

## AVALIAÇÃO DA RELAÇÃO DENSIDADE E DIÂMETRO EM POVOAMENTO DE *Pinus taeda*

### EVALUATION OF THE DENSITY-DIAMETER RELATIONSHIP IN *Pinus taeda* STAND

Paulo Sérgio Pigatto Schneider<sup>1</sup> Frederico Dimas Fleig<sup>2</sup> Paulo Renato Schneider<sup>3</sup>  
César Augusto Guimarães Finger<sup>4</sup>

#### RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido com o objetivo de estudar a eficiência dos modelos que expressam a relação de densidade e diâmetro em povoamentos de *Pinus taeda* L. manejados em densidade completa e altamente estocados. Para isso, foram ajustados os modelos de Reineke, Yoda, Zeide e Tang, que relacionam a densidade de árvores por hectare com o diâmetro médio, por meio de dados originados de cinquenta parcelas permanentes, medidas anualmente até os 18 anos, implantadas em espaçamento de 1,5x1,0 e 2,0x1,0 m e mantidas em densidade completa. Os resultados indicam que todos os modelos de densidade e diâmetro e autodesbaste apresentaram boa precisão estatística, porém o modelo de Tang foi mais eficiente que os demais na estimativa dos valores de densidade de árvores por hectare por diâmetro médio, tendo apresentado ótimo coeficiente de determinação igual a 0,99, baixo erro padrão da estimativa igual a 0,0948, baixo coeficiente de variação igual a 1,17 %, mínima tendência com valor igual a 0,0086, elevada eficiência com valor igual a 0,8976, boa distribuição dos resíduos do número de árvores por hectare em função do diâmetro médio do povoamento.

**Palavras-chave:** densidade; diâmetro; autodesbaste; *Pinus taeda*.

#### ABSTRACT

This work was developed with the purpose of studying the efficiency of the models which express the density-diameter relationship in stands of *Pinus taeda* L., handled in full and highly stocked density. For that, Reineke, Yoda, Zeide and Tang models were adjusted. Such models relate the density of trees per hectare, considering the average diameter through data originated from 50 permanent portions, measured every year until the age of 18, implanted in spacing of 1.5x1.0 and 2.0x1.0 meters and kept in full density. Results indicate that all density and diameter models and self-thinning presented good statistical precision; however, the Tang model was more efficient than the others, presenting excellent coefficient of determination (0.99), low standard error of the estimative (0.0948), low variation coefficient (1.17%), low trend (0.0086) and high efficiency (0.8976), in the estimate of the values of density of trees per hectare for medium diameter, with in good residual distribution of the number of trees per hectare in function of the average diameter of the stand.

**Keywords:** density-diameter; self-thinning; *Pinus taeda*.

#### INTRODUÇÃO

Entre as medições diretas de densidade está o número de árvores, cujo valor pode ser obtido facilmente e objetivamente e se relaciona com a idade e sítio, tanto como o grau de utilização da área, em outras palavras, o número de árvores pode variar sem afetar a densidade de ocupação de uma área, o que depende do grau de ocupação do espaço físico pela área das copas e pelo sistema radicular das árvores.

Por outro lado, a produção qualitativa e quantitativa de madeira dos povoamentos florestais está, em sua maioria, relacionada ao sítio, tratos silviculturais e, sobretudo, à densidade da população e outros fatores

1. Engenheiro Florestal, Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Cidade Universitária "Prof. Mariano da Rocha Filho", Av. Roraima, 1000, Bairro Camobi, CEP 97015-900, Santa Maria (RS). psp@mail.ufsm.br
2. Engenheiro Florestal, Dr., Professor Adjunto do Departamento de Ciências Florestais, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Cidade Universitária "Prof. Mariano da Rocha Filho", Av. Roraima, 1000, Bairro Camobi, CEP 97015-900, Santa Maria (RS). fdfleig@smail.ufsm.br
3. Engenheiro Florestal, Dr., Professor Titular do Departamento de Ciências Florestais, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Cidade Universitária "Prof. Mariano da Rocha Filho", Av. Roraima, 1000, Bairro Camobi, CEP 97015-900, Santa Maria (RS). paulors@smail.ufsm.br
4. Engenheiro Florestal, Dr., Professor Associado do Departamento de Ciências Florestais, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Cidade Universitária "Prof. Mariano da Rocha Filho", Av. Roraima, 1000, Bairro Camobi, CEP 97015-900, Santa Maria (RS). finger@smail.ufsm.br

Recebido para publicação em 21/08/2008 e aceito em 13/10/2008.

ambientais. Sobre esse aspecto, deve-se considerar que à medida que aumenta o número de árvores, aumenta a área basal significativamente, até o momento em que inicia a competição entre as árvores, sendo então, estabelecido o início da mortalidade natural na floresta e, com isso, a manutenção ou redução da área basal.

Hiley (1959) descreveu o processo de desenvolvimento de um povoamento da seguinte maneira: "À medida que as árvores de um povoamento crescem cada indivíduo necessita mais espaço, para permitir que a copa expanda-se individualmente, para alimentar o fuste, que é cada vez mais longo e grosso. A taxa de crescimento diametral será determinada pelo espaço de crescimento de que dispõe cada árvore, que competem por espaço tanto para as raízes, quanto para a copa, necessitando que esteja espaçado uniformemente sobre a superfície, cujo resultado é uma maior uniformidade da competição entre os indivíduos do povoamento".

