viçosa, como parte das exigências do curso de
Engenharia Florestal

APROVADA em Novembro de 2013

Prof. Dr. Helio Garcia Leite
(ORIENTADOR)

Prof. Dr. Agostinho Lopes de Souza

Gustavo Eduardo Marcatti
(Doutorando em Ciência Florestal)

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, que me possibilitaram, através de seus meios, a oportunidade de chegar a uma universidade federal;

Ao meu irmão, que sempre foi um companheiro, melhor amigo e um exemplo pra mim;

À minha irmã, pelo carinho;

Ao professor Helio Garcia Leite pela confiança depositada, pela ótima orientação e pela paciência ao lidar com minhas constantes dúvidas;

Ao Doutorando Daniel Henrique Breda Binoti, pela ajuda no desenvolvimento do projeto e pela paciência em responder minhas dúvidas;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro;

Ao Departamento de Engenharia Florestal da Universidade Federal de Viçosa;

A todos que, de alguma forma, contribuíram para realização desse trabalho.

BIOGRAFIA

Moisés Oliveira da Silva filho de Ronaldo Rodrigues da Silva e Dinamarque Oliveira da Silva, nasceu em 30 de abril de 1988, em Viçosa, Minas Gerais.

Em 2002 concluiu o Ensino Fundamental na Escola Estadual Pedro Lessa, em São Miguel do Anta, Minas Gerais.

Em 2006, concluiu o 2º grau no Colégio de Aplicação COLUNI, em Viçosa, Minas Gerais.

Em 2007, iniciou o curso de Engenharia de Alimentos na Universidade Federal de Viçosa, porém em 2009 transferiu para o curso de Engenharia Florestal na mesma Universidade, o qual concluiu em março de 2014.

CONTEÚDO

EXTRATO	V
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - REVISÃO DE LITERATURA.....	3
3 - OBJETIVO	6
4 - MATERIAL E MÉTODOS	7
5 - RESULTADOS	12
6 – CONCLUSÃO	31
7 - REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	32

EXTRATO

SILVA, Moisés Oliveira. Monografia de graduação. Universidade Federal de Viçosa, agosto de 2013. **Utilização da função hiperbólica para modelagem da distribuição diamétrica de povoamento de *Tectona grandis* submetidos a desbaste.** Orientador: Hélio Garcia Leite.

Esse trabalho teve como objetivo avaliar a eficiência de quatro tipos da função hiperbólica para descrição da distribuição diamétrica de povoamentos de *Tectona grandis* e construir modelos de distribuição diamétrica com o emprego dessas funções. Foram usados dados de parcelas permanentes medidas em alguns povoamentos e a redistribuição teórica dos diâmetros foi feita correlacionando os parâmetros da função em uma idade futura com os parâmetros e características do povoamento em uma idade atual. O coeficiente de correlação entre os valores observados e estimados de frequência por classe de diâmetro e a análise gráfica dos resíduos foram utilizados para avaliar a exatidão das estimativas de frequência por classe de diâmetro. Foram estimadas também a raiz quadrada do erro médio e o bias. Com base nos resultados foi possível confirmar a eficiência da função hiperbólica de dois parâmetros na modelagem de distribuição diamétrica dos povoamentos.

1 – INTRODUÇÃO

Determinar o crescimento e a produção de povoamentos florestais é um dos principais objetivos do planejamento e manejo florestal, de maneira que seja precisa, simples e utilizando o menor número de medições e variáveis. Tem como objetivo otimizar a produção ao longo do tempo e destinar os diversos produtos madeireiros de forma eficiente, sustentável e economicamente viável.

Para estimar ou projetar o crescimento e a produção são empregados modelos, que podem ser de em nível de povoamentos (MNP), de distribuição de diâmetros (MDD) e de árvores individuais (MAI) (Daniels e Burkhardt, 1988). Com esses modelos é possível fazer prognose da produção a partir de características mensuráveis dos povoamentos florestais.

Os modelos de distribuição de diâmetros são utilizados para determinar o número de árvores por hectare por classe de diâmetro e, posteriormente, com a aplicação de equações volumétricas estimam a produção por classe de *dap*. Esses modelos demonstram de maneira mais detalhada os multiprodutos da madeira além de possibilitar a simulação de desbastes. Os MDD estão associados a uma função densidade probabilidade (*f.d.p*), que são funções probabilísticas que determinam a chance que uma variável pode assumir ao longo de um espaço de valores (Jonhson, 1970).

As funções densidade probabilidade são classificadas quanto aos picos de frequência (modais ou multimodais), simetria, flexibilidade da curvatura, e no número de variáveis aleatórias aplicadas na função. (Guimarães, 2002).

A aplicação das funções densidade probabilidade em conjunto aos modelos de distribuição de diâmetros define a probabilidade da variável número de árvores está associada a uma determinada classe de diâmetro. A escolha da função reflete na precisão e na flexibilidade do modelo ao banco de dados (Harfley et al, 1977).

A função densidade probabilidade Weibull tem sido a mais utilizada no setor florestal, incluindo em sistemas agroflorestais (Lopes, 2007), pela sua alta capacidade de descrever variados tipos de distribuição diamétrica (Bailey e Dell, 1973), pela facilidade de ajuste e boa correlação dos seus parâmetros com atributos de povoamentos florestais (Nogueira, 2006), demonstrando superioridade em relação a outras funções probabilísticas, como a Sb Johnson (Hafley e Schreuder, 1977).

A função hiperbólica foi proposta por Guimarães (2002) tem maior variação do ponto de inflexão da curva, cujo ponto de inflexão pode variar de zero ($\gamma = 1$) até o limite superior $I = \tanh(1) = 0,76$ sendo, portanto, mais flexível que a função Weibull, cujo ponto de inflexão pode variar de zero a $(1 - 1/e) = 0,63$. Estudo feito por Binoti et al. (2011) compararam a função Hiperbólica de três e quatro parâmetros com a função Weibull com o mesmo número de parâmetros. A primeira mostrou ser mais eficiente para estimar a distribuição diamétrica nos povoamentos de *Tectona grandis* desbastados em estudo.

Leite et al. (2010) mostraram a superioridade da função hiperbólica sobre a Weibull para a descrição da distribuição diamétrica de povoamentos eucalipto. Binoti et al. (2012) também demonstraram em sistemas agrossilvipastoris. Leite et al. (2013) demonstrou aplicabilidade da função hiperbólica em modelos de predição e de projeção da distribuição de diâmetros.

O atual estudo se justifica pela carência na área florestal de modelos de distribuição de diâmetros ajustados com parâmetros da função hiperbólica, demonstrar sua potencialidade para descrição da distribuição diamétrica em povoamento de *Tectona grandis* submetidos a desbastes e incentivar seu uso na ciência florestal nos campos acadêmicos e práticos.

2 - REVISÃO DE LITERATURA

2.1 - *Tectona grandis*

A Teca (*Tectona grandis* Linn. f.) é uma espécie arbórea decídua de floresta asiática tropical que apresenta alto interesse comercial devido a sua fácil usinagem, facilidade de secagem, com rachaduras e empenos mínimos e alta resistência a cupins e brocas marinhas (Moura, 2007). Sua madeira apresenta alta demanda internacional devido à beleza, estabilidade, durabilidade e resistência. A madeira de teca é usada na construção naval, confecção de móveis, estruturas, pisos, chapas, painéis, postes e dormentes (Moura et al, 2007; Figueiredo et al, 2005). Para garantir a qualidade da madeira é necessário manejo específico, com aplicações de desrama e desbastes seletivos (Campos e Leite, 2013).

Para elaborar um plano de manejo visando maximização da produção de madeira para serraria de teca é importante modelar a forma das árvores e sua distribuição por classe de diâmetro. A forma do fuste das árvores é modelada pelo emprego de modelos de Taper de afilamento do fuste (Leite et al., 2011). Essa modelagem pode ser feita inclusive para o cerne. Além dos usuais modelos de Taper, podem ser empregadas técnicas de inteligência computacional (Leite et al, 2010). Por outro lado, as distribuições de frequência por classe de diâmetro são modeladas empregando modelos de distribuição de diâmetros (MDD) (Campos e Leite, 2013).

Um modelo de distribuição de diâmetros estima o número de árvores por classe de diâmetro em idades presente e futura, que pode ser transformado em produção volumétrica por hectare, por classe de diâmetro (Leite, 1990). Com isto, é possível determinar e simular regimes de desbaste nos povoamentos (Bukhart et al, 1981).

Os MDD são construídos utilizando dados de inventário oriundos das parcelas permanentes. A construção inicia-se com a averiguação e testes das funções densidade probabilidade. Deve-se selecionar a *f.d.p* que melhor se ajuste aos dados e que seus parâmetros sejam mais correlacionados com as variáveis referentes ao povoamento, como idade e *dap*.

Diversas funções de densidade probabilidade são utilizadas na área florestal, dentre elas destacam-se a função Exponencial, Normal, Lognormal, Beta, S_b Johnson e Weibull (Bailey, 1980). A função Weibull é intensamente utilizada, em conjunto com as funções beta e S_b Johnson, sendo que a primeira apresenta superioridade sobre as outras duas, devido a maior flexibilidade e facilidade de ajustes (Guimarães, 1994).

