

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA COM RESPEITO À IDADE PARA PLANTAÇÕES DE *Pinus elliotti* NO ESTADO DO PARANÁ

Sebastião A. Machado¹

Robert L. Bailey²

Simone F. Basso¹

Vitor G. Bevilacqua Júnior¹

RESUMO - Os objetivos desta pesquisa foram testar vários modelos matemáticos para o ajuste de curvas de altura sobre diâmetro, bem como estudar o comportamento desta relação com respeito à idade para plantações de *Pinus elliotti* no estado do Paraná. Os dados provieram de medição de diâmetros e alturas de árvores em 109 parcelas de 20 x 30 m, distribuídas nas principais regiões florestais do Paraná, com idades variando de 4 a 29 anos, coletados durante a realização de vários trabalhos de inventários florestal. Dez modelos matemáticos selecionados da literatura foram ajustados aos dados, por classe de idade. Escolheu-se então o melhor modelo para o traçado gráfico das curvas de altura sobre diâmetro, à altura do peito para cada classe de idade. Através do teste de comparação de médias, verificou-se a existência de efeito significativo da idade sobre a relação hipsométrica.

PALAVRAS-CHAVE: Relação hipsométrica, *Pinus elliotti*, modelos matemáticos, efeito da idade.

ANALYSIS OF THE HYPSONOMETRIC RELATIONSHIP BEHAVIOUR WITH RESPECT TO AGE FOR *Pinus elliotti* PLANTATIONS IN THE STATE OF PARANÁ

ABSTRACT - The objectives of this research were to test several mathematical models to fit the height-diameter curve, and to study the behaviour of this relationship with respect to age for *Pinus elliotti* plantations in the state of Paraná. The data came from measurements of diameters (DBH) and total height of trees from 109 plots. These 20 x 30 m plots were located in the main forestry regions of Paraná, with ages ranging from 4 to 29 years. Ten mathematical models were tested to fit the data, by age class. The best equations were selected for the construction of the height-diameter curves for each age class. The test for comparison of means detected significant effects of age on the hypsonometric relationship.

KEY-WORDS: Hypsonometric relationship, *Pinus elliotti*, mathematical models, effects of age.

INTRODUÇÃO

Pinus elliotti Engelm. juntamente com *Pinus taeda* têm sido as duas espécies mais plantadas no estado do Paraná nos últimos 25 anos. Atualmente são usadas em larga escala nas indústrias de polpa e papel, serraria e laminação.

Equações para estimar volume individual de árvores são comumente empregadas na maioria dos investimentos florestais para a obtenção de volumes por unidade de área. Tais equações têm a seguinte forma funcional: $v = f(d, h)$, sendo v ,

o volume individual da árvore em m^3 , d o DAP em cm, e h a altura total da árvore em m. A aplicação desta função estimativa de volumes implica na obtenção de diâmetros e alturas de todas as árvores dentro das unidades amostrais.

Medidas de diâmetro podem ser fácil e rapidamente obtidas em quase todas as tipologias florestais. No entanto, medidas de alturas são consideravelmente mais demoradas e, por conseguinte, mais caras para coleta, especialmente em florestas altas e densas, com fustes e copas irregulares, como na maioria das folhosas. Como consequência, é frequente e

¹ Departamento de Silvicultura e Manejo - UFPR - CP.2959- 80035-Curitiba-PR.

² School of Forest Resources, University of Georgia, Athens, GA-USA.

comum, em inventários florestais, medir os diâmetros de todas as árvores da unidade amostral e de alturas apenas de parte delas. O conjunto dos dados de alturas das árvores medidas, com os respectivos diâmetros, é então usado para estabelecer uma relação de regressão da altura sobre diâmetro, a qual será usada para estimar as alturas das demais árvores da parcela, em função dos diâmetros já medidos. O uso destas equações hipsométricas tem sido muito frequente, tornando o inventário florestal mais econômico e muitas vezes tão preciso e exato, quanto ao realizado através da medição de alturas de todas as árvores das parcelas. Em síntese a relação hipsométrica, uma vez ajustada, serve para estimar a variável altura, de mais difícil acesso, em função da variável diâmetro de mais fácil e rápida medição.