A densidade que induz a mortalidade ou ao autodesbaste é o resultado da competição por água, luz e nutrientes entre os indivíduos da população. Por isso, como regra geral, o autodesbaste promove uma perturbação, representada pelo decréscimo exponencial da densidade, e promove o incremento do tamanho dos indivíduos remanescente no povoamento.

Para o manejo de povoamentos florestais equiâneos, em sistema de alto fuste, é de fundamental importância conhecer as inter-relações entre a densidade de árvores por hectare e o desenvolvimento do diâmetro no tempo. À medida que os povoamentos vão envelhecendo vai aumentando a mortalidade de indivíduos, que deve ser evitada através da antecipação de intervenções de desbastes, aplicadas com uma intensidade adequada, dependendo da capacidade produtiva do sítio e da velocidade de crescimento da espécie.

Existem muitos estudos sobre a relação do tamanho e o número de árvores de povoamentos, como a regra do D-máximo de Mitchell (1943) o método da percentagem da altura de Wilson (1946), a lei do autodesbaste de Yoda *et al.* (1963) e o índice de densidade de Reineke (1933), que tem sido muito estudada ao longo do tempo, para várias espécies.

De acordo com Reineke (1933), em povoamento com densidade completa a relação entre o diâmetro médio quadrático das árvores ( $d$ ) e o número de árvores por hectare ( $N$ ) é linear num escala logarítmica, sendo expresso pela função:

$$\ln(N) = \alpha - \beta \ln(d) \quad (1)$$

Reineke (1933) considera que os parâmetros da equação são independentes da idade e qualidade do sítio, sendo, por isso, essa equação é utilizada para estimar a densidade populacional como uma função do diâmetro médio. Postulou que a relação entre o número de árvores por hectare e o diâmetro médio quadrático em povoamento sem tratamento é uma linha reta, com um valor constante do coeficiente angular, igual a -1,605, para todas as espécies. Porém, em estudo realizado recentemente, por Del Rio *et al.* (2001), sobre o coeficiente angular ou taxa de autodesbaste foi constatada a variação do coeficiente angular com a espécie e muitas vezes com a idade, com valores entre -2,33 e -1,54.

Com o coeficiente angular da equação de Reineke é possível determinar o Índice de Densidade do Povoamento, IDP, sendo a expressão dada por:

$$IDP = N(t) \cdot \left[ \frac{d_g(t)}{d_o} \right]^\beta \quad (2)$$

Sendo que,  $d_o$  é o diâmetro padrão básico do povoamento, normalmente é definido como sendo igual a 25 cm,  $d_g$  é o diâmetro quadrático médio no tempo  $t$ ,  $N(t)$  é o número de árvores por hectare no tempo  $t$ ,  $\beta$  é o coeficiente angular da equação de Reineke.

O Índice de Densidade do Povoamento de Reineke (1933) corresponde à relação entre o número de árvores observadas no povoamento e o de um povoamento normal, porém, ambos com igual diâmetro médio. Em outras palavras, este é o número de árvores por unidade de área que um povoamento pode ter para alcançar um diâmetro médio fixado convencionalmente com objetivo. Porém, povoamentos da mesma espécie em habitats diferentes tendem a limites de densidade diferentes, mas a tendência será sempre semelhante. Em consequência disso, são gerados índices de densidade do povoamento, com limites paralelos, para diferentes níveis de densidade de árvores por unidade de área.

Monserud *et al.* (2005) baseando-se nas idéias de Kira *et al.* (1953), Yoda *et al.* (1963), Ando (1968), Ando *et al.* (1968) e Reineke (1933) desenvolveram a Regra da Densidade-Competição-RDC para povoamentos equiâneos, tendo considerado povoamentos de mesmo sítio e idade, porém com diferentes densidades, sendo descrita a relação entre número de árvores (N) e o diâmetro quadrático médio ( $d_g$ ) numa função hiperbólica, expressa por:

$$d_g = 1/(b_1 \cdot N + b_0) \quad (3)$$

Ando (1968) e Ando *et al.* (1968) apontam que os parâmetros são obtidos por uma função de altura dominante ( $h_{100}$ ). Assim, a Regra da Densidade-Competição que descreve o diâmetro quadrático médio ( $d_g$ ) é uma função da altura dominante ( $h_{100}$ ) e do número de árvores (N):

$$d_g = \frac{1}{a_0 h_{100}^{a_1} \cdot N + b_0 h_{100}^{b_1}} \quad (4)$$

As pesquisas subseqüentes, sobre o fechamento das copas das árvores, demonstraram que a densidade do povoamento não permanece constante, mas tende a decrescer no tempo. A densidade do povoamento e o fechamento de copa é uma conseqüência de dois processos opostos o crescimento lateral dos ramos e das raízes, o qual incrementa o fechamento, e a mortalidade de indivíduos, em decorrência da máxima competição. Por outro lado, este mecanismo assume muitos resultados distintos e diminui com a tolerância à sombra das árvores.

A variação da densidade afeta a relação entre o número de árvores e o diâmetro de copa, mas muito antes o diâmetro. Em razão dessa evidência, Laasasenaho e Koivuniemi (1990) estabeleceram uma relação entre o diâmetro de copa  $d_c$  e o número de árvores por hectare (N) que produz uma linha reta numa escala de duplo logaritmo:

$$\ln(N) = b_0 - b_1 \ln(d_c) \quad (5)$$

Como o diâmetro da base da copa é relacionado com o diâmetro à altura do peito e distância entre a base da copa e da altura do peito, e que esta distância é proporcional a altura total, Laasasenaho e Koivuniemi (1990) definiu que:

$$d_c = d^{1-mS} \quad (6)$$

Sendo que,  $d_c$  é o diâmetro da base da copa,  $d$  é o diâmetro à altura do peito,  $S$  é a distância entre  $d_c$  e  $d$ , e  $m$  é um parâmetro a ser definido.