Nogueira, et al. 2005 propuseram um modelo de distribuição diamétrica para plantios de Teca submetidos a desbaste empregando a função Weibull de dois parâmetros. Leite et al. 2006, também utilizou essa função comprovando sua eficiência para modelar distribuições diamétrica.

Em 2002, Guimarães propôs uma nova função de densidade probabilidade (*f.d.p*), a função hiperbólica. Essa *f.d.p* é mais flexível que a *f.d.p* Weibull. A função hiperbólica com três e quatro parâmetros foi utilizada por Binoti et al (2011). Esses autores demonstraram que a *f.d.p* Hiperbólica é mais flexível que a Weibull para dados de povoamentos de teca submetidos a desbastes.

Os sistemas de equações que compõem os modelos de distribuição de diâmetros na maioria das vezes foram construídos utilizando a *f.d.p* Weibull, e são úteis para determinar rendimento dos múltiplos produtos da madeira na idade da rotação adotada por alguma empresa (Miguel et al, 2010). Esses sistemas também são utilizados para gerar equações de altura média para classes de diâmetros (Jorge et al, 1990).

Em alguns casos o mesmo sistema de equações empregado para estimar parâmetros de forma e escala das funções Weibull servem também estimar outras funções como a Hiperbólica (Nogueira, 2005).

Para que seja possível simular desbastes seletivos de modo eficiente, os modelos de distribuição de diâmetros devem ser de projeção e não de predição (Campos e Leite, 2013). Os modelos de projeção correlacionam estatisticamente os parâmetros da função numa idade posterior com os parâmetros da idade anterior. Após a realização de um desbaste projeta-se a distribuição diamétrica futura a partir dos diâmetros remanescentes.

Exemplos de modelo de projeção da distribuição de diâmetros são encontrados em Soares (2006) que compara modelos de distribuição diamétrica usuais com modelos de distribuição diamétrica do passo invariante ajustando a função Weibull. Outros exemplos de modelos de distribuição de diâmetros (MMD) são encontrados em Lopes (2007) para Sistemas Agroflorestais.

3 – OBJETIVOS

Avaliar diferentes parametrizações da função densidade probabilidade hiperbólica para construir Modelos de Distribuições de Diâmetros para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbastes.

4 - MATERIAL E MÉTODOS

4.1 - Dados

Os dados utilizados neste estudo são provenientes de 89 parcelas permanentes retangulares de 490 m² de área, instaladas e medidas em plantios de *Tectona grandis*, no Estado do Mato Grosso, no espaçamento inicial de 3 x 2 metros.

As parcelas foram medidas nas idades de 3 a 14 anos. Em cada parcela e idade foram medidos os diâmetros a 1,30 m de altura (*dap*) de todas as árvores e a altura total de alguns anos. As demais alturas foram estimadas por regressão, conforme Campos e Leite (2013). Um primeiro desbaste foi aplicado aos 7 anos de idade aproximadamente e um segundo cerca de 9 anos de idade, com redução sistemática de 36% das árvores, em média. Esses dados foram agrupados por classe de diâmetros com amplitude de 1 cm, para cada parcela e idade.

4.2 - Descrições das Funções

A *fdp* da função hiperbólica de três parâmetros (3P) é definida por (Guimarães, 2002):

$$f(x) = \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{X - \alpha}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{X - \alpha}{\beta} \right)^\gamma \right)^2 \right) \right\} \quad \text{Eq. 1}$$

Em que, α o parâmetro de locação, β parâmetro de escala ($\beta > 0$), γ é o parâmetro de forma ($\gamma > 0$), e x é o centro de classe de diâmetro ($x > 0$). A supressão do parâmetro de locação da função caracteriza a função hiperbólica de dois parâmetros (2P), descrita por Guimarães (2002):

$$f(x) = \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^\gamma \right)^2 \right) \right\} \quad \text{Eq. 2}$$

O parâmetro de locação pode ser substituído pelo diâmetro mínimo do povoamento ($\alpha = d_{min}$), sendo ajustada da seguinte forma:

$$f(x) = \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x - d_{min}}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{x - d_{min}}{\beta} \right)^\gamma \right)^2 \right) \right\} \quad \text{Eq. 3}$$

A função hiperbólica pode ser truncada a direita em função do diâmetro máximo do povoamento, sendo descrita da seguinte forma:

$$f(x) = \left\{ \frac{\frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right)^\gamma \right)^2 \right)}{\tanh \left(\left(\frac{T - \alpha}{\beta} \right)^\gamma \right)} \right\} \quad \text{Eq. 4}$$

4.3 - Avaliação dos ajustes

A aderência foi testada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov (KS). Conforme (Gibbons e Subhabrata, 1992) a estatística do teste (dn) é dada pela maior divergência entre a frequência acumulada estimada, com a observada. O teste foi aplicado a cada ajuste com nível de significância 1%. A avaliação dos ajustes foi realizada pela análise gráfica dos resíduos e pela soma de quadrados dos desvios (SQD) ($SQD = \sum_1^n (Y - \hat{Y})^2$), bem como a comparação gráfica entre valores observados e estimados. Os ajustes das funções foram feitos no software FitFD (Binoti et. al.; 2012).

4.4 - Modelos de distribuição diamétrica

A prognose dos diâmetros por classe foi feita correlacionando os parâmetros da função com características do povoamento. Conforme Nogueira et. al., (2005), considerou-se como variáveis dependentes os parâmetros da função hiperbólica em uma idade futura e, como variáveis independentes, os parâmetros dessa mesma função em uma idade atual e as características do povoamento nas idades atual e futura. As características do povoamento foram: idade, diâmetro máximo, diâmetro mínimo e número de árvores por hectare. Os ajustes foram feitos no programa Statistica 10.0 (StatSoft, INC, 2013). O sistema 2 proposto por Nogueira 2005:

$$d \min_2 = d \min_1 e^{-\theta_1(I_2^{\theta_2} - I_1^{\theta_2})}$$

$$Ln_2 = Ln_1 e^{-\theta_3(I_2^{\theta_4} - I_1^{\theta_4})}$$

$$d \max_2 = d \max_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \theta_5 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \beta_1$$

$$N_2 = N_1 e^{-\theta_7(I_2^{\theta_8} - I_1^{\theta_8})}$$

► Antes do desbaste

$$N_2 = N_1$$

► Depois do desbaste

Em que:

I_1 e I_2 = Idade atual e futura, em meses;

γ_1 e γ_2 = parâmetros de forma da função Hiperbólica nas idades I_1 e I_2 ;

β_1 e β_2 = parâmetros de escala da função Hiperbólica nas idades I_1 e I_2 ;

$dmax_1$ e $dmax_2$ = diâmetros máximos nas idades I_1 e I_2 , em cm;

$dmin_1$ e $dmin_2$ = diâmetros mínimos nas idades I_1 e I_2 , em cm; e

N_1 e N_2 = número de árvores por hectare nas idades I_1 e I_2 .

4.5 - Avaliação da redistribuição teórica

Conforme Nogueira (2005) a prognose dos diâmetros foi avaliada pela capacidade do sistema de equações em projetar características do povoamento e os parâmetros da função, assegurando um realismo biológico do modelo. O ajuste do sistema foi avaliado pelo coeficiente de correlação entre os valores das variáveis dependentes e seus respectivos valores estimados pelos modelos, avaliação visual dos gráficos com os diâmetros observados e projetados, por gráficos de resíduos e por estimadores de exatidão como RSME (raiz quadrada do erro médio), bias e bias% (Siipilehto, 2000), em que:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-1}}$$

$$bias = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)$$

$$bias\% = 100 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{(Y_i - \hat{Y}_i)}{Y_i} \right]$$

Y_i e \hat{Y}_i = valores observado e estimado da variável sob análise;

n = número de casos.

4.6 – Simulação de desbaste:

A intensidade do desbaste na simulação foi definida em 30% de remoção do número de árvores por classe de diâmetro, da área basal e do volume quando havia dados de altura disponíveis na idade de medição. A primeira simulação foi na idade do primeiro desbaste do povoamento, aos sete anos e, a segunda simulação na idade do segundo desbaste do povoamento.

A projeção da distribuição diamétrica antes do primeiro desbaste foi feita a partir da distribuição diamétrica na idade inicial do povoamento, aos três anos, e após a realização do primeiro desbaste a projeção da distribuição diamétrica foi feita a partir dos diâmetros remanescentes do primeiro.

Para o cálculo de volume por classe de diâmetro foi necessário fazer o ajuste de equações complementares de altura total, altura dominante e de uma equação volumétrica, que foram:

$$\text{LnHd} = \theta_0 + \theta_1(\text{Idap})^{-1};$$

$$\text{LnHt} = \theta_2 + \theta_3\text{dap}^{-1} + \theta_4\text{LnHd};$$

$$\text{LnV} = \theta_5 + \theta_6\text{dap} + \theta_7\text{LnHt}.$$

em que:

Hd = Altura dominante, em metros;

I = Idade, em anos;

Ht = Altura total, em metros;

V = Volume, em m³;

dap = Diâmetro na altura de 1,30 m;

Ln = logaritmo neperiano;

θ_i = Parâmetros dos modelos com $i = 0 \dots 7$.

