FLORESTA 24(1/2):3-22

Inventário florestal contínuo com reposição parcial de unidades amostrais

LAWRENCE RUDOLF GERING*
JOSÉ ANTÔNIO ALEIXO DA SILVA**
SEBASTIÃO DO AMARAL MACHADO***

RESUMO

O desenvolvimento cronológico de inventário florestal contínuo (IFC), desde o início do uso de unidades amostrais permanentes em inventários florestais até o momento atual, e o método de determinação de estimadores e variâncias, usando função de máxima verossimilhança, são apresentados. A teoria estatística para amostragem em duas ocasiões é examinada em detalhes. Também consideram-se os casos gerais de amostragem em 3 ocasiões e amostragem com múltiplos objetivos.
Palavras-chave: inventário florestal contínuo, unidades amostrais permanentes, amostragem em sucessivas ocasiões

ABSTRACT

Continuos forestry inventory with partial replacement of sampling units. The chronological development of continuous forest inventory (CFI) from the first recorded suggestion of using permanent sample plots in forest inventory to a recent method of determing estimators and variances using maximum likelihood function are presented. The statistical theory for the two-occasions situation is examined in detail. Also considered are the general cases of sampling on 3 occasions and sampling with multiple objectives.
Key words: continuous forest inventory, permanent sample plots, sampling on sucessive occasions

INTRODUÇÃO

Tornou-se comum fazer-se inferências em populações florestais baseadas em amostragem dos parâmetros populacionais. Estas inferências provenientes de um único inventário apenas fornecem informações sobre as características da população para essa ocasião isolada. COCHRAN (1977) declarou que quando uma mesma população é amostrada repetidamente, pode-se inferir sobre a média e a variância do estoque atual, bem como de mudanças ocorridas na população entre duas ocasiões sucessivas.

Inventário florestal contínuo (IFC) é um procedimento onde as árvores das unidades amostrais representativas do povoamento são medidas e remedidas ao longo do tempo (HUSCH, MILLER & BEERS, 1972). Entretanto,

*School of Forestry, Okalahma State University, USA
**Curso de Engenharia Florestal, DEPA/UFRPE, Recife, PE
***Curso de Engenharia Florestal, UFPR, Curitiba, PR

o conceito básico de IFC é bastante flexível para se ajustar a várias situações específicas.

Neste trabalho, são apresentados o desenvolvimento cronológico de IFC e a teoria básica de amostragem em duas ocasiões. Também consideram-se os casos gerais de amostragem em 3 ocasiões sucessivas e inventário com objetivos múltiplos.

REVISÃO DA LITERATURA

Um método usado para estimar crescimento florestal envolve medições repetidas em unidades amostrais permanentes. AVERY & BURKHART (1983) concluíram que quando inventários independentes são repetidos, os erros de amostragem para ambos inventários devem ser considerados para estimativas de mudanças ao longo do tempo. Entretanto, quando mesmas árvores são remedidas, os erros de amostragem tendem a ser menores.

A primeira sugestão de uso de unidades amostrais permanentes em inventários florestais foi feita em 1878 pelo francês Gurnaud na Exposição Universal de Paris. Foi aplicada por Biolley na Suíça em 1890. O uso de remensurações em unidades amostrais exige o perfeito arquivo de informações entre as ocasiões e isto envolve um conjunto de regras para garantir que inventários sucessivos possam ser comparados. Esse conjunto de regras tornou-se conhecido como "método de controle" e foi largamente empregado por florestais europeus (MEYER, 1953).

KIRKLAND (1934) foi quem trouxe o método de controle para o meio florestal americano. Ele observou que o método se ajustava bem para a maioria dos povoamentos florestais americanos sob qualquer regime de manejo. Ele também incentivou a adoção de uma maneira de como se organizar as informações obtidas para estudos de crescimento.