Desde Trorey (1932), a relação de modelos matemáticos para ajustar a curva de altura sobre diâmetro tem sido acrescida constantemente. Na realidade, a maioria dos modelos usados são empíricos, exprimindo uma relação matemática lógica entre as variáveis envolvidas. Listas de modelos matemáticos utilizados para ajustar a relação hipsométrica podem ser encontradas em várias publicações, tais como as de Prodan (1965), Curtis (1967), Loetsch, Zohrer e Haller (1973), Ek (1973), Schmidt (1977), Giurgiu (1979), Blanco Jorge (1984), Cardoso (1989), Finger (1992), Arabatzis e Burkhardt (1992). Nesta pesquisa são testados os modelos mais comumente usados.

A idade exerce marcante influência na curva de diâmetro sobre altura, bem como sobre o quociente h/d . Esta influência já foi reconhecida e descrita por vários autores, tais como: Prodan (1965), Curtis (1967), Loetsch Zohrer e Haller (1972), Abetz (1976), Giurgiu (1979), Pardé e Bouchon (1988), Cardoso (1989), Omule e McDonald (1991) e muitos outros.

A presente pesquisa procurou orientar esforços no sentido de avançar conhecimentos sobre a relação hipsométrica para plantações de *Pinus elliotti*, sendo esta uma das espécies mais importantes para o reflorestamento no sul do Brasil.

MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados na presente pesquisa provieram da medição de diâmetros e alturas de árvores em 109 parcelas de 600 m² de área com lados de 20 x 30 m, distribuídos no estado do Paraná, cobrindo idades de 4 a 29 anos e todos os sítios, porém em maior número nas classes centrais de produtividade. Em cada parcela aleatoriamente localizada em talhões de *Pinus elliotti*, foram medidos os diâmetros de todas as árvores de cada parcela e alturas das primeiras

25 a 30, seguindo o alinhamento do plantio em zigue-zague.

A Tabela 1 apresenta a distribuição das parcelas por idade e como se observa os dados não são bem distribuídos, tendo em vista que foram coletados para outros fins. Observa-se também a existência de parcelas com 12 anos sem ter sofrido nenhum desbaste. Também existem parcelas dentro da faixa de 7 a 9 anos que já sofreram desbaste e outras que não, causando artificialmente heterogeneidade dos dados, e conseqüentemente piores ajustes das funções hipsométricas. Por isso tomou-se o cuidado de identificar cada situação para não se misturar dados heterogêneos, em termos de tratamentos recebidos.

TABELA 1. Número de parcelas distribuídas por idade.

Idade	Nº de parcelas	Idade	Nº de parcelas
4	2	13	6
5	3	14	17
6	2	20	1
7	7	21	4
8	12	23	4
9	7	25	6
10	7	28	6
11	12	29	2
12	9		

Para analisar a influência da idade na relação hipsométrica, optou-se por trabalhar com os seguintes grupos de idade: 4 e 5 anos, 7 e 8, 10 e 11, 13 e 14, 21 e 23, 28 e 29. Os seguintes modelos matemáticos foram ajustados para cada grupo de idade:

- 1) $\ln h = \beta_0 + \beta_1 1/d$
- 2) $\ln h = \beta_0 + \beta_1 d^2$
- 3) $\ln h = \beta_0 + \beta_1 1/d + \beta_2 1/d^2$
- 4) $\ln h = \beta_0 + \beta_1 \ln d$
- 5) $h = \beta_0 + \beta_1 \ln d$
- 6) $h = \beta_0 + \beta_1 1/d$
- 7) $h = \beta_0 + \beta_1 d^2$
- 8) $h = \beta_0 + \beta_1 1/d + \beta_2 1/d^2$
- 9) $h = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$
- 10) $d^2/h = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$

Os critérios para escolha do melhor modelo foram o erro padrão (S_{yx}), coeficiente de determinação múltiplo (R^2) e análise de resíduos. O melhor modelo foi usado para estimativa de alturas médias por classe de diâmetro, as quais foram posteriormente

utilizadas para comparação de médias através do teste de Duncan.