5 – RESULTADOS

Todos os ajustes para os quatro tipos da função Hiperbólica resultaram em aderência pelo teste de Kolmogorov – Smirnov ($P > 0,01$), a 1% de significância. As distribuições estimadas para cada parcela e idade foram comparadas com as observadas, sendo escolhida uma parcela ao acaso na idade inicial de três anos, após o 1º desbaste aos sete anos e após o segundo desbaste aos nove meses. Os gráficos do ajuste apresentados nas Figuras 1 a 3:

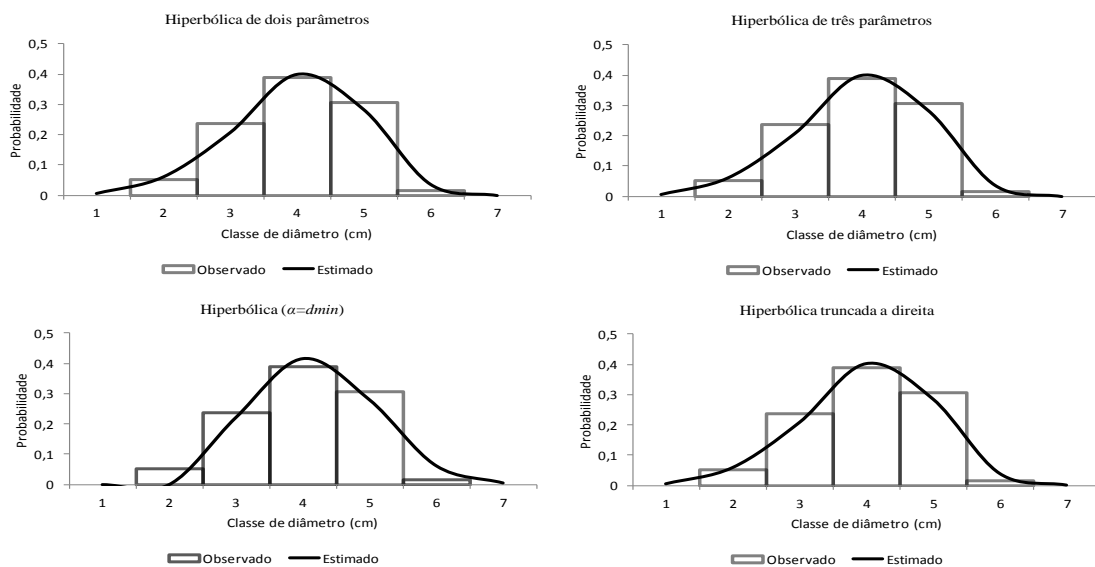


FIGURA 1 – Frequências observadas e estimadas para os quatro tipos da função Hiperbólica para uma parcela selecionada ao acaso na idade inicial de 3 anos, em um povoamento de *Tectona grandis*.

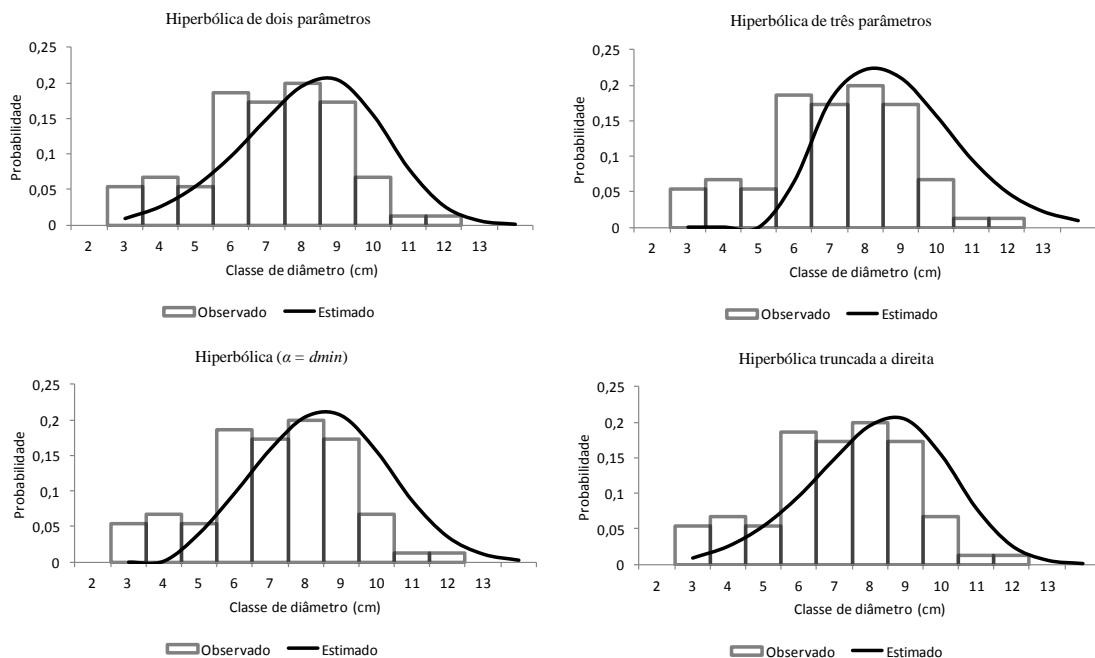


FIGURA 2 – Frequências observadas e estimadas para os quatro tipos da função Hiperbólica para uma parcela selecionada ao acaso na idade de 7 anos, após o primeiro desbaste em um povoamento de *Tectona grandis*.

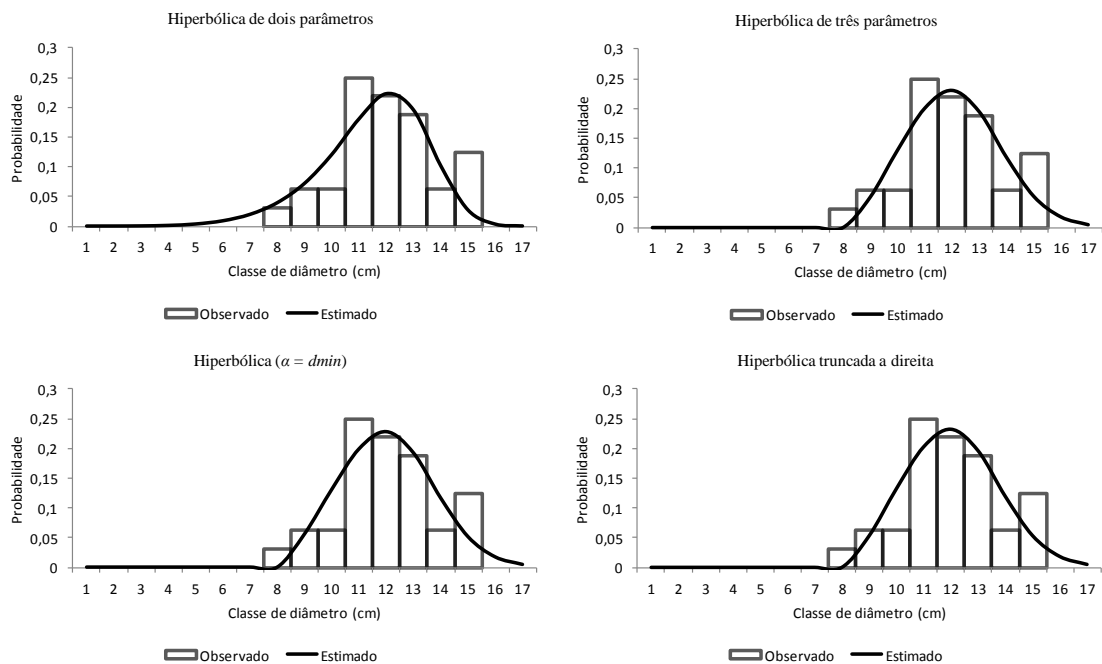


FIGURA 3 – Frequências observadas e estimadas para os quatro tipos da função Hiperbólica para uma parcela selecionada ao acaso na idade de 9 anos, após o segundo desbaste em um povoamento de *Tectona grandis*.

Para a prognose dos diâmetros por classe foi utilizado o Sistema 2 proposto por Nogueira et al (2005). No presente estudo, o sistema foi composto por modelos estatísticos que correlacionam os parâmetros da função Hiperbólica em uma idade futura com os parâmetros em uma idade atual e com características do povoamento em uma idade atual e futura. As equações foram analisadas pelos coeficientes de correlação ($R_{\hat{y}y}$) para as equações não-lineares e pela análise gráfica dos resíduos.