H. Arthur Meyer se familiarizou com esse método quando ele trabalhava como assistente florestal da "Eidgenössische Technique Hochschule" na Suíça nos meados de 1930. Ele reconheceu o potencial de tal método na estimativa do crescimento periódico de povoamentos florestais e apresentou seus resultados aos florestais americanos através de publicações (MEYER, 1935, 1936 e 1943).

Durante a década de 40, os florestais americanos começaram a usar mais intensivamente tal metodologia que passou a chamar-se "inventário florestal contínuo" (IFC). SPURR (1952) diferenciou IFC de método de controle, declarando que o método de controle se referia a um sistema de inventários repetidos com implicações silviculturais e de manejo, enquanto que IFC era um conceito mais amplo usado na obtenção de estimativas de crescimento volumétrico, cujas informações são provenientes de remedições das mesmas unidades amostrais em intervalos de tempo.

Meyer continuou suas pesquisas em vários aspectos referentes a crescimento florestal e contribuiu com outros trabalhos publicados (STEVENSON

& MEYER, 1940; MEYER, 1942). STOTT (1947) descreveu o estabelecimento de unidades amostrais circulares permanentes nos estados centrais dos Estados Unidos, implantados por companhias privadas e governamentais. METTER (1953) descreveu um inventário específico usando unidades amostrais permanentes, mas não mencionou sobre as vantagens estatísticas que tal tipo de unidade amostral trazia. Essas vantagens foram mostradas por HALL (1959) dizendo que tais unidades amostrais permanentes, as quais eram usadas exclusivamente em termos de pesquisa, passaram a ser utilizadas em milhões de acres como uma ferramenta no manejo e produção florestal.

O desenho amostral desenvolvido pelo Serviço Florestal Americano usado no inventário do nordeste dos Estados Unidos, foi explicado e ilustrado por BICKFORD (1952). BICKFORD, MAYER & WARE (1963) descreveram o método como: inicialmente um inventário estratificado com algumas unidades amostrais remensuráveis; remensuração de algumas unidades amostrais iniciais; estabelecimento de novas unidades amostrais na amostragem estratificada. Basicamente, era uma amostragem estratificada com dupla amostragem na primeira ocasião, seguida por uma amostragem com reposição parcial na segunda ocasião. Também foi mostrado que as estatísticas do estoque atual foram obtidas usando-se técnicas de regressão com o uso de informações das unidades amostrais remensuradas para atualizar as estatísticas do inventário inicial. Estimativas de crescimento eram obtidas com informações das unidades amostrais remensuradas.

Previamente, a maioria dos trabalhos feitos com IFC eram baseados no senso comum e intuitivo do uso de unidades amostrais permanentes. PATTERSON (1950) estudou a teoria de amostragem em ocasiões sucessivas com reposição parcial, mas seus estudos consideravam tamanhos de amostra e variâncias iguais em ambas ocasiões.

WARE & CUNIA (1962) apresentaram o primeiro trabalho detalhado sobre teoria de amostragem em ocasiões sucessivas com reposição parcial de unidades amostrais em inventário florestal. Eles mostraram vários aspectos dos problemas encontrados na estimativa da média do estoque atual e das mudanças entre duas ocasiões. Também discutiram em detalhes os procedimentos para a melhor reposição de unidades amostrais. Esta teoria tem sido modificada para se ajustar a outras situações. CUNIA (1965), usou a técnica de regressão múltipla. FRAYER (1966) usou regressão ponderada para estabilizar a variância residual e CUNIA & CHEVROU (1969) usaram tal teoria em inventários sucessivos em mais de duas ocasiões.

NEWTON, CUNIA & BICKFORD (1974) estudaram o problema de estimativas de mais de uma característica no intervalo de tempo. Eles usaram métodos de estatística multivariada.