Considerando que é difícil a obtenção do diâmetro de copa  $d_c$  então este passa a ser substituído pela altura ( $h$ ) que é obtida normalmente no inventário do povoamento. Então, pose se estabelecer uma nova relação entre o número de árvores, diâmetro e altura. Isso levou Zeide (1995) a definir a seguinte expressão:

$$\ln(N) = \alpha - \beta \ln(d_g) + \chi h \ln(d_g) \quad (7)$$

Sendo que,  $h$  é a altura total média e  $\chi$  é um novo parâmetro que representa a variação do coeficiente angular.

Del Rio *et al.* (2001) analisaram a relação do diâmetro e densidade populacional e o autodesbaste em povoamento equiâneo não-desbastado de *Pinus silvestris* L., na Espanha. A diferença da expressão do diâmetro e densidade foi ajustada e comparada pela equação de Reineke (1933), pela expressão de Zeide (1995) e pelo modelo de autodesbaste de Tang *et al.* (1994). Os resultados indicaram que o autodesbaste segue uma linha côncava com incremento do coeficiente angular com o aumento da densidade do povoamento, assumindo a assíntota diretamente na linha de densidade máxima. O coeficiente angular obtido nesta linha para povoamentos de *Pinus silvestris* é igual a -1,75.

A teoria do autodesbaste tem sido objeto de uso prático e de discussões acerca da sua eficiência por vários pesquisadores, como: Westoby (1981), West e Bourough (1983), Zeide (1985 e 1987), Sterba e Monserud (1993), Osawa e Allen (1993), Tang *et al.* (1994 e 1995), Smith e Hann (1986), Del Rio *et al.* (2001), entre outros.

Tang *et al.* (1994), estendeu a teoria do autodesbaste para povoamentos em densidade completa e subestocados. Pois foi constatado, que o autodesbaste começa antes de atingir a máxima densidade, e que a

taxa de autodesbaste incrementa com a densidade, atingindo o máximo na densidade máxima do povoamento. No modelo, a lei do autodesbaste pode ser considerada um caso especial, pois permite obter para um diâmetro, a densidade e a produção. Esse modelo de autodesbaste é expresso por:

$$\ln N(t) = \ln S_f - \frac{1}{\gamma} \ln \left[ (D(t)/d_0)^{\beta\gamma} + \delta \right] \quad (8)$$

Sendo que,  $t$  é a idade do povoamento (anos),  $\beta$  é a taxa máxima de autodesbaste sobre o povoamento de densidade completa,  $N(t)$  é a densidade do povoamento no tempo  $t$  (número de árvores por hectare),  $D(t)$  é o diâmetro médio das árvores no tempo  $t$  (cm),  $S_f$  é índice mínimo de densidade do povoamento,  $\gamma$  é o índice de autodesbaste, e  $d_0$  é o diâmetro básico padrão (25 cm).

O  $\delta$  é uma constante dependente da integração dos valores iniciais de densidade do povoamento ( $N_1$ ) e do diâmetro médio inicial ( $d_1$ ). Essa constante é obtida por meio da seguinte relação:

$$\delta = (S_f/N_1)^\gamma - (d_1/d_0)^{\beta\gamma} \quad (9)$$

Então, pode-se definir  $\delta$  como um coeficiente de deficiência de estoque do povoamento. Quando  $\delta = 0$ , tem-se a forma familiar do  $-3/2$  da lei do autodesbaste. Assim, por conveniência, para estimar a densidade dos povoamentos, a equação 8, passa a ser escrita como sendo:

$$\ln N(t) = \ln S_f - \frac{1}{\gamma} \ln \left[ (D(t)/D_0)^{\beta\gamma} + (S_f/N_1)^\gamma - (d_1/d_0)^{\beta\gamma} \right] \quad (10)$$

Todos os dados são combinados para obter o valor médio do índice de densidade máximo  $\bar{S}_f$ , o índice de autodesbaste  $\bar{\gamma}$  e a taxa de autodesbaste máximo,  $\beta$  cujo procedimento de cálculo é descrito em Tang *et al.* (1994).

Barreto (1994) estudou a relação do autodesbaste e desbaste, utilizando modelos derivados da teoria unificada que estabelece para povoamentos puros autodesbastados e regulares, o processo de autodesbaste os efeitos dos desbastes no crescimento e estrutura dos mesmos povoamentos. O autor sustenta que o autodesbaste atua como um desbaste neutro; a árvore média do autodesbaste é igual à árvore média do povoamento, quando esse ocorre; e que os povoamentos puros e auto-desbastados são fractais.

Assim, o objetivo deste trabalho foi estudar o comportamento dos modelos de densidade e diâmetro para a determinação do momento de ocorrência do autodesbaste em povoamentos equiâneos de *Pinus taeda* L., em densidade completa e altamente estocados.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Localização e caracterização da área de estudo

Os dados foram levantados em áreas pertencentes à Empresa Klabin S.A., no município de Otacílio Costa, região fisiográfica denominada de Planalto Central Catarinense (SANTA CATARINA, 1986).

Segundo a classificação climática de Köppen, o clima da região é do tipo "Cfb", mesotérmico, subtropical úmido, com verões frescos, não apresentando estação seca definida. A precipitação média anual é de 1.808 mm, distribuída em 124 dias, temperatura média anual de 17,8°C (MOTA *et al.*, 1971).