Para um mesmo número de repetições em todos os tratamentos, o teste de Duncan é expresso pela fórmula:

$$D = Z \frac{\text{QM ERRO}}{n}$$

sendo:

Z = valor tabelado em função do número de médias envolvidas no contraste.

QM ERRO = quadrado médio do erro.

n = número de repetições.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para uma melhor análise da influência da idade na relação hipsonométrica, estas foram

agrupadas após análises prévias, com o fim de aumentar o tamanho da amostra por grupo homogêneo de idade.

Os 10 modelos matemáticos foram ajustados independentemente para cada um dos seis grupos de idade. A Tabela 2 apresenta as estimativas dos coeficientes e principais estatísticas para os 10 modelos ajustados para o grupo de idade de 4 a 5 anos. Quadros similares foram também feitos para os outros cinco grupos de idade.

Os valores de R^2 foram baixos para a maioria dos modelos e grupos de idade, variando de 0,13 para o modelo 8 no grupo de idade 21 a 23, a 0,88 para o modelo 10 do grupo de 10 a 11 anos de idade.

Este fato é explicado pela variabilidade dos dados provenientes de várias parcelas contendo árvores com mesmo diâmetro, porém com grande variação de alturas ao longo de toda a amplitude diamétrica. Nos grupos de idade

TABELA 2. Coeficientes e principais estatísticas dos 10 modelos testados para o grupo de idade de 4 e 5 anos.

Modelo	Coeficientes	R^2	S_{yx}	$S_{yx} \%$	F
1	$b_0 = 2,105587$ $b_1 = -5,347803$	0,5454	0,15450	16,71	171,34
2	$b_0 = 1,004049$ $b_1 = 0,005891$	0,5017	0,16176	17,56	143,94
3	$b_0 = 2,230177$ $b_1 = -7,129858$ $b_2 = 6,073389$	0,5431	0,15489	16,75	85,38
4	$b_0 = -0,134175$ $b_1 = 0,748752$	0,5459	0,15442	16,69	171,68
5	$b_0 = -1,722967$ $b_1 = 2,863932$	0,5760	0,55580	14,23	193,88
6	$b_0 = 6,788442$ $b_1 = -20,068151$	0,5536	0,57026	14,60	177,11
7	$b_0 = 2,581489$ $b_1 = 0,023401$	0,5715	0,55873	14,30	190,38
8	$b_0 = 8,904885$ $b_1 = -50,340618$ $b_2 = 103,171010$	0,5701	0,55962	14,32	95,16
9	$b_0 = 1,080631$ $b_1 = 0,391112$ $b_2 = -0,000706$	0,5793	0,55364	14,17	98,75
10	$b_0 = -2,304063$ $b_1 = 2,088386$ $b_2 = 0,019177$	0,8044	2,02616	14,38	292,98

acima de 13 anos, onde já se realizou mais de um desbaste, restando apenas árvores que ocupavam o extrato médio a dominante, normalmente não há uma forte correlação entre altura e diâmetro, induzindo-se então a existência de baixos valores de R^2 .

Os erros padrões (S_{yx}) também ultrapassaram o limite de 10% para todos os modelos e para todos os grupos de idade, variando de 10,8% para o modelo 5, na classe de idade de 28-29 anos a 29,1% para o modelo 1 na classe de 7-8 anos de idade. Na maioria dos casos, o S_{yx} situou-se em torno de 15%. Estes erros, embora elevados, situam-se na maioria dos casos, dentro dos padrões encontrados para relações hipsométricas. Os maiores valores de F contribuíram na escolha de modelos, quando as diferenças entre valores de R^2 e S_{yx} eram muito pequenos. Ao analisar os resultados para todos os grupos de idade, verificou-se que o modelo 10 apresentou os maiores valores de R^2 em todos os grupos de idade, enquanto que o modelo 9 foi o de melhor performance no que se refere ao erro padrão, seguido pelo modelo 10. O modelo 5 também se destacou entre os demais.