Durante o mesmo período, Hazard estava investigando o uso de programação matemática como um método de alocação ótima em inventários florestais sob vários planos de amostragem, com a finalidade de obedecer os requisitos de precisão para várias características. Ele concluiu que programação convexa era uma boa opção (HAZARD, 1969; HAZARD & PROMNITZ, 1974). KULLDORF (1963) também estudou o mesmo problema. Ao que parece, a teoria desenvolvida para inventário florestal (que é bastante flexível para ser aplicada em outras áreas) foi também independentemente estudada por Senn que descreveu sobre amostragem sucessiva com várias variáveis auxiliares e sobre a extensão da teoria de amostragem em mais de duas ocasiões (SENN, 1972 e 1973a e b).

VAN DEUSEN (1989) apresentou um método simplificado para estimativas de parâmetros populacionais em amostragem em ocasiões sucessivas com reposição parcial. Ele desenvolveu um algoritmo baseado na maximização de uma função probabilística que permite ao mesmo tempo estimativas do volume, do crescimento, bem como das variâncias.

Para o caso do uso de amostragem em duas ocasiões com estimadores provenientes de análise de regressão e amostragem por pontos, MATNEY & PARKER (1991) apresentaram um ajustamento ao método dos quadrados mínimos na construção de tabelas de estoque do povoamento.

No Brasil não se tem muita tradição em IFC, principalmente no que se refere à aplicação da parte teórica para estimativas dos parâmetros, tanto do estoque atual como do crescimento, exceto em tentativas isoladas tais como as de RIBEIRO (1978), BRENA (1979), PAULA NETO & SCOLFORO (1983) e BRENA & PÉLLICO NETO (1993).

No entanto várias empresas florestais implementaram o sistema de unidades amostrais permanentes, numa tentativa de acompanhar o desenvolvimento de florestas plantadas. Destes, destaca-se a Companhia Melhoramento de São Paulo, como sendo a pioneira. Estas parcelas tem servido mais como método de controle ao estilo inicialmente usado na Europa e Estados Unidos.

Algumas empresas públicas, principalmente EMBRAPA, INPA e Instituto Florestal de São Paulo, têm feito tentativas de acompanhar o desenvolvimento de florestas nativas através de unidades amostrais experimentais. O ex Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal (IBDF) fez um grande esforço nos anos de 1979 a 1982 para implantar o IFC a nível nacional, proporcionando recursos para a instalação e primeira medição de milhares de unidades amostrais permanentes em florestas plantadas e nativas em todo país. Este IFC não teve continuidade conforme programado para cada 2 anos.

Outro importante tópico a ser considerado em um IFC é concernente ao tamanho e tipo de unidade amostral. Segundo DE VRIES (1986), o tamanho da unidade amostral deve ser entre 500 a 1.000 m^2, com uma intensidade amostral de 0,1%. Com relação ao tipo de unidade amostral, STOTT (1947) indicou que para estudos de área basal e volume do estoque atual, as unidades amostrais de áreas variáveis são as mais eficientes, enquanto que para estudos de crescimento ou mudanças na população deve-se usar unidades amostrais com áreas fixas.

AMOSTRAGEM EM DUAS OCASIÕES

Antes da publicação da teoria de amostragem para duas ocasiões por WARE & CUNIA (1962), a teoria existente era limitada à restrição de iguais variâncias e tamanhos de amostras nas diferentes ocasiões. Esta restrição afetava inventários florestais porque o uso do mesmo tamanho da amostra ia de encontro ao caso em que se muda o erro de amostragem adotado entre duas ocasiões, bem como existe uma alta probabilidade das variâncias não serem iguais nas duas ocasiões.

Neste trabalho, prevalece a teoria desenvolvida por WARE & CUNIA (1962), porque tal teoria se tornou fundamental em trabalhos de inventário em ocasiões sucessivas. Outros autores podem ter modificado alguns aspectos da teoria e da notação usada por Ware e Cunia para casos específicos, mas a teoria básica é a mesma.

Considere uma população infinita da qual **m** unidades amostrais (remensuráveis), nas quais as informações são obtidas, são consideradas na ocasião inicial e repetidas na segunda ocasião. Similarmente, informações são obtidas em **n** unidades amostrais (temporárias) selecionadas ao acaso em N_1 (m+n) unidades amostrais inicialmente observadas e que não serão remensuradas, mas serão substituídas na segunda ocasião. Também existem **n** novas unidades amostrais selecionadas ao acaso na segunda ocasião e não observadas na primeira ocasião. A Tabela 1 apresenta as notações usuais.