O ajuste do sistema considerando a função hiperbólica de dois parâmetros correlacionados com atributos do povoamento em uma idade atual e futura resultou em:

$$\begin{aligned}
 d \min_2 &= d \min_1 e^{(-10,14477)(I_2^{-0,30638} - I_1^{-0,30638})} & R_{\hat{y}y} &= 97,1 \\
 Ln\gamma_2 &= Ln\gamma_1 e^{(-25,30970)(I_2^{0,00155} - I_1^{0,00155})} & R_{\hat{y}y} &= 66,0 \\
 d \max_2 &= d \max_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 2,001527 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \beta_1 & R_{\hat{y}y} &= 96,2 \\
 \beta_2 &= \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 1,389327 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) d \max_2 & R_{\hat{y}y} &= 99,3 \\
 N_2 &= N_1 e^{(-3,633137)(I_2^{0,128572} - I_1^{0,128572})} & R_{\hat{y}y} &= 86,4
 \end{aligned}$$

Quando ajustado para a função hiperbólica de três parâmetros obteve-se:

$$\begin{aligned}
 d \min_2 &= d \min_1 e^{(-10,14477)(I_2^{-0,30638} - I_1^{-0,30638})} & R_{\hat{y}y} &= 97,1 \\
 Ln\gamma_2 &= Ln\gamma_1 e^{(-0,031233)(I_2^{0,89002} - I_1^{0,89002})} & R_{\hat{y}y} &= 38,2 \\
 d \max_2 &= d \max_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 3,66331 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \beta_1 & R_{\hat{y}y} &= 94,0 \\
 \beta_2 &= \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 0,518167 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) d \max_2 & R_{\hat{y}y} &= 37,9 \\
 N_2 &= N_1 e^{(-3,633137)(I_2^{0,128572} - I_1^{0,128572})} & R_{\hat{y}y} &= 86,4
 \end{aligned}$$

O mesmo sistema, ajustado para os parâmetros da função hiperbólica truncada a direita resultou nas seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 d \min_2 &= d \min_1 e^{-(10,14477)\left(I_2^{-0,30638} - I_1^{-0,30638}\right)} & R_{\hat{y}y} &= 97,1 \\
 Ln\gamma_2 &= Ln\gamma_1 e^{-(0,003939)\left(I_2^{1,254381} - I_1^{1,254381}\right)} & R_{\hat{y}y} &= 38,8 \\
 d \max_2 &= d \max_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 23,07523 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \beta_1 & R_{\hat{y}y} &= 94,4 \\
 \beta_2 &= \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 0,634266 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) d \max_2 & R_{\hat{y}y} &= 34,6 \\
 N_2 &= N_1 e^{-(3,633137)\left(I_2^{0,128572} - I_1^{0,128572}\right)} & R_{\hat{y}y} &= 86,4
 \end{aligned}$$

Finalmente, quando ajustada para a função hiperbólica com $\alpha = dmin$ o sistema 2 proposto pro Nogueira et al (2005) resultou em:

$$\begin{aligned}
 d \min_2 &= d \min_1 e^{-(10,14477)\left(I_2^{-0,30638} - I_1^{-0,30638}\right)} & R_{\hat{y}y} &= 97,1 \\
 Ln\gamma_2 &= Ln\gamma_1 e^{-(0,05612)\left(I_2^{0,728523} - I_1^{0,728523}\right)} & R_{\hat{y}y} &= 54,1 \\
 d \max_2 &= d \max_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 4,93993 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \beta_1 & R_{\hat{y}y} &= 96,0 \\
 \beta_2 &= \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 0,32559 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) d \max_2 & R_{\hat{y}y} &= 38,0 \\
 N_2 &= N_1 e^{-(3,633137)\left(I_2^{0,128572} - I_1^{0,128572}\right)} & R_{\hat{y}y} &= 86,4
 \end{aligned}$$

Em todos os sistemas:

I_1 e I_2 = Idade atual e futura, em meses;

γ_1 e γ_2 = parâmetros de forma da função Hiperbólica nas idades I_1 e I_2 ;

β_1 e β_2 = parâmetros de escala da função Hiperbólica nas idades I_1 e I_2 ;

$dmax_1$ e $dmax_2$ = diâmetros máximos nas idades I_1 e I_2 , em cm;

$dmin_1$ e $dmin_2$ = diâmetros mínimos nas idades I_1 e I_2 , em cm; e

N_1 e N_2 = número de árvores por hectare nas idades I_1 e I_2 .

De acordo com os resultados dos ajustes dos modelos, para os quatro tipos de funções hiperbólicas, a hiperbólica de dois parâmetros resultou em melhor ajuste com base nos coeficientes de correlação de cada equação ajustada. Esse melhor resultado foi ratificado com a análise de gráficos de dispersão entres os parâmetros da função e atributos do povoamento, análises gráficas de resíduos e estatísticas para avaliar a exatidão das equações do modelo de distribuição diamétrica.

A relação entre as variáveis independentes e dependentes em uma idade atual e em uma idade futura das equações que compõem o sistema de equações são apresentadas na (Figura 4). Pode-se constatar uma boa correlação entre as variáveis, na maior parte delas. As estimativas dos coeficientes de correlação indicam que a qualidade do ajuste foi satisfatória quando comparado a resultados observados na literatura.

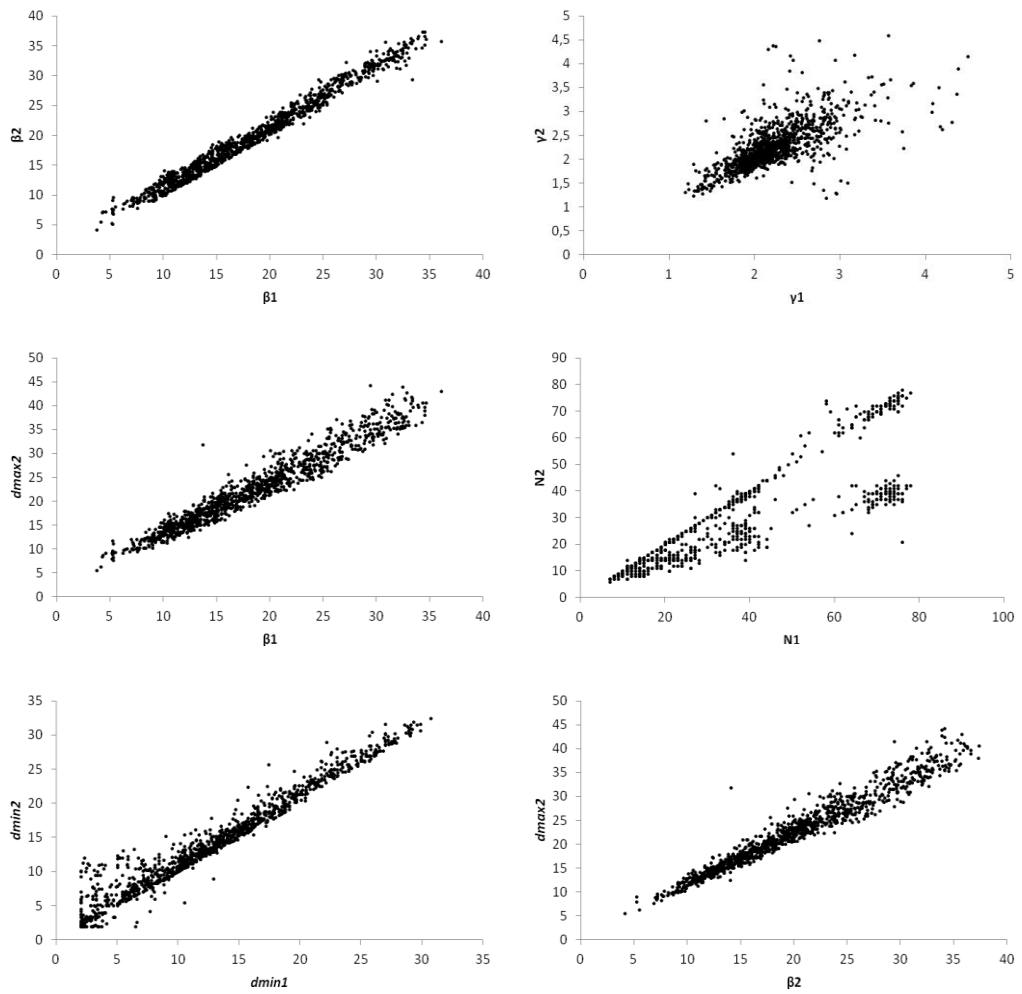


FIGURA 4 – Relações entre os parâmetros da função Hiperbólica e das características do povoamento de *Tectona grandis* que compõem as variáveis dependentes e independentes do sistema de projeção por classe de diâmetro.

Por meio da análise gráfica dos resíduos (Figura 5) verifica-se que as estimativas foram precisas para as variáveis dependentes do sistema de equações e estimativas de β e γ consistentes para a função Hiperbólica de dois parâmetros. Na maior parte dos casos houve uma tendência à normalidade. Para o atributo do povoamento número de árvores por hectare (*N recuperado*) ocorreu uma superestimação indicando a necessidade de acrescentar novas variáveis a equação como, por exemplo, o índice de local.