O solo da área do experimento é classificado como latossolo bruno, aluminico TB, horizonte A húmico, textura argilosa e relevo suavemente ondulado.

### Origem dos dados

Os dados utilizados no presente estudo são provenientes de um experimento concebido com base no Modelo Nelder Modificado, instalado em 1988, com idade atual de 18 anos. O delineamento estatístico utilizado foi em blocos ao acaso, com três repetições e nove tratamentos, sendo estes definidos pelo espaçamento inicial de plantio. Desses tratamentos, foram utilizados, 1,5 x 1,0 m e 2,0 x 1,0 m, por serem altamente estocados.

Na implantação do experimento, a área sofreu preparo de solo, com uma gradagem leve, realizada com trator agrícola. O plantio foi realizado manualmente, tendo sido realizados os tratos culturais

comumente utilizados, como roçadas, coroamentos e combate à formigas.

O experimento foi medido, periodicamente, até os 18 anos de idade. No interior de cada unidade amostral, foram medidas a circunferência à altura do peito (CAP) e a altura das árvores.

### Metodologia empregada

O estudo da densidade e diâmetro foi realizado por meio do número de árvores por hectare e o correspondente diâmetro médio das árvores. Para isso, foram testadas as equações de Reineke (1933), Yoda *et al.* (1963), Zeide (1995) e Tang *et al.* (1994). Esses modelos de densidade são expressos por:

a) Modelo da densidade e diâmetro Reineke (1933):

$$\ln(N) = a_1 - b_1 \ln(d) \quad (11)$$

b) Modelo da densidade e diâmetro Yoda *et al.* (1963):

$$\ln(N) = a_1 - b_1 \ln(d) - c_1 (\ln(d))^2 \quad (12)$$

c) Modelo da relação densidade e diâmetro Zeide (1995):

$$\ln(N) = \alpha - \beta \ln(d) + \chi \ln(d) \quad (13)$$

d) Modelo do autodesbaste de Tang *et al.* (1994):

$$\ln N(t) = \ln S_f - \frac{1}{\gamma} \ln \left[ (D(t)/d_o)^{\beta\gamma} + \delta \right] \quad (14)$$

Sendo que,  $d$  é o diâmetro médio quadrático das árvores,  $h$  é a altura total média, e  $N$  é o número de árvores por hectare;  $t$  é a idade do povoamento (anos),  $\beta$  é a taxa máxima de autodesbaste sobre o povoamento de densidade completa,  $N(t)$  é a densidade do povoamento no tempo  $t$  (número de árvores por hectare),  $D(t)$  é o diâmetro médio das árvores no tempo  $t$  (cm),  $S_f$  é índice máxima densidade do povoamento,  $\gamma$  é o índice de autodesbaste, e  $d_o$  é o diâmetro básico padrão (25 cm).

A constante  $\delta$  foi determinada pela densidade inicial do povoamento ( $N_1$ ) e o diâmetro médio inicial ( $d_1$ ), da seguinte fórmula:

$$\delta = (S_f/N_1)^\gamma - (d_1/d_o)^{\beta\gamma} \quad (15)$$

Assim, por conveniência, para estimar os povoamentos, a equação pode ser escrita como sendo:

$$\ln N(t) = \ln S_f - \frac{1}{\gamma} \ln \left[ (D(t)/d_o)^{\beta\gamma} + (S_f/N_1)^\gamma - (d_1/d_o)^{\beta\gamma} \right] \quad (16)$$

Esse modelo foi ajustado para todos os dados de cinquenta parcelas permanentes em densidade completa, tendo sido tomados o número de árvores por hectare e o diâmetro médio no levantamento das parcelas.

Para verificação da precisão estatística dos modelos de densidade de árvores por hectare e diâmetro foi determinado o coeficiente de determinação ajustado, erro-padrão da estimativa e coeficiente de variação.

A validação dos modelos de densidade de árvores por hectare por diâmetro médio do povoamento foi realizada pelos critérios estatísticos recomendados por Palahi *et al.* (2002) e Cellini *et al.* (2002):

a) Tendência (Bias)

$$\text{BIAS} = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{n} \quad (17)$$

b) Eficiência (E)

$$E = 1 - \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \right] \quad (18)$$

c) Desvio-padrão residual relativo (S%):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1}} \quad (19)$$

d) Desvio médio relativo (D%):

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)}{n} \cdot 100 \quad (20)$$

e) Qui-quadrado ( $\chi^2$ )

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\hat{y}_i} \quad (21)$$

Sendo que,  $y_i$  é o valor observado da densidade de árvores por hectare,  $\bar{y}_i$  é o valor médio das densidades de árvores por hectare,  $\hat{y}_i$  o valor estimado de densidade de árvores por hectare,  $n$  o número de observações.

A seleção do modelo de densidade de árvores por hectare pelo diâmetro médio do povoamento foi realizada pela somatória dos pesos, atribuídos aos critérios estatísticos utilizados na fase de validação, de 1 a  $n$  modelos testados.

### Processamento dos dados do experimento

As regressões lineares foram ajustadas pelos procedimentos REG e as não-lineares pelo procedimento NLIN, pelo método Gauss-Newton, no pacote SAS - Statistical Analysis System (1999).

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### Ajuste dos modelos de densidade de árvores por hectare

O número de árvore por hectare e o diâmetro médio, obtidos da avaliação de parcelas de permanentes, são apresentados na Tabela 1. Do total das observações anuais, o número médio de árvores foi de  $3.951 \text{ ha}^{-1}$ , com um desvio-padrão de 1.079,69, e valor máximo de  $6.042 \text{ ha}^{-1}$ , correspondente à densidade de plantio e o mínimo de  $1.979 \text{ ha}^{-1}$  da densidade remanescente aos 18 anos de idade. Igualmente, o diâmetro médio do total de observações foi de 14,22 cm, com um desvio padrão de 2,69, valor mínimo de 10,11 cm e máximo e 19,94 cm.