Tabela 1 - Notação para amostragem em duas ocasiões
Table 1 - Two ocasion sampling notation

ocasião *ocasion*	símbolo *symbol*	descrição *description*
1	u	unidades amostrais temporárias *temporary sampling units*
	m	unidades amostrais permanentes *permanent sampling units*
	u+m	N1 = número total de unidades amostrais *total number of sampling units*
	Xu	média das unidades amostrais temporárias *average of the temporary sampling plots*
	Xm	média das unidades amostrais permanentes *average of the permanent sampling plots*
	X	média geral da ocasião 1 *overal average of the ocasion 1*

	μ_1	média populacional *populational average*
	σ^2_x	variância populacional *populational variance*
2	m	unidades amostrais permanentes *permanent sampling units*
	n	novas unidades amostrais temporárias *new temporary sampling unit*
	m+n	N2 = número total de unidades amostrais *total number of sampling units*
	Yn	média das unidades amostrais temporárias *average of the temporary sampling plots*
	Ym	média das unidades amostrais permanentes *average of the permanent sampling plots*
	Y	média geral da ocasião 2 *overal average of the ocasion 2*
	μ_2	média populacional *populational average*
	σ^2_y	variância populacional *populational variance*
	Pm	proporção de unidades amostrais remensuradas *proportion of remeasured sampling units*
	Pu	proporções de unidades amostrais substituidas na ocasião 2 *proportion of replaced sampling units in the ocasion 2*
	ρ	coeficiente de correlação entre os volumes observados na primeira e segunda ocasiões *correlation coeficient between volume measurements in the first and second occasions*

Um esquema simplificado para esta situação é apresentado na Figura 1. Ilustra-se a relação entre unidades amostrais permanentes e temporárias na primeira e segunda ocasiões. Se m=0, isto é, não existe unidade amostral permanente, tem-se o caso de 2 inventários independentes. Similarmente, se $m=N_1=N_2$, a situação consiste em uma completa remensuração das unidades amostrais permanentes sem unidades amostrais temporárias.

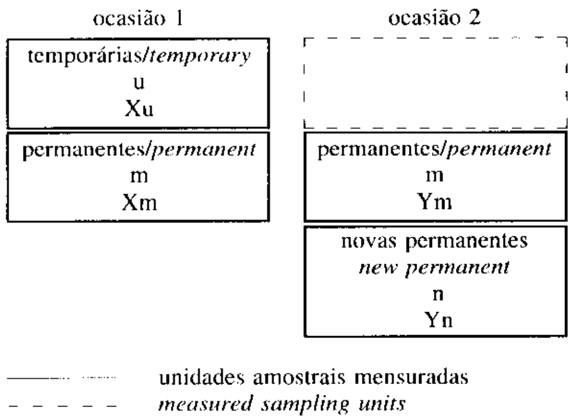


Figura 1: Ilustração de amostragem em duas ocasiões
Figure 1: Illustration of sampling in two ocasions

ESTIMATIVAS DO ESTOQUE ATUAL

Usando médias amostrais, pode-se obter estimativas para μ_2, a média volumétrica verdadeira na segunda ocasião, através de **y**. A fórmula geral para tal estimativa é:

$$\bar{y} = a\,\bar{X}u + b\,\bar{X}m + c\,\bar{Y}m + d\,\bar{Y}n$$

Para ser um estimador sem tendência é necessário que:

$$E(\bar{y}) = \mu_2$$

$$E(\bar{X}u) = E(\bar{X}m) = \mu_1$$

$$E(\bar{Y}n) = E(\bar{Y}m) = \mu_2$$

bem como a+b=0 e c+d=1. Fazendo-se as devidas substituições a fórmula geral torna-se em:

$$\bar{y} = a\,\bar{X}u - a\,\bar{X}m + c\,\bar{Y}m + (1-c)\,\bar{Y}n \qquad (1)$$

onde:

i) **a** e **c** são constantes a serem estimadas,

ii) $\bar{X}u$, $\bar{X}m$, $\bar{Y}m$ e $\bar{Y}n$ são estimativas amostrais sujeitas a erros de amostragem,

iii) devido a remedições e a amostragem inteiramente aleatória na segunda ocasião, Ym é correlacionado com Xm, mas independente de Xu e Yn, e Xm é independente de Xu e Yn.

A variância de **y** é:

$$\sigma_y^2 = a^2 \sigma_X^2 \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{m}\right) + c^2 \frac{\sigma_y^2}{m} + (1-c)^2 \frac{\sigma_Y^2}{n} - 2ac\rho \frac{\sigma_x \sigma_y}{m} \tag{2}$$

onde:

$$\rho = \frac{Cov(XY)}{\sigma_x \sigma_y}$$

As constantes **a** e **c** devem ser estimadas em termos de parâmetros populacionais e informações amostrais. Os valores necessários são aqueles que irão estatisticamente produzir a estimativa mais eficiente de **y** pela minimização da fórmula (2). Isto pode ser feito igualando a zero as derivativas parciais (com respeito a **a** e **c**) na fórmula (2), obtendo-se os seguintes resultados:

$$c = \frac{m}{N_2 - (un\rho^2)/(m+u)}$$

$$a = \left[\frac{m.u/(m+u)}{N_2 - (un\rho^2)/(m+u)}\right] \rho \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right)$$

Usando os valores:

Pm = m/(m+u) = m/N1 (proporção da amostra na ocasião 1 que é remensurada na ocasião 2), e

Pu = u/(m+u) = u/N1 (proporção da amostra na ocasião 1 que é substituída na ocasião 2), as equações de **a** e **c** tornam-se em:

$$a = \left[\frac{m(Pu)}{N^2 - (Pu)n\rho^2}\right] \rho \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\right) \tag{3}$$

$$c = \frac{m}{N_2 - (Pu)n\rho^2} \tag{4}$$

$$(1-c) = \frac{n[1 - (Pu)\rho^2]}{N_2 - (Pu)n\rho^2} \tag{5}$$

Sabendo-se que o coeficiente da regressão de Y em X é:

$$\beta_{YX} = \frac{Cov(YX)}{\sigma_X^2} = \frac{\rho\sigma_Y\sigma_X}{\sigma_X^2} = \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

e substituindo as equações de **a** e **c** na equação (1), resulta em:

$$\bar{y} = \left[\frac{m}{N_2 - (Pu)n\rho^2}\right] \left[\bar{Y}\right] + \frac{n[1-(Pu)\rho^2]}{N_2 - (Pu)n\rho^2} (\bar{Y}n) \tag{6}$$

podendo também ser escrito como:

$$\bar{y} = (c)[\bar{Y}m + (Pu)\,\beta_{YX}(\bar{X}u - \bar{X}m)] + (1-c)(\bar{Y}n)$$

a média geral para primeira ocasião pode ser escrita como:

$$\bar{X} = (Pm)(\bar{X}m) + (Pu)(\bar{X}u) = \bar{X}m + Pu(\bar{X}u - \bar{X}m) \tag{7}$$

e a expressão para **y** é:

$$\bar{y} = (c)[\bar{Y}m + \beta_{YX}(\bar{X} - \bar{X}m)] + (1-c)(\bar{Y}n)$$

considerando-se:

$$\bar{Y}r = [\bar{Y}m + \beta_{YX}(\bar{X} - \bar{X}m)] \tag{8}$$

onde "r" corresponde à regressão, a equação (7) torna-se em:

$$\bar{y} = c(\bar{Y}r) + (1-c)(\bar{Y}n) \tag{9}$$

Nota-se que Yr é uma estimativa por regressão através de dupla amostragem.