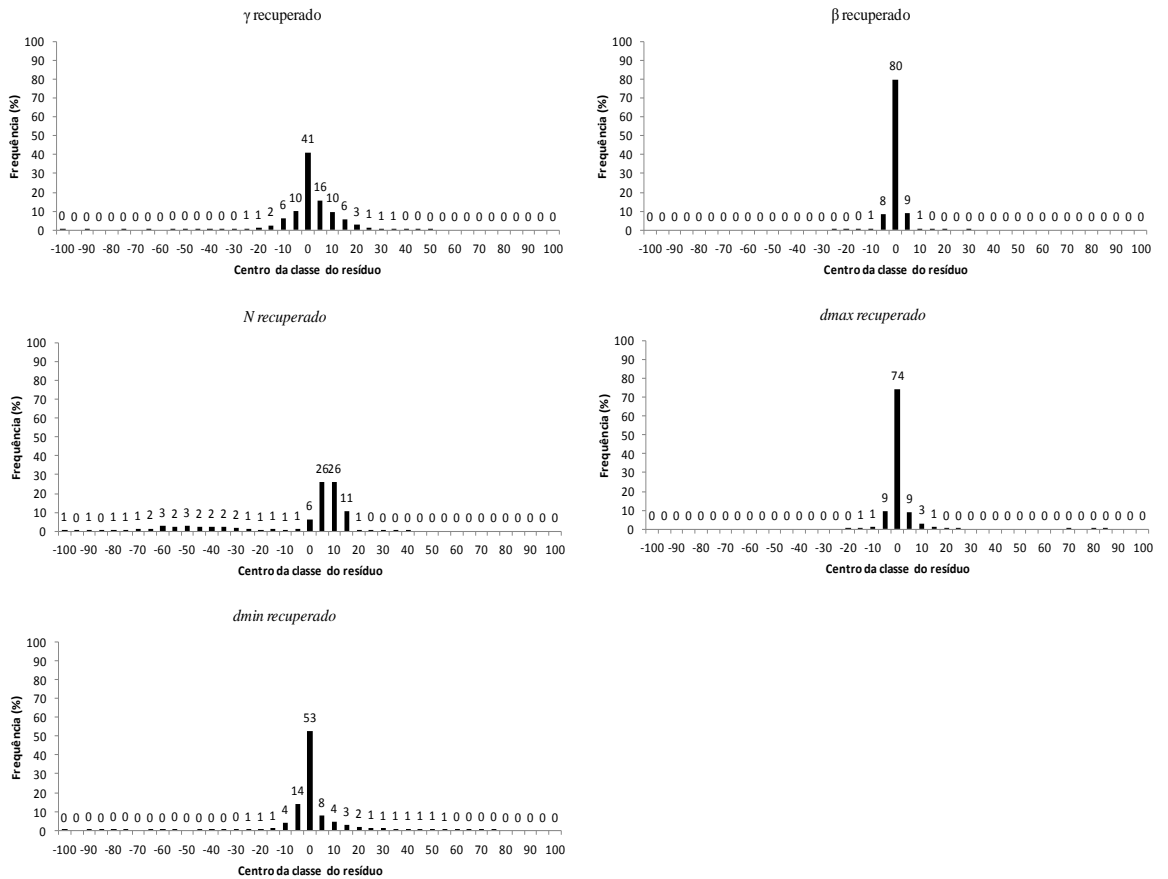


FIGURA 5 – Análise gráfica dos resíduos para cada variável dependente nas equações que compõem o sistema de projeção por classe de diâmetro para um povoamento de *Tectona grandis* desbastado.

A seguir são apresentadas as estatísticas utilizadas para avaliar a exatidão das equações do modelo de distribuição de diâmetros ajustado para a função hiperbólica de dois parâmetros:

QUADRO 1 – Modelo de projeção e seus estimadores de exatidão dos ajustes

Modelo de Projeção:	<i>RMSE</i>	<i>Bias</i>	<i>Bias%</i>
$d \min_2 = d \min_1 e^{(-10,14477)(I_2^{-0,30638} - I_1^{-0,30638})}$	1,7174	0,3698	1,2395
$Ln\gamma_2 = Ln\gamma_1 e^{(-25,30970)(I_2^{0,00155} - I_1^{0,00155})}$	0,3566	0,0594	1,4646
$d \max_2 = d \max_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 2,001527 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \beta_1$	1,3639	0,0354	0,1680
$\beta_2 = \beta_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 1,389327 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) d \max_2$	0,8188	0,1003	0,2187
$N_2 = N_1 e^{(-3,633137)(I_2^{0,128572} - I_1^{0,128572})}$	195,2338	-15,5224	-7,7195

Quanto menor o RMSE, melhor a precisão da estimativa (Mehtatalo et al., 2006). Em todas as equações do sistema os valores de RMSE foram relativamente baixos e similares a estimativas encontradas em outros estudos, como em Binoti 2013 para a função Weibull. Os valores *bias* e *bias%* podem ser considerados desprezíveis em todos os casos, não havendo superestimação ou subestimação significativa.

Tendo com *input* no modelo de distribuição diamétrica os dados dos atributos do povoamento e dos parâmetros da função na idade inicial foi possível realizar projeções para a idade do primeiro desbaste, após o primeiro desbaste para a idade do segundo desbaste, e após o segundo desbaste projetar para a idade final. As idades dos desbastes foram aos 7 e 9 anos respectivamente, e a idade final considerada foi aos 14 anos [I_1 para I_2 , I_2 para I_3 , ..., I_{n-1} para I_n] (Quadro 2).

QUADRO 2 – Estimativas obtidas por meio do modelo de distribuição de diâmetros e do ajuste da função Hiperbólica em um povoamento de *Tectona grandis*

I_1^*	I_2^{**}	$dmin_1$	$dmin_2$	$dmax_1$	$dmax_2$	β_1	β_2	γ_1	γ_2	N_1	N_2
3	7	2,00	4,47	13,70	27,75	10,3079	25,0262	3,9447	3,7662	2065	1051
7	9	2,80	3,40	25,90	29,97	19,0259	24,2510	2,9792	2,9473	1746	1417
9	14	3,40	4,80	30,70	44,56	23,3539	37,9902	3,0205	2,9576	1564	1022

* Valores observados na idade atual **Valores projetados para idade futura

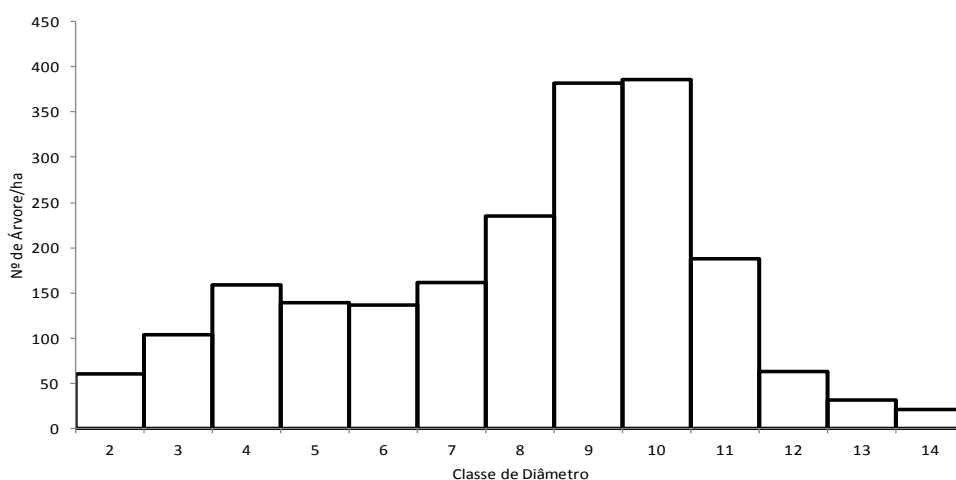


FIGURA 6 - Gráfico da distribuição dos diâmetros na idade inicial de 3 anos, antes do primeiro desbaste em um povoamento de *Tectona grandis*.

A distribuição diamétrica na idade inicial de 3 anos do povoamento de teca está demonstrada na Figura 6. Nota-se que há uma distribuição normal do número de árvores por classe diâmetro antes da aplicação dos desbastes seletivos.

As distribuições dos diâmetros do povoamento projetadas e observadas a partir da idade inicial e da idade de cada desbaste, aplicando o modelo de distribuição diamétrica são observadas na Figura 7. Os gráficos desta figura permitem concluir que os intervalos de classes de diâmetros projetadas com o uso do modelo de distribuição diamétrica (Sistema 2) para as três idades (3, 7 e 14 anos), praticamente coincidem com os intervalos de classes de diâmetros reais observados nessas respectivas idades.

Observa-se também uma tendência do comportamento natural de distribuição de diâmetros, com menor número de árvores nas classes de *dap* das extremidades e evidente incremento de árvores em classes de *dap* superiores, ao longo do período de tempo, com deslocamento da curva para direita.

Como o desbaste realizado no povoamento foi o sistemático com eliminação de fileiras resultou em um maior número de árvores nas classes de menor *dap* aos 14 anos, o que prova que esse tipo de desbaste pode ocasionar a remoção de árvores tecnicamente adequadas e manter árvores tecnicamente inadequadas para o objetivo de plantio.