Com os dados de número de árvores por hectare e diâmetro médio observados nas parcelas permanentes do povoamento, foram ajustadas as equações de densidade e diâmetro e autodesbaste, propostas por: Reineke (1933), Yoda *et al.* (1963), Zeide (1995) e Tang *et al.* (1994), equações 11, 12, 13 e 14, respectivamente. Os resultados do processamento destas equações encontram-se discriminados na Tabela 2 e Tabela 3.

TABELA 2: Resultados estatísticos dos modelos de densidade de árvores pelo diâmetro.

TABLE 2: Statistical results of the models of size-density of trees per diameter.

N	Modelos	$R^2_{\text{aj.}}$	$S_{\text{vx}}$	CV%
11	$\ln(N) = 12,06101 - 1,4482 \ln(d)$	0,88	0,1006	1,25
12	$\ln(N) = 4,9420 = 3,7641 + 3,7641 \ln(d) - 0,9228 (\ln(d))^2$	0,92	0,0986	1,22
13	$\ln(N) = 10,5401 - 0,7775 \ln(d) - 0,0018 h \cdot \ln(d)$	0,89	0,0974	1,18
14	$\ln N = \ln 14945 - \frac{1}{16,56} \ln \left[ \frac{(d/25)^{1,6523 \cdot 16,56} + (14945/N_1)^{16,56}}{(d_1/25)^{1,6523 \cdot 16,56}} \right]$	0,99	0,0948	1,17

Os resultados estatísticos dos modelos de densidade e diâmetro, utilizados para ajustar as frequências de árvores por hectare em função do diâmetro médio do povoamento, mostraram-se altamente precisas. Entre os modelos estudados, o de autodesbaste, proposto por Tang *et al.* (1994), apresentou a melhor performance estatística, com ótimo ajuste, baixo erro padrão da estimativa e coeficiente de variação.

O modelo de densidade e diâmetro proposto por Reineke (1933) apresentou o menor coeficiente de determinação entre os modelos ajustados, maior erro-padrão da estimativa e maior coeficiente da variação. Esse modelo apresentou uma Bias de 0,0097 e uma Eficiência de 0,8850. Embora esse modelo tenha apresentado razoável precisão estatística, a dispersão dos resíduos da variável logaritmo da densidade de árvores por hectare por logaritmo do diâmetro foi muito irregular, com tendências a superestimar maior número de valores em torno da média dos diâmetros.

O coeficiente angular desse modelo de Reineke (1933), equação 11 da Tabela 2, foi igual a -1,4482, portanto, não correspondendo ao que foi inicialmente postulado pelo autor, que estabeleceu para a relação entre o número de árvores por hectare e o diâmetro médio quadrático em povoamento sem tratamento uma linha reta, com um valor constante do coeficiente angular, -1,605 para todas as espécies. Por outro lado, também, não se enquadra nos valores citados por Del Rio *et al.* (2001), entre -2,33 e -1,54 para *Pinus sylvestris* na Espanha. Isso indica que o coeficiente angular do modelo é diferente para cada espécie e não constante, contrariando o que foi inicialmente formulado por Reineke (1933). Por outro lado, também não se verificou no presente estudo do *Pinus taeda* a tendência linear do logaritmo da densidade de árvores por hectare pelo logaritmo do diâmetro médio do povoamento.

O modelo de densidade e diâmetro proposto por Yoda *et al.* (1963), equação 12 da Tabela 2, apresentou coeficiente de determinação igual a 0,92, erro-padrão da estimativa de 0,0986 e coeficiente de variação igual a 1,22 %, além de Bias de 0,0088 e Eficiência de 0,8963.

O modelo de densidade e diâmetro proposto por Zeide (1995), equação 13 da Tabela 2, apresentou coeficiente de determinação igual a 0,89, erro padrão da estimativa de 0,0974, coeficiente de variação igual a 1,18 %, Bias de 0,0089 e Eficiência de 0,8946.

Estatisticamente, o modelo de autodesbaste, proposto por Tang *et al.* (1994), equação 13 da Tabela 2, foi o que apresentou melhor precisão entre os modelos testados. Este modelo apresentou o maior coeficiente de determinação, igual a 0,99, o menor erro padrão da estimativa igual a 0,0948 e, também, o menor coeficiente de variação, igual a 1,17 %, menor Bias, igual a 0,0086 e maior Eficiência, igual a 0,8976.

Na Figura 1 pode-se observar a performance deste modelo, com a dispersão dos valores residuais em unidade logarítmica da densidade de árvores por hectare pelo logaritmo de diâmetro médio do povoamento. Observa-se uma boa distribuição dos resíduos das frequências de árvores por hectare com o incremento do logaritmo do diâmetro médio do povoamento, comprovando a boa precisão estatística obtida, além da baixa tendência e elevada eficiência.