Examinando os valores de **c** e (1-c) em (3) e (5), pode-se substituir N2=m+n e multiplicar o numerador e denominador por:

$$(\sigma^2_Y / n)$$

o que resulta em:

$$c = \frac{\dfrac{\sigma^2_y}{n}}{\dfrac{\sigma^2_y}{n} + \left[\dfrac{\sigma^2_y(1-\rho^2)}{m} + \dfrac{\rho^2\,\sigma^2_y}{(m+u)}\right]}$$

$$(1-c) = \frac{\left[\dfrac{\sigma^2_y(1-\rho^2)}{m} + \dfrac{\rho^2\,\sigma^2_y}{(m+u)}\right]}{\dfrac{\sigma^2_y}{n} + \left[\dfrac{\sigma^2_y(1-\rho^2)}{m} + \dfrac{\rho^2\,\sigma^2_y}{(m+u)}\right]}$$

considerando que nestas equações a variância da média volumétrica baseada somente nas novas unidades amostrais da segunda ocasião é:

$$\frac{\sigma^2_y}{n} = \sigma^2_{Yn}$$

e

$$\sigma^2_{\overline{Y}_r} = \left[\frac{\sigma^2_Y\,(1-\rho^2)}{m} + \frac{\rho^2\,\sigma^2_Y}{(m+u)}\right] \qquad (10)$$

que corresponde a variância da média na ocasião 2, estimada através da dupla amostragem com regressão. Desta forma, pode-se reescrever **c** e (1-c) como:

$$(1-c) = \frac{(\sigma^2_{\overline{Y}_r})}{(\sigma^2_{\overline{Y}_n} + \sigma^2_{\overline{Y}_r})}$$

Substituindo-se essas expressões na (9) resulta em:

$$\bar{y} = \frac{\sigma^2_{\overline{Y}_n}\,(\overline{Y_r}) + \sigma^2_{\overline{Y}_r}\,(\overline{Y_n})}{\sigma^2_{\overline{Y}_n} + \sigma^2_{\overline{Y}_r}}$$

$$y = \frac{\dfrac{(\overline{Y_r})}{\sigma^2_{\overline{Y}_r}} + \dfrac{(\overline{Y_n})}{\sigma^2_{\overline{Y}_n}}}{\dfrac{1}{\sigma^2_{\overline{Y}_n}} + \dfrac{1}{\sigma^2_{\overline{Y}_r}}} \qquad (11)$$

cuja variância pode ser escrita como:

$$\sigma^2_{\bar{y}} = \frac{(\sigma^2_{\overline{Y}_r}\,.\,\sigma^2_{\overline{Y}_n})}{(\sigma^2_{\overline{Y}_r} + \sigma^2_{\overline{Y}_n})}$$

que é equivalente a:

$$\sigma^2_{\bar{y}} = \frac{\sigma^2_Y\,[1-(Pu)\rho^2]}{N_2 - (Pu)n\rho^2} \qquad (12)$$

A equação (11) representa um estimador sem tendência de m2, a média volumétrica verdadeira na segunda ocasião. A variância é a apresentada na equação (12). Os autores desta teoria concluíram que observando a equação (9) é óbvio que **y** é formada por duas estimativas independentes. Estas estimativas são baseadas em todas unidades amostrais observadas inicialmente e ajustadas na época de remedição e uma estimativa baseada somente nas novas unidades amostrais mensuradas na segunda ocasião.

WARE & CUNIA (1962) observaram os resultados para alguns casos especiais, como por exemplo, o caso em que o número total de unidades amostrais era igual em ambas ocasiões e o caso de igual variância em ambas ocasiões. Estes casos foram requisitos necessários para trabalhos teóricos anteriores (PATTERSON 1950).