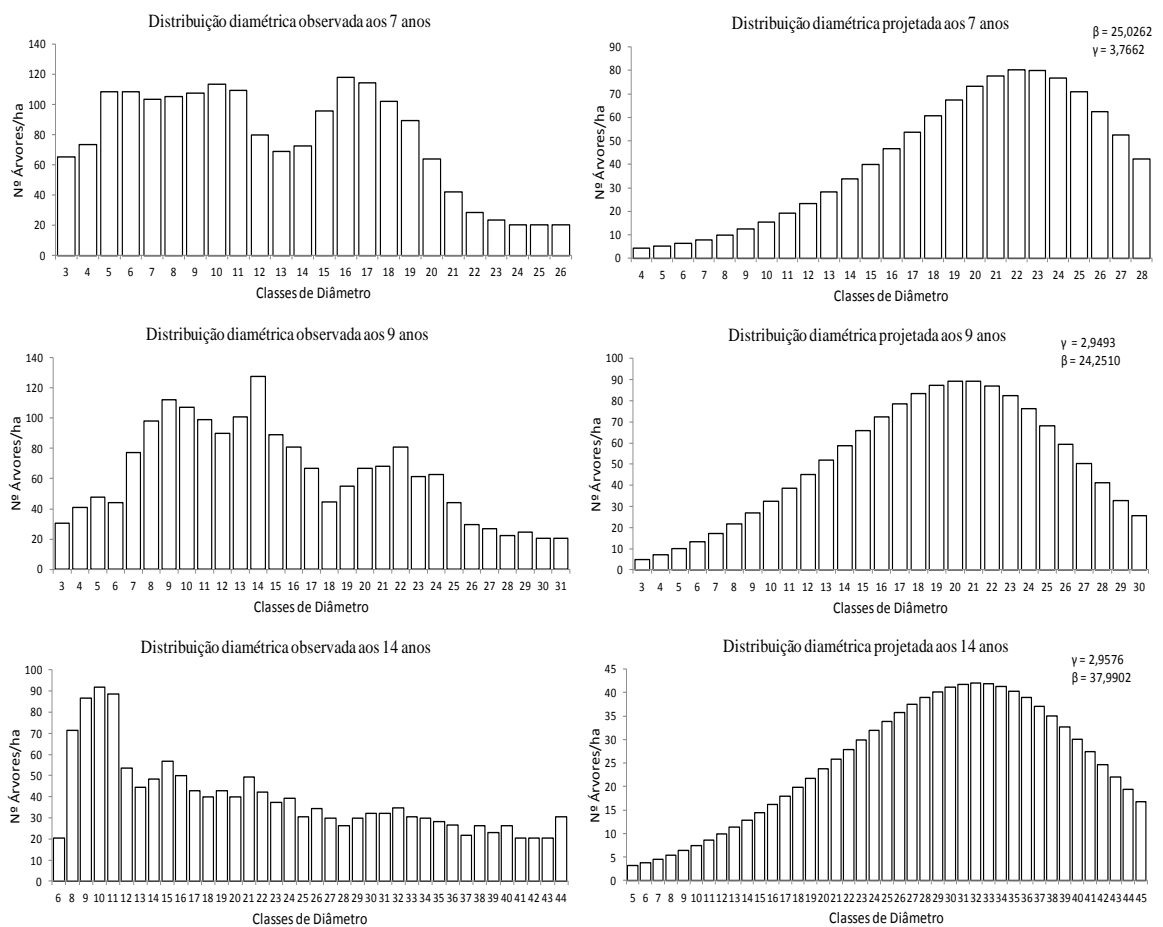


FIGURA 7 – Distribuição de diâmetros por classe de *dap* observada e a distribuição de diâmetros projetada pelo modelo de distribuição diamétrica e ajuste da função Hiperbólica nas três idades de referência de 7, 9 e 14 anos, do povoamento de *Tectona grandis*.

Um dos objetivos dos modelos de distribuição diamétrica é permitir a simulação de desbastes e o uso da madeira para multiprodutos. Foram simulados dois desbastes seletivos removendo árvores a partir das classes de diâmetros inferiores. As idades consideradas foram as mesmas dos desbastes realizados em campo, aos 3 e 7 anos, e uma intensidade de desbaste definida de 30% para ambos. A simulação do segundo desbaste é feita com o remanescente de árvores do primeiro.

As simulações foram realizadas utilizando a projeção da distribuição média dos diâmetros para a idade recomendada e, o número de árvores, a área basal e/ou volume removidos foram computados e somados até atingir a redução desejada.

Utilizando o modelo de projeção de distribuição de diâmetros (Sistema 2) ajustado para o povoamento de teca simulou-se um desbaste com intensidade de 30% considerando como *input* a distribuição de diâmetros observada por hectares aos 34 meses (Tabela 3), com diâmetro mínimo de 2,0 cm, um diâmetro máximo de 13,7 cm. O sistema não considera mortalidade após o desbaste ($N_2 = N_1$) uma vez que um dos objetivos dessa prática silvicultural é minimizar a chance de ocorrência de mortalidade natural das árvores.

As equações de altura e volume ajustadas complementares ao modelo para auxiliarem na simulação de desbaste:

$$\ln Hd = 3,341923 - 1033,985493 \left(\frac{1}{Idap} \right) \quad (1)$$

$$\ln Ht = 1,21338 - 6,4374dap^{-1} + 0,67354 \ln Hd \quad (2)$$

$$\ln V = -9,4995 + 1,8636dap + 0,8444 \ln Ht \quad (3)$$

em que:

Ln = Logaritmo neperiano;

dap = Classe de diâmetro

Hd = Altura dominante, em m;

Ht = Altura total, em m;

I = Idade, em anos;

V = volume comercial, em m³.

Ajustando a função Hiperbólica de dois parâmetros aos dados observados na idade inicial de 34 meses obtém-se $\beta_3 = 10,3079$ e $\gamma_3 = 3,9447$.

Aplicando o modelo de distribuição de diâmetros para as idades $I_1 = 3$ anos e $I_2 = 7$ anos, sendo $d_{min_1} = 2,0$ cm, $d_{max_1} = 13,7$ cm, $N_1 = 2065$, resulta em:

QUADRO 3 – Parâmetros da função Hiperbólica e características de um povoamento de *Tectona grandis* estimados pelo modelo de distribuição de diâmetros

I_2	d_{min_2}	N_2	γ_2	d_{max_2}	B_2
7	4,5	1051	3,7662	27,8	25,2061

Aplicando a função Hiperbólica de Dois Parâmetros com os β e γ projetados para dap de 4,5 a 27,8 obtém-se uma proporção acumulada de árvores de 0,919682. A diferença $1 - 0,919682$ foi distribuída nas classes de 4 a 28 (acrécimo de 0,003213 em cada classe), resultando em frequência acumulada igual a 1. Esses acréscimos foram necessários para completar o número total de árvores projetado para 81 meses, $N_2 = N_{81} = 1051$.

As distribuições de diâmetro total projetado, desbastada e remanescente aos 7 anos são apresentadas na Figura 8.

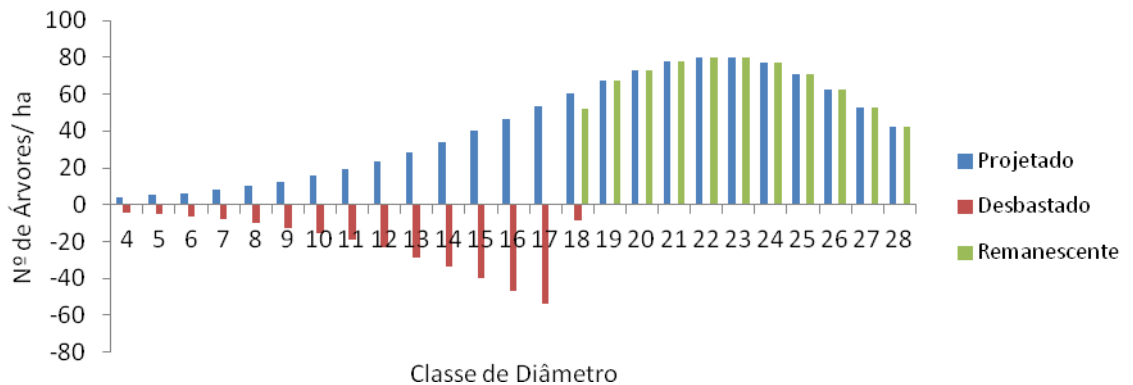


FIGURA 8 – Distribuição de diâmetros total, desbastada e remanescente aos 7 anos, assumindo um desbaste de 30% das árvores em um povoamento de *Tectona grandis*, aplicando a função hiperbólica de dois parâmetros.

A distribuição da área basal por classe de diâmetro projetada, desbastada e remanescente aos 7 anos de idade são apresentadas na Figura 9.

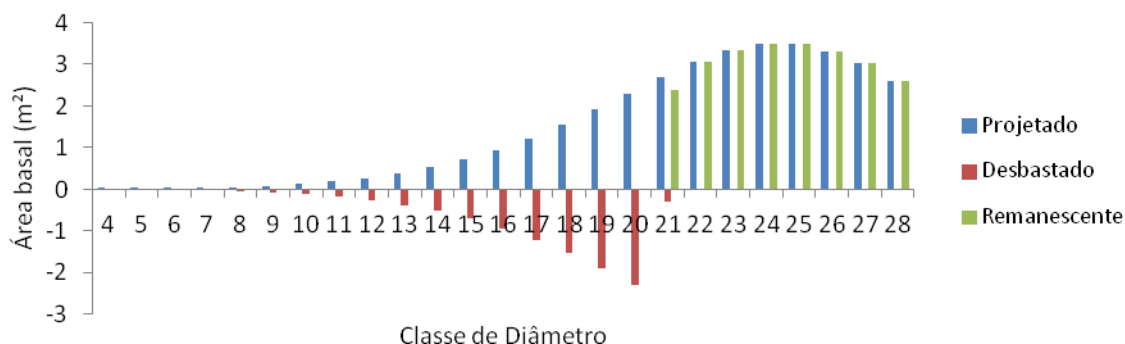


FIGURA 9 – Distribuição da área basal por classe de dap, desbastada e remanescente aos 7 anos, assumindo um desbaste de 30% das árvores em um povoamento de *Tectona grandis* aplicando a função hiperbólica de dois parâmetros.