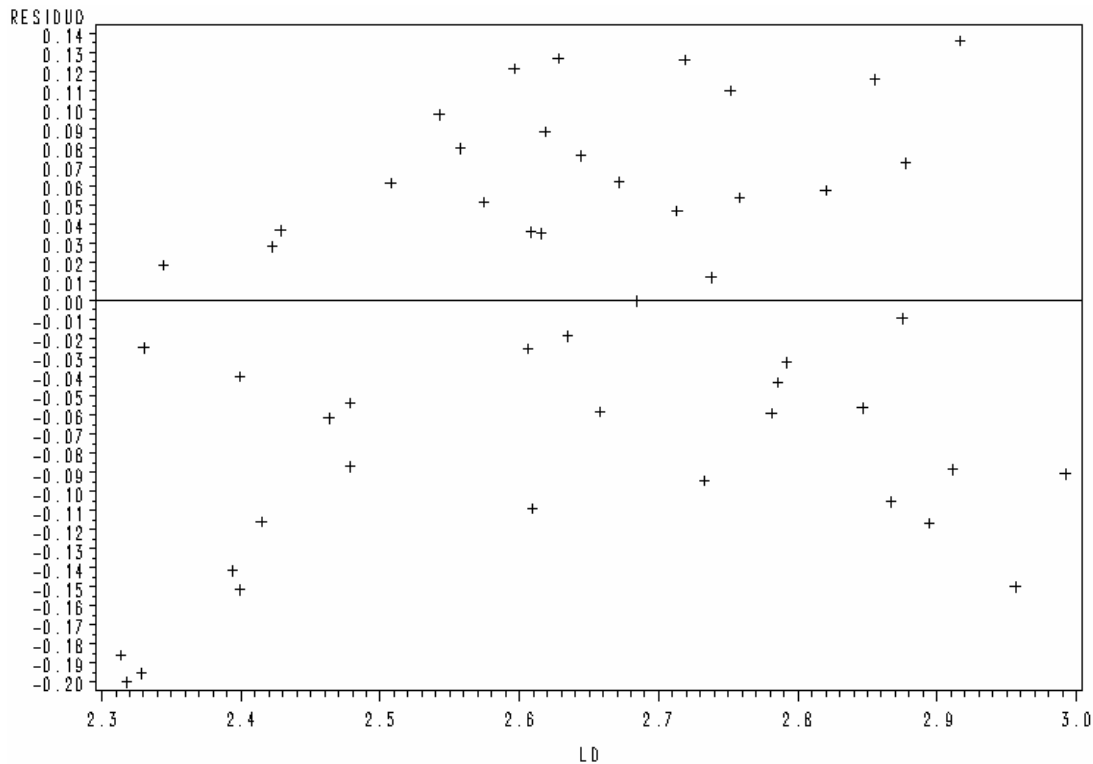


FIGURA 1: Dispersão dos resíduos do logaritmo da densidade de árvores por hectare pelo logaritmo do diâmetro, obtidos no modelo proposto por Tang *et al.* (1994).

FIGURE 1: Dispersion of the residues of the logarithm of the density of trees per hectare by the diameter logarithm, obtained in the model proposed by Tang *et al.* (1994).

Na Tabela 3, são apresentadas as estatísticas de ajuste para validação e seleção dos modelos de densidade de árvores por hectare em função do diâmetro médio do povoamento, testados para povoamentos de *Pinus taeda* em alta densidade e sem intervenção de desbaste.

TABELA 3: Estatísticas de ajuste para validação e seleção dos modelos de densidade de árvores por hectare em função do diâmetro médio.

TABLE 3: Adjustment statistics for validation and selection of the models of size-density of trees for hectare in function of the medium diameter.

Estatísticas	Modelo de densidade de árvore/há			
	Reineke(11)	Yoda(12)	Zeide(13)	Tang(14)
Tendência (Bias)	0,0097 (4)	0,0088 (2)	0,0089 (3)	0,0086 (1)
Eficiência (E)	0,8850 (3)	0,8963 {2}	0,8946 (4)	0,8976 (1)
Desvio padrão residual relativo (S%)	4,2282 (1)	4,2282 (1)	4,1453 (1)	4,2282 (1)
Desvio médio relativo (D%)	9,4286 (4)	9,3372 {2}	9,3475 (3)	9,3215 (1)
Qui-quadrado ( $\chi^2$ )	-0,0004 (2)	-0,0003 (1)	-0,0004 (2)	-0,0003 (2)
Soma dos escores (VP)	(14)	(8)	(13)	(6)

Em que: Sendo: ( ) ordem da colocação do modelo dentro do critério estatístico.

O melhor modelo para descrever a densidade de árvores por diâmetro médio em povoamentos altamente estocados e sem desbaste foi o proposto por Tang, expresso pela equação 14, pois no conjunto apresentou os melhores indicadores de precisão estatística, com um valor ponderado dos escores igual a 6, inferior ao obtido para os demais modelos testados.



**Análise comparada das estimativas de densidade de árvores por hectare**

Todos os modelos de densidade e diâmetro e autodesbaste, ajustados aos dados do presente caso, permitiram estimar os valores inteiros da densidade de árvores por hectare pelo diâmetro médio de 10 a 30 cm, discriminados na Tabela 4. Observa-se que os modelos estimaram valores muito distintos de densidade de árvores por hectare pelo diâmetro médio.

TABELA 4: Valores estimados de densidade de árvores por hectare em função do diâmetro médio, por meio dos modelos de densidade e diâmetro.

TABLE 4: Estimate values of density of trees per hectare in function of the medium diameter, through the models size-density and diameter.