Ao traçar a linha estimativa sobre a nuvem de pontos observados, verificou-se que tanto o modelo 10, como o modelo 9 não representavam bem os valores reais em toda a sua extensão, tomando direções estranhas. O modelo 9 representou mal os dados do extremo superior, fornecendo sub-estimativas nessa região da curva. A própria natureza do modelo parabólico força a linha para baixo, à medida em que se aumentam os valores da variável independente, no caso, o diâmetro à altura do peito (d). Já o modelo 10, de natureza hiperbólica, mostrou-se tendencioso no terço inferior da curva estimativa, superestimando os valores de alturas para a maioria dos grupos de idade.

O modelo 5, conhecido como modelo de Henricksen, de natureza matemática mais simples, embora tenha apresentado valores de R^2 e S_{yx} mais baixos do que os modelos 9 e 10, esteve sempre entre os melhores, segundo os critérios de valores estatísticos de ajustes e precisão. Quando traçada graficamente, a linha de regressão proveniente da equação 5 sobre a nuvem de pontos de altura sobre diâmetro, houve uma boa configuração ao longo de toda a linha, não havendo tendenciosidade em nenhum segmento da mesma. As análises dos resíduos para este modelo mostraram que as equações resultantes para todos os grupos de idade forneciam estimativas não tendenciosas de alturas em função de diâmetros. Deste modo as equações resultantes do ajuste do modelo 5 foram usadas para o traçado gráfico das linhas de regressão de altura sobre diâmetro para

todos os grupos de idade, como mostra a Figura 1 e para a construção do Tabela 3.

Os valores do Tabela 3 correspondem a alturas estimadas para cada classe de diâmetro dentro dos limites de dispersão deste, por grupo de idade. Estes valores médios foram utilizados no teste de comparação de médias entre os grupos de idade, com o fim de verificarem o efeito da idade sobre a relação hipsométrica. Somente foram comparados os grupos de idade com pelo menos quatro médias se sobrepondo, isto é, correspondendo à quatro classes de diâmetro. Por exemplo, não há como comparar o grupo e idade de 4-5 anos com o de 28-29 anos, por não terem valores médios de alturas para classes coincidentes de diâmetro.

As análises revelaram a não existência de diferenças significativas entre as médias dos grupos de idades de 4-5 com 7-8, 7-8 com 10-11, 10-11 com 13-14 e 21-23 com 28-29. Na sequência de grupos detectou-se diferenças significativas apenas entre 13-14 com 21-23. Observa-se haver neste caso uma maior diferença de idades entre estes dois grupos. No entanto, foram detectadas diferenças significativas, quando comparadas as médias dos grupos de idade 4-5 com 1-11 e do grupo 7-8 com 13-14 anos. Embora os testes de comparação de médias tenham detectado a ausência de diferença significativa entre quase todos os grupos consecutivos de idade, a Figura 1 induz à suposição contrária, pois as linhas se apresentam bem distintas e relativamente separadas entre elas.

Apesar de ainda não se ter procedido à análise comparativa entre os coeficientes b_0 e b_1 das equações para cada grupo de idade, uma análise visual das curvas resultantes comparadas com as desenvolvidas por Cardoso (1989) para *Pinus taeda* na mesma região, induz os autores a acreditarem não haver diferenças significativas entre os coeficientes de inclinação das linhas de regressão. No entanto, parece haver diferença entre os coeficientes de interseção da maioria das linhas referentes aos grupos de idade, como encontrado por Cardoso (1989) e Schmidt (1977) para *Pinus taeda* no Paraná.