Na idade de 7 anos não foi possível calcular a distribuição volumétrica total por classes de diâmetros já que nessa idade não possuíam dados de altura dominante provenientes do inventário florestal contínuo. As classes de dap remanescentes se diferem com o objetivo do desbaste, ou seja, se foi com a remoção feita pelo número de árvores ou a escolha feita pela área basal.

A função Hiperbólica de dois parâmetros foi então ajustada aos dados remanescentes nessa idade, sendo obtidos um $\beta_7 = 25,4829$ e $\gamma_7 = 6,1570$. O diâmetro mínimo remanescente (Quadro 4) foi igual a 18 cm (classe 18) e o diâmetro máximo de 28 cm (classe 28) que foi substituído no modelo de distribuição diamétrica (Sistem 2) e obteve-se:

QUADRO 4 - Parâmetros da função Hiperbólica e características de um povoamento de *Tectona grandis* estimados pelo modelo de distribuição de diâmetros

I_2	$dmin_2$	N_2	γ_2	$dmax_2$	B_2
9	18,0	736	6,0479	34,0	28,4504

As estimativas de $\beta_9 = 28,4504$ e $\gamma_9 = 6,0479$ foram então utilizados para estimar a distribuição diamétrica. Simulou-se um desbaste de 30% do número de árvores por classe de diâmetro projetados obtendo uma distribuição remanescente (Figura 10).

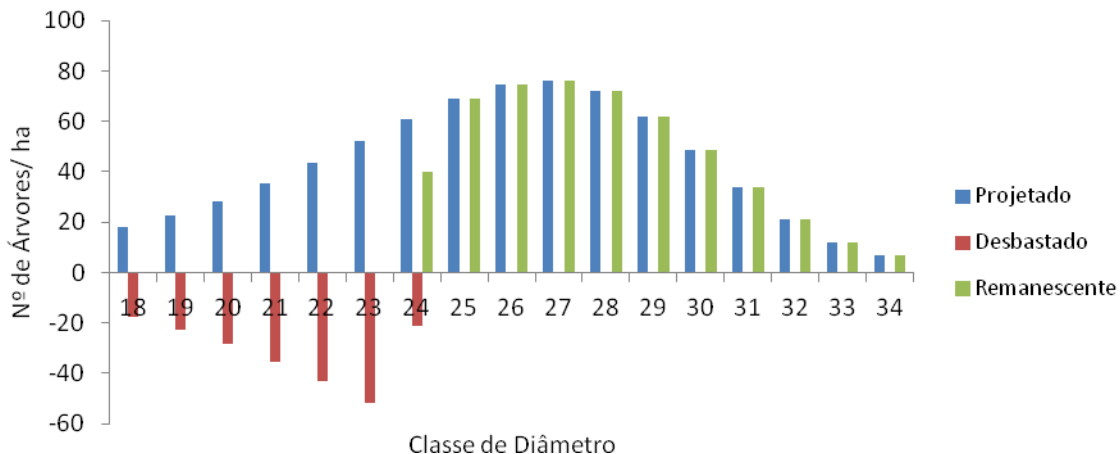


FIGURA 10 – Distribuição de diâmetros total, desbastada e remanescente aos 9 anos, assumindo um desbaste de 30% das árvores em um povoamento de *Tectona grandis* aplicando a função hiperbólica de dois parâmetros.

A distribuição da área basal por classe de diâmetro projetada, desbastada e remanescente aos 9 anos de idade são apresentadas na Figura 11.

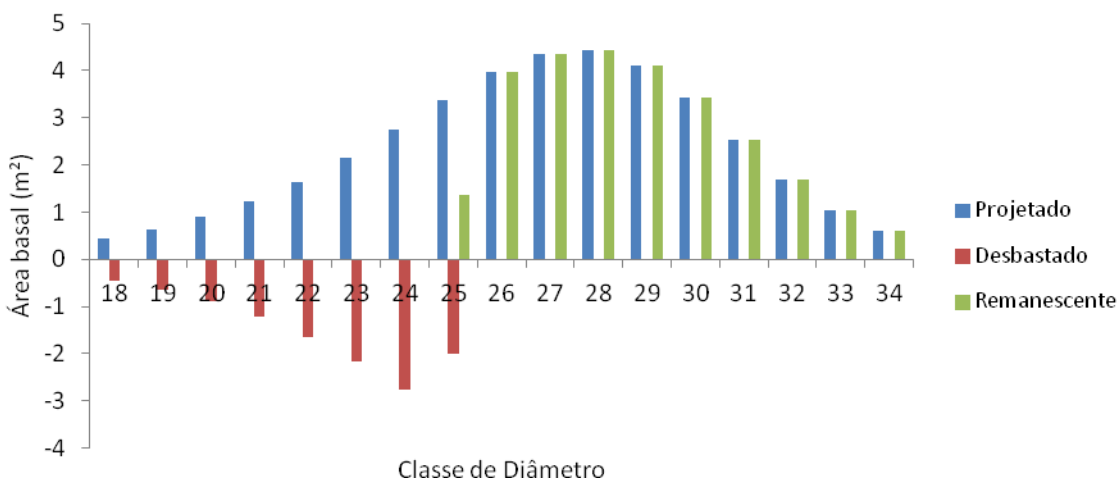


FIGURA 11 – Distribuição da área basal por classe de dap, desbastada e remanescente aos 9 anos, assumindo um desbaste de 30% em um povoamento de *Tectona grandis* aplicando a função hiperbólica de dois parâmetros.

Aos 9 anos foi possível simular um desbaste com redução de 30% do volume de madeira uma vez que o inventário florestal contínuo já possuía dados de altura dominantes, substituindo nas equações de altura dominante, altura total e volume comercial das equações (1), (2) e (3). Obteve-se um volume total projetado, desbaste e remanescente por classe de diâmetro na idade recomendada (Figura 12).

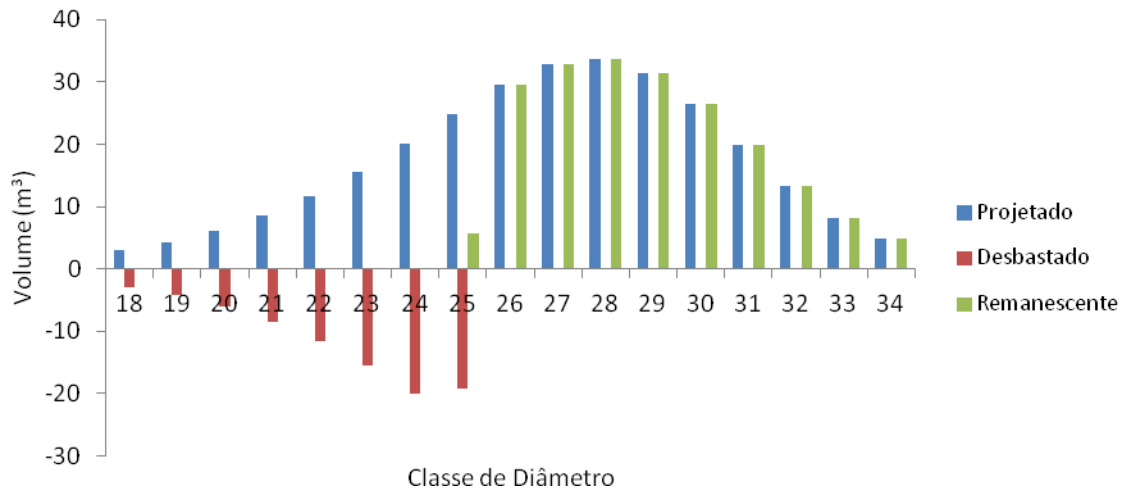


FIGURA 12 – Distribuição do volume por classe de dap, desbastado e remanescente aos 9 anos, assumindo um desbaste de 30% em um povoamento de *Tectona grandis* aplicando a função hiperbólica de dois parâmetros.