DAP (cm)	Modelos de densidade de árvores por hectare			
	Reineke (10)	Yoda (11)	Zeide (12)	Tang (13)
10	6546	6103	5851	6042
11	5591	5779	5325	5646
12	4842	5417	4867	4978
13	4241	5042	4465	4373
14	3752	4669	4107	3873
15	3347	4307	3787	3458
16	3008	3962	3498	3110
17	2721	3638	3236	2816
18	2476	3335	2998	2563
19	2264	3056	2780	2346
20	2080	2798	2581	2156
21	1919	2561	2398	1990
22	1777	2345	2230	1844
23	1651	2147	2075	1714
24	1538	1967	1932	1598
25	1438	1802	1800	1494
26	1348	1653	1678	1401
27	1266	1516	1565	1317
28	1192	1392	1460	1241
29	1125	1279	1363	1171
30	1064	1175	1273	1108

Os modelos de Yoda e Zeide foram os que apresentaram valores de densidade de árvores por hectare extremamente subestimados, chegando a valores de 528 e 655 árvores por hectare, respectivamente, no diâmetro médio de 40 cm. Já nas classes de diâmetro intermediárias os valores estimados foram superestimados, em relação aos modelos de Reineke e Tang. Os modelos de Reineke e Tang estimaram valores mais próximos dos observados, porém o modelo de Reineke tendeu a subestimar valores nas maiores classes de diâmetro e superestimar nas menores classes de diâmetro. Essas tendências das estimativas obtidas nos modelos de densidade e diâmetro ajustadas foram representadas na Figura 2 em que se percebe claramente as diferenças de densidade de árvores por hectare por diâmetro médio, obtidas entre os modelos.

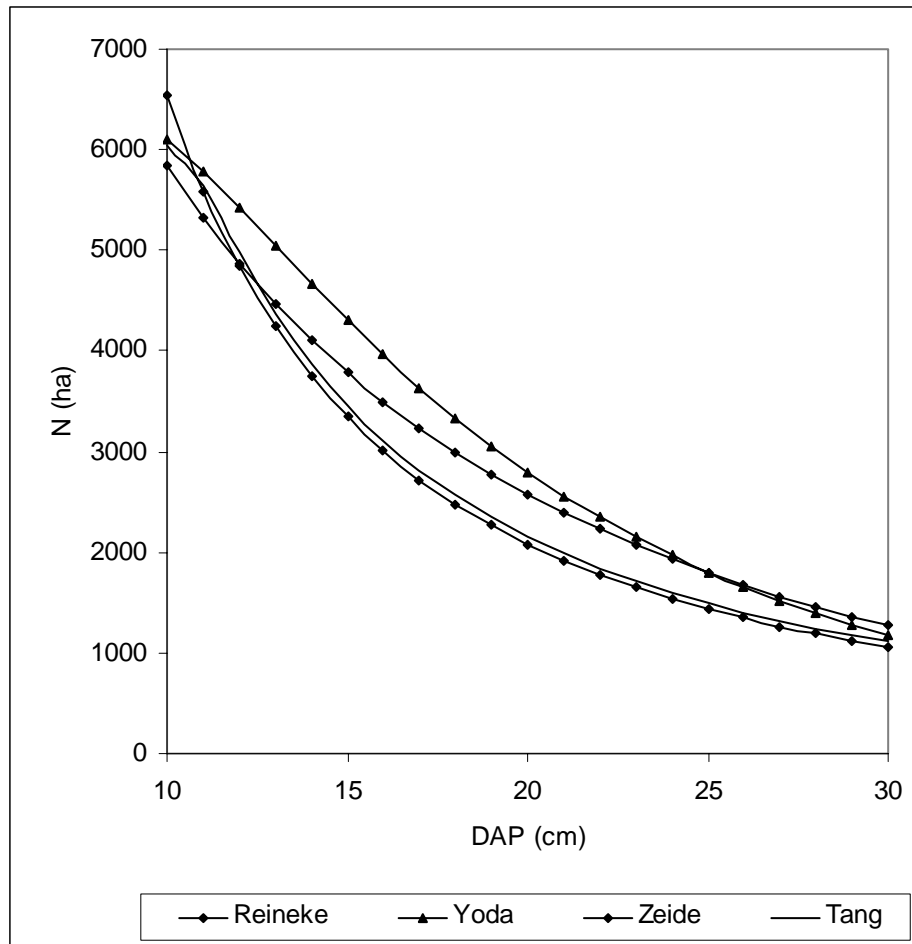


FIGURA 2: Valores estimados de densidade de árvore por hectare em função do diâmetro médio do povoamento de *Pinus taeda*, para os modelos de densidade e diâmetro ajustados.

FIGURE 2: Estimate values of density of tree per hectare concerning the average diameter of stand of *Pinus taeda* per adjusted density-diameter models.

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos no presente trabalho, realizado para estudar o ajuste dos modelos de densidade e diâmetro e autodesbaste permitiram as seguintes conclusões:

a) Os modelos propostos por Reineke, Yoda, Zeide e Tang, estudados para ajustar a densidade de árvores por hectare pelo diâmetro médio do povoamento, apresentaram boa precisão estatística, com coeficiente de determinação superior a 0,88 e coeficiente de variação inferior a 1,25 %.

b) Os modelos de Yoda e Zeide, embora tenham apresentado boa precisão estatística, estimaram valores de densidade de árvores, por hectare, extremamente subestimados no diâmetro médio de 40 cm e superestimaram os valores nas classes de diâmetro intermediárias.

c) Os modelos de Reineke e Tang estimaram valores mais próximos dos observados, porém o modelo de Reineke tendeu a superestimar valores nas menores classes de diâmetro e subestimar os valores nas maiores classes de diâmetro.

d) O coeficiente angular da equação de Reineke foi igual a -1,4482, não correspondendo ao inicialmente postulado pelo autor como de -1,605, para todas as espécies.