O modelo escolhido como o que melhor se conformou aos dados, é um dos mais simples. Provém da logaritimização do segundo termo da equação

$$h = b_0 d^{b_1}$$

e quanto representado graficamente em papel semi logarítmico, resulta numa linha reta. A curva resultante sempre assumirá forma razoável para diâmetros maiores, porém pode fornecer valores negativos de alturas estimadas

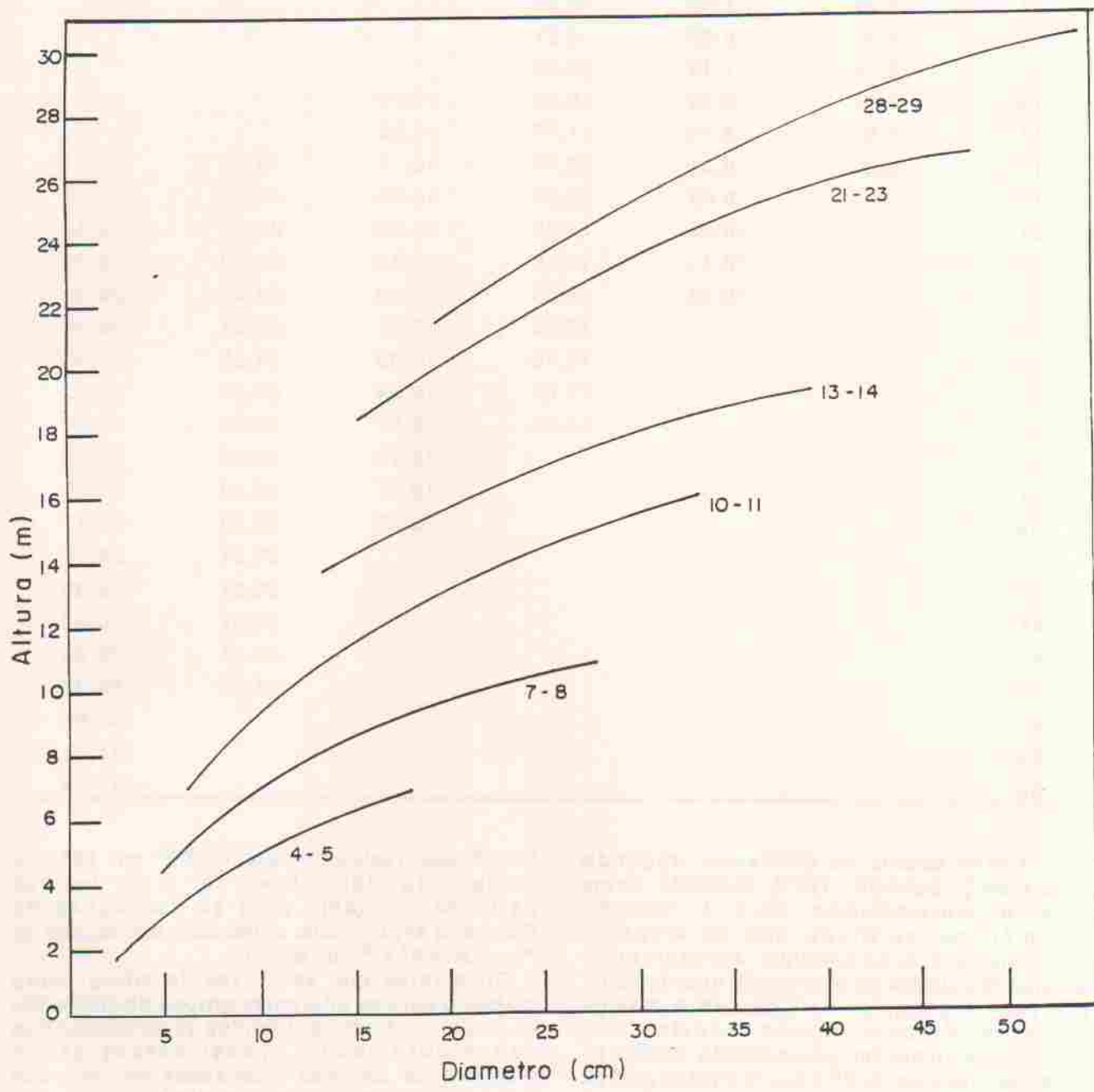


FIGURA 1. Comportamento das linhas médias para os grupos de idade, obtidas com o modelo (5).