QUADRO 5 – Volume comercial (m³/ha) projetado total, desbastado e remanescente (V_t, V_d e V_r) na idade de 9 anos, assumindo desbaste de 30% do número de árvores

<i>Classe de dap</i>	<i>Hd₉</i>	<i>Ht₉</i>	<i>Vt₉</i>	<i>Vd₉</i>	<i>Vr₉</i>
18	16,3	15,4	2,94	2,94	
19	16,8	16,0	4,26	4,26	
20	17,2	16,6	6,06	6,06	
21	17,6	17,1	8,47	8,47	
22	18,0	17,6	11,59	11,59	
23	18,4	18,1	15,46	15,46	
24	18,7	18,5	20,00	20,00	
25	19,0	18,9	24,89	19,20	5,68
26	19,3	19,3	29,46		29,46
27	19,6	19,6	32,73		32,73
28	19,8	20,0	33,61		33,61
29	20,1	20,3	31,42		31,42
30	20,3	20,6	26,39		26,39
31	20,5	20,9	19,79		19,79
32	20,7	21,2	13,28		13,28
33	20,9	21,5	8,14		8,14
34	21,1	21,7	4,83		4,83
Total			293,33	88,00	205,33
% de desbaste				30	

QUADRO 6 – Frequência total, desbastada e remanescente (N_t , N_d e N_r), nas idades de 3, 7 e 9 anos, assumindo desbaste de 30% do número de árvores remanescentes aos 7 e 9 anos de idade

<i>Classe de dap</i>	N_{t_3}	N_{t_7}	N_{d_7}	N_{r_7}	N_{t_9}	N_{d_9}	N_{r_9}
4	61	4	4				
5	104	5	5				
6	159	6	6				
7	139	8	8				
8	136	10	10				
9	162	12	12				
10	235	15	15				
11	382	19	19				
12	385	23	23				
13	188	28	28				
14	62	33	33				
15	32	40	40				
16	20	46	46				
17		53	53				
18		61	13	48	18	18	
19		67		67	23	23	
20		74		74	28	28	
21		78		78	35	35	
22		81		81	43	43	
23		81		81	52	52	
24		78		78	61	21	40
25		72		72	69		69
26		63		63	75		75
27		53		53	76		76
28		42		42	72		72
29					62		62
30					48		48
31					34		34
32					21		21
33					12		12
34					7		7
Total	2065	1051	315	737	736	221	515
% de desbaste			30			30	

QUADRO 7 – Áreas basais (m²/ha) total, desbastada e remanescente (B_t, B_d e B_r), nas idades de 3, 7 e 9 anos, assumindo desbaste de 30% do número de árvores remanescentes aos 7 e 9 anos de idade

<i>Classe de dap</i>	<i>Bt₃</i>	<i>Bt₇</i>	<i>Bd₇</i>	<i>Br₇</i>	<i>Bt₉</i>	<i>Bd₉</i>	<i>Br₉</i>
4	0,08	0,01	0,01				
5	0,20	0,01	0,01				
6	0,45	0,02	0,02				
7	0,54	0,03	0,03				
8	0,68	0,05	0,05				
9	1,03	0,08	0,08				
10	1,84	0,12	0,12				
11	3,63	0,18	0,18				
12	4,36	0,26	0,26				
13	2,49	0,37	0,37				
14	0,96	0,51	0,51				
15	0,56	0,70	0,70				
16	0,41	0,93	0,93				
17		1,21	1,21				
18		1,54	1,54		0,45	0,45	
19		1,91	1,91		0,64	0,64	
20		2,31	2,31		0,89	0,89	
21		2,71	0,39	2,32	1,22	1,22	
22		3,07		3,07	1,65	1,65	
23		3,36		3,36	2,16	2,16	
24		3,52		3,52	2,76	2,76	
25		3,52		3,52	3,38	2,01	1,37
26		3,35		3,35	3,96		3,96
27		3,04		3,04	4,35		4,35
28		2,61		2,61	4,43		4,43
29					4,10		4,10
30					3,42		3,42
31					2,54		2,54
32					1,70		1,70
33					1,03		1,03
34					0,61		0,61
Total	17,24	35,41	10,62	24,79	39,30	11,79	27,51
% de desbaste			30			30	

6 – CONCLUSÃO

Para as condições dos povoamentos em que foi conduzido este estudo deve ser empregada a função hiperbólica de dois parâmetros. Além disso, o modelo de distribuição de diâmetros contendo os parâmetros da função hiperbólica permitiu a simulação de desbastes, importante da tomada de decisões no planejamento florestal.

7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bailey, R. L. **Individual tree growth derived from diameter distribution models.** Forest Science v.26, n.4, p.626-632, 1980.

Bailey, R. L.; Dell, T. R. **Quantifying diameter distributions with the Weibull function.** Forest Science. 19(2), 97-104.1973.

Binoti, D. H. B.; Binoti, M. L. M. S.; Leite, H. G.; Melido, R. C. N.; Santos, F. L. **Descrição da distribuição diamétrica de sistemas agrossilvipastoris utilizando as funções Weibull e hiperbólica.** Revista Árvore, Viçosa – MG, v.36, n.2, abril, p. 349-356, 2012.

Binoti, D. H. B.; Leite, G. L.; Guimarães, D. P.; Silva, M. L. M.; Garcia, S. L. R.; Fardin, L. P. **Eficiência das funções weibull e hiperbólica para descrição de distribuições diamétricas de povoamentos de *Tectona grandis*.** Revista Árvore, Viçosa – MG, v.35, n.2, p.299-306, 2011.

Burkhart, H. E.; Cao, Q. V.; Ware, Z. d. A; **A comparison of growth and yield prediction models for loblolly pine.** Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, School of Forestr and Wildlife Resources, 1981. 59 p. (Publ., FWS-2).

Campos, J. C. C.; Leite, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas.** 4. ed. Viçosa: UFV, 2013. 605 p.

Daniels, R.F.; Burkhart H.E. **An integrated system of forest tand models.** Forest Ecology and Management, 1988. 23: 159-177.

Figueiredo, E. O.; Oliveira, L. C. de; Barbosa, L. K. F. **Teca (*Tectona grandis* L.f.): principais perguntas do futuro empreendedor florestal**. Rio Branco: Embrapa Acre, 2005. 87 p. (Documentos, 97).

Gibbons, J. D. ;subhabrata, C. **Nonparametric statistical inference**. 3th. ed. New York: Marcel Dekker, 544p. (Statistics: textbook and monograph, v.31). 1992.

Guimarães, D. P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 1994. 160f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1994.

Guimarães, D. P. **Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade**. Planaltina: Embrapa Cerrados, 2002. 40p.

Hafley, W. L., Schreuder, H. T., **Statistical distributions for fitting diameter and height data in ever-aged stands**. Canadian Journal of Forest Research. 7 184-487. 1977.

Johnson, N. L.; Kotz, S. **Distributions in Statistics: Continuous variate distributions**. New York. 300p. 1970.

Jorge, L. A. B.; Veiga, R. A. R.; Pontinha, A. A. S. **A função Weibull no estudo de distribuições diamétricas em povoamentos de *Pinnus elliottii* na estação experimental de Itapeva**. IPEF, n.43/44, p.54-60, 1990.

Leite, H. G.; Binoti, D. H. B.; Guimarães, D. P.; Silva, M. L. M.; Garcia, S. L. R. **Avaliação do ajuste das funções Weibull e hiperbólica a dados de povoamentos de eucalipto submetidos a desbaste**. Revista. Árvore, Viçosa-MG, v.34, n.2, 2010.

Leite, H. G.; Alcântara, A. E. M.; Binoti, D. H. B.; Neto, R. R. O.; Silva, M. L. M. **Comparação entre predição e projeção da distribuição de diâmetros de povoamentos de eucalipto submetidos a desbastes**. Revista Árvore, Viçosa – MG, v. 37, n.2, p.321-328, 2013.

Leite, H. G.; Neto, R. R. O.; Monte, M. A.; Alcântara, A. E. M.; Fardin, L.; Binoti, M. L. M. S.; Castro, R. V. O. **Modelo de afilamento de cerne de *Tectona grandis* L. f.** Revista Scientia Forestalis, Piracicaba - SP, v.39, n.89, p.53-59, 2011.

Leite, H. G.; Silva, M. L. M.; Binoti, D. H. B.; Fardin, L.; Takizawa, F. H. **Estimation of inside-bark diameter and heartwood diameter *Tectona grandis* Linn. trees using artificial neural networks**. European Journal of Forest Research, 2010.

Leite, H. G.; Nogueira, G. S.; Campos, J. C. C.; Takizawa, F. H.; Rodrigues, F. L. **Um modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste**. Revista Árvore, Viçosa, Minas Gerais, v. 30, n. 1, p. 89-98, 2006.

Leite, H.G. **Ajuste de um modelo de estimação de frequência e produção por classe de diâmetro, para povoamentos de *Eucalyptus saligna* Smith**. Viçosa: UFV, 1990. 81p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, 1990.

Lopes, P. F. **Modelo de distribuição de diâmetros para clones de eucalipto em sistema agroflorestal**. 2007. 32f. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2007.

Miguel, E. P.; Machado, S. A.; Filho, A. F.; Arce, J. E. **Using the Weibull function for prognosis of yield by diameter class in *Eucalyptus urophylla* stands**. Revista Cerne, Lavras – MG, v.16, n.1, p. 94-104, 2010.

Moura, R. G. **Coleobrocas (Insecta: Coleóptera) associadas à madeira de *Tectona grandis* Linn. f (Lamiaceae)**. 2007. 57 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.

Nogueira, G. S.;Leite, H. G.;Campos, J. C. C.;Carvalho, A. F.;Souza, A. L. de. **Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de eucalyptus sp. submetidos a desbaste**. Revista. Árvore, Viçosa-MG, v.29, n.4, p.579-589, 2005. .

Siipilehto, J., 2000. **Prediction of height distributions in Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) seedling stands affected by retained tree competition**. Manuscript, Finnish Forest Research Institute, Vantaa Research Center.

Soares, T. S. **Avaliação de modelos de distribuição diamétrica em povoamentos de eucalipto não desbastados**. 2006, 69f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

StatSoft, Inc. Statistica (data analysis software system), version 10. Disponível em: <<http://www.statsoft.com>>, 2012.