e) Entre todos os modelos estudados, o proposto por Tang, apresentou a melhor performance estatística, com ótimo ajuste, representado pelo baixo erro padrão da estimativa, menor coeficiente de variação, menor Tendência (Bias) e maior Eficiência, na estimativa dos valores de densidade de árvores por hectare por classe de diâmetro médio.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFIAS**

- ANDO, T. Ecological studies on the stand density control in even-aged pure stand. **Bull. Gov. For. Exp.** Station No. 210. Tokyo, 1968. 153p.
- ANDO, T.; HATIYA, K.; DOI, K.; KATAOKA, H.; KATO, Y. Studies on the system of density control of sugi (*Cryptomeria japonica*) stand. **Bull. Gov. For. Exp.** Station No. 209. Tokyo, 1968. 76p.
- BARRETO, L. S. The clarification of self-thinning and thinning. A simulation approach. **Silva Lusitana**, v. 2, n. 2, p. 233-238, 1994.
- CELLINI, J. M.; PASTEUR, G. M.; WADO, E. LENCINAS, M. V. Modelos de perfil de tronco en *Nothofagus pumilio* (Polpp. et Endl.) Krasser y su utilización en el cálculo del volumen total. **Invest. Agr.: Sist. Recr. For.** v. 11, n. 2, p. 245-261, 2002.
- DEL RIO, M.; MONTERO, G.; BRAVO, F. Analysis of diameter-density relationships and self-thinning in non-thinned even-aged Scots pine stands. **Forest Ecology and Management**, n. 142, p. 79-87, 2001.
- HILEY, W. E. **Conifers: South African methods of cultivation**. London: Faber and Faber. 1959. 123p.
- KIRA, T.; OGAWA, H.; SAKAZAKI, N. Intraspecific competition among higher plants. I. Competition-yield-density interrelationship in regularly dispersed populations. Osaka City Univ., **Jor. Polytechn.** N. 4, v.1, p. 1-16, 1953.
- LAASASENAHO, J.; KOIVUNIEMI, J. Dependence of some stand characteristics on stand density. **Tree Physiol.**, n. 7, p. 183-187, 1990.
- MITCHELL, H. C. Regulation of farm woodlands by rule of thumb. **Jor. For.**, n. 41, p. 243-248, 1943.
- MONSERUD, R. A.; LEDERMANN, T.; STERBA, H. Are self-thinning constraints needed in a tree-specific mortality model?. **Forest Science**. n. 50, v. 6. p. 848-858. 2005.
- MOTA, F. S.; BEIRSDORF, M. J. C.; GARCEZ, R. B. **Zoneamento agrícola do Rio Grande do Sul e Santa Catarina: normas agro-climáticas**. Pelotas: Ministério da Agricultura. 1971. 80p.
- OKAWA, A.; ALLEN, R. Allometric theory explains self-thinning relationships of mountain beech and red pine. **Ecology**, v. 74, n. 4, p. 1020-1032, 1993.
- PALAHÍ, M.; MIIMA, J.; MONTERO, E. Stand-level yield model for scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in North-East Spain. **Invest. Agr.: Sist. Recr. For.** v. 11, n. 2, p. 409-424. 2002.
- REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Jor. Agric. Res.**, n. 46, p. 627-638, 1933.
- SANTA CATARINA. Gabinete de Planejamento e Coordenação Geral. Subchefia de Estatística. Geografia e Informática. **Atlas de Santa Catarina**. Rio de Janeiro: Aerofoto Cruzeiro. 1986. 173p.
- SAS Institute Inc. **SAS/STAT user's guide**. Version 8 (computer manual). SAS Institute Inc., Cary. N.C. 1999.
- SMITH, N. J.; HANN, D. W. A growth model based on the self-thinning rule. **Can. Jor. Res.**, n. 16, p. 330-334, 1986.
- STERBA, H.; MONSERUD, R.A. The maximum density concept applied to uneven-aged mixed-species stands. **Forest Science**, n. 39, v. 3, p. 432-452, 1993.
- TANG, S.; MENG, C. H.; MENG, F. R., A growth and self-thinning model for pure even-age stands: theory and applications. **Forest Ecology and Management**, n. 70, p. 67-73, 1994.
- TANG, S.; MENG, F. R.; MENG, C. H. The impact of initial stand density and site index on maximum stand density index and self-thinning index in a stand self-thinning model. **Forest Ecology and Management**, n. 75, p. 61-68, 1995.
- WEST, P. W.; BOUROUGH, C. J. Tree supervision and the self-thinning. Rule in a monoculture of *Pinus radiata* D.Don. **Annals of Botany**, n. 52, p. 149-158. 1983.
- WESTOBY, M. The place of the self-thinning rule in population dynamics. **Am. Nat.**, n. 118, p. 581-587, 1981.
- WILSON, F.G. Numerical expression of stocking in terms of height. **Jor. For.**, n. 44, p. 758-761, 1946.
- YODA, K.; KIRA, T., OSAWA, H.; HOZUMI, K., Self-thinning in over crowded pure stands under cultivated and natural conditions. **Jor. Biol. Osaka City Univ.**, n. 14, p. 107-129, 1963.
- ZEIDE, B. A relationship between size of trees and their number. **Forest Ecology and Management**, n. 72, p. 265-272, 1995.
- ZEIDE, B. Analysis of the 3/2 power law of self-thinning. **Forest Science**, v. 33, n. 5, p. 17-537, 1987.
- ZEIDE, B. Tolerance and self-tolerance of trees. **Forest Ecology and Management**, n. 13, p. 149-166, 1985.