TABELA 3. Alturas totais estimadas em metros em função dos diâmetros em centímetros para cada grupo de idade através das respectivas equações ajustadas do modelo 5.

DAP cm	Grupos de idade					
	4 - 5	7 - 8	10 - 11	13 - 14	21 - 23	28 - 29
5	2,89	4,36				
7	3,85	5,69	7,50			
9	4,57	6,69	8,91			
11	5,14	7,48	10,03			
13	5,62	8,15	10,97	13,75		
15	6,03	8,71	11,77	14,50		
17	6,39	9,21	12,47	15,17	19,47	
19		9,65	13,09	15,75	20,32	21,47
21		10,05	13,65	16,28	21,09	22,40
23		10,41	14,16	16,76	21,79	23,25
25		10,74	14,63	17,20	22,42	24,02
27			15,06	17,61	23,01	24,74
29			15,46	17,99	23,56	25,40
31			15,83	18,34	24,07	26,02
33			16,18	18,67	24,55	26,60
35				18,98	25,00	27,15
37				19,27	25,42	27,66
39				19,55	25,83	28,15
41					26,21	28,61
43					26,57	29,06
45					26,92	29,48
47					27,25	29,89
49					27,57	30,27
51						30,64
53						31,00
55						31,34

para valores baixos de diâmetros, segundo Curtis (1967), Schmidt (1977), testando vários modelos matemáticos para a relação hipsométrica, verificou que os modelos logarítmicos e exponenciais apresentaram melhores resultados do que os não logarítmicos. Na presente pesquisa verificou-se a mesma tendência. Embora alguns modelos não logarítmicos tivessem apresentado melhores valores estatísticos de R^2 e X_{yx} , a análise gráfica detectou que a linha estimativa não se conformava bem aos dados reais em toda a sua extensão. Tanto Anuchin (1970), como Clifford (1966) citaram o modelo de Henricksen como sendo o mais indicado para o teste da curva de relação hipsométrica. Também no inventário florestal da Floresta Nacional de Capão Bonito,

São Paulo, realizado para FUFEP em 1988, o modelo de Henricksen foi o de melhor performance, tanto para as plantações de *Araucaria angustifolia*, como para plantações de *Pinus elliotti* e *Pinus taeda*.

Observa-se que as curvas de altura sobre diâmetro para os diferentes grupos de idade não se cruzaram dentro dos limites de amplitude dos dados observados, apesar desses dados provirem de parcelas localizadas em diversos talhões e diversos locais distribuídos nas principais regiões de reflorestamento do estado do Paraná. Tanto Curtis (1967), como Hyink, Scott e Leon (1988) e Omule e McDonald (1991) citaram em seus trabalhos, serem frequentes os cruzamentos de linhas referentes a diferentes idades, mesmo quando provenientes de

remedições de parcelas permanentes. Para evitar problemas de cruzamento, Curtis (1967) propôs a inclusão da idade como variável independente no modelo matemático. Hynk, Scott e Leon (1988) e Omule e McDonald (1991) desenvolveram uma metodologia para ajuste simultâneo de curvas de altura sobre diâmetro referentes a diferentes idades de uma parcela remediada, para evitar cruzamento entre as referidas curvas.

CONCLUSÕES

Ao testar vários modelos matemáticos para o ajuste da curva sobre diâmetro, pode-se concluir que a relação hipsométrica não é uma relação dendrométrica muito forte, existindo uma grande variabilidade de alturas para uma mesma classe de diâmetro, resultando, na maioria dos casos, em estatísticas de ajuste e precisão pobres, com valores aquém dos desejados em análise de regressão, notadamente para as idades mais avançadas e povoamentos florestais, nos quais a estrutura natural tenha sido alterada artificialmente através de desbastes. É sempre necessário proceder-se análise gráfica no sentido de verificar a conformação da linha estimativa resultante dos modelos aos dados observados, antes da escolha final de um deles, baseada apenas em valores estatísticos. A comparação de médias revelou a existência de efeitos significativos da idade, sobre as curvas de altura sobre diâmetro, desde que o intervalo entre as idades não seja muito pequeno. No entanto, não se detectou diferenças entre o grupo de idade 21-23 anos com o de 28-29 anos, o que indica uma estabilização da relação hipsométrica com o avanço da idade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABETZ, P. Beitrage zum Baumwachstum: der h/d wert mehr als ein Schlankheitsgrad. *Forst und Holz wirt*, v.31, p.389-393, 1976.
- ANUCHIM, N.P. *Forest mensuration*. Jerusalem: program for scientific translations, 1970. 494p.
- ARABATZIS, A.A.; BURKHART, H.E. An evaluation of sampling methods and model forms for estimating heigh-diameter relationships in Loblolly Pine Plantations. *Forest Science*, Bethesda, v.38, n.1, p. 192-198, 1992
- BLANCO JORGE, L.A. Equação de relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus elliotti* Elgelm na Floresta Nacional de Três Barras, SC. *Brasil Florestal*, Rio de Janeiro, n.56, p.41-47, 1984.
- CARDOSO, D.J. 1989. *Avaliação da influência dos fatores sítio, idade, densidade e posição sociológica na relação hipsométrica para Pinus taeda nas regiões central e sudoeste do estado no Paraná*. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1989. 115p. (Dissertação de Mestrado).
- CLIFORD, A.M. *Height diameter curves for three species subject to stagnation*. St. Paul, 1966. 2p. U.S. Fores Service, Research Note RM 69).
- CURTIS, R.O. Height diameter and height diameter age equations for second growth Douglas - fir. *Forest Science*, Bethesda, v.4, n.13, p.365-375, 1967.
- EK, A.R. Performance of regression models for tree height estimation with small sample sizes P, 67-80 in statistics in forestry research, In: CONFERENCE ADVISORY GROUP OF FOREST STATISTICS. 4. Vancouver, B.C., 1973. *Proceedings...* Vancouver, 1973.
- FINGER, C.A.G. *Fundamentos de Biometria Florestal*. Santa Maria, Universidade Federal de Santa Maria CEPEF - FATEC, 1992. 269p.
- GIURGIU, V. *Dendrometrie*. Bucareste: Editura Agrosilvica, 1979, 481p.
- HYINK, D.M.; SCOTT, W.; LEON, R.M. Some importante aspects in the development of a managed stand growth model for Western Hemlock. In: INTERNATIONAL UNION OF FOREST RESERARCH ORGANIZATIONS CONFERENCE, Mineapolis, 1988. *Proceedings..* Mineapolis: USDA Forest Service, 1988. v.1, p.9-12. (General Technical Report NC-120).
- LOETSCH, F.; ZOHRER, F.; HALLER, K.E. *Forest inventory*. Munchen Blv, 1973. v.2, 469p. 469p.
- OMULE, S.A.Y.; McDONALD, R.N. Simultaneous curve fitting for repeated height-diameter measurements, *Canadian Journal of Forestry Research*, Ottawa, v.21, n.9, p.1418-1422, 1991.

PARDÉ, J.; BOUCHON, J. *Dentrometrie*. 2. ed. Nancy: École Nationale du Génie Rural, des Eaux et de Forêts. 1988. 328p.

PRODAN, M. *Holzmesslehre*. Frankfurt a. M.J.D.: Sauerlander's Verlag, 1965. 644p.

SCHMIDT, P.B. 1977. **Determinação indireta da relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus taeda* L.** Curitiba. :

Universidade Federal do Paraná, 1977. 102p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Florestal).

TROREY, L.G. A mathematical method for construction of diameter-height curves based on site. *Forestry Chronicle*. Ottawa, V.8, n.2, p.121-132, 1932.