ESTIMATIVAS DE CRESCIMENTO

Usando médias amostrais pode-se obter estimativas do crescimento médio verdadeiro durante um período entre duas ocasiões, D=m1-m2. Este estimador, **gb**, deve ser o melhor estimador sem tendência. A fórmula geral para tal estimador é:

$$gb = A\,\overline{Y}m + B\,\overline{X}m + C\,\overline{Y}n + D\,\overline{X}u$$

assumindo os seguintes requisitos:
E(gb) = (m2-m1)
E(Xu) = E(Xm) = m1
E(Yn) = E(Ym) = m2
A+C = 1
B+D = -1
Reescrevendo a fórmula geral tem-se:

$$gb = (A)\,\overline{Y}m + (1-A)\,\overline{Y}n + (B)\,\overline{X}m - (1+B)\,\overline{X}u$$

onde A e B são constantes a serem estimadas.
A variância de **gb** é:

$$\sigma^2_{gb} = (A)^2\frac{\sigma^2_Y}{m} + (1-A)^2\frac{\sigma^2_Y}{n} + (B)^2\frac{\sigma^2_X}{m} + (1+B)^2\frac{\sigma^2_X}{u} + 2AB\rho\frac{\sigma X\,\sigma y}{m} \qquad (13)$$

As constantes A e B devem ser avaliadas em termos de parâmetros populacionais e informações amostrais. Os valores procurados são aqueles que irão produzir a estatística mais eficiente para **gb**, pela minimização da expressão (13). Isto pode ser obtido igualando as derivadas parciais (com respeito a A e B) na equação (13) a zero e resolvendo as equações simultâneas. Com isso obtêm-se:

$$A = \frac{m}{N_2-(Pu)n\rho^2} + \frac{n(Pm)}{N_2\cdot(Pu)n\rho^2}\cdot\rho\frac{\sigma X}{\sigma Y}$$

$$B = -\frac{m(Pu)}{N_2-(Pu)n\rho^2}\cdot\rho\frac{\sigma Y}{\sigma X} - \frac{N_2(Pm)}{N_2-(Pu)n\rho^2}$$

$$(1-A) = \frac{n[1-(Pu)\rho^2]}{N_2-(Pu)n\rho^2} - \frac{n(Pm)}{N_2-(Pu)n\rho^2}\cdot\rho\frac{\sigma X}{\sigma Y}$$

$$-(1+B) = -\frac{m(Pu)}{N_2-(Pu)n\rho^2}\cdot\rho\frac{\sigma Y}{\sigma X}-\frac{Pu(N_2-n\rho^2)}{N_2-(Pu)n\rho^2}$$

Fazendo-se as devidas substituições em **gb**, obtem-se:

$$gb = \left[\frac{\left(\frac{m}{N_1}\right)}{\left(\frac{N_2}{N_1}\right)-\left(\frac{u}{N_1}\right)\left(\frac{n}{N_1}\right)\rho^2}\right][\bar{Y}m+\beta_{YX}(\bar{X}-\bar{X}m]+\left\{\frac{\left(\frac{n}{N_1}\right)\left[1-\left(\frac{u}{N_1}\right)\rho^2\right]}{\left(\frac{N_2}{N_1}\right)-\left(\frac{u}{N_1}\right)\left(\frac{n}{N_1}\right)\rho^2}\right\}[\bar{Y}n]$$

$$-\left[\frac{\left(\frac{m}{N_2}\right)}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)-\left(\frac{u}{N_2}\right)\left(\frac{n}{N_2}\right)\rho^2}\right][\bar{X}m+b_{XY}(\bar{Y}-\bar{Y}m)]-\left\{\frac{\left(\frac{u}{N_2}\right)\left[1-\left(\frac{u}{N_2}\right)\rho^2\right]}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)-\left(\frac{u}{N_2}\right)\left(\frac{n}{N_2}\right)\rho^2}\right\}[\bar{X}u] \quad (14)$$

que pode ser escrita como:

$$gb = \left\{\left(\frac{m}{H}\right)(\bar{Y}_r)+\left[\frac{n[1-(Pu)\rho^2]}{H}\right](\bar{Y}n)\right\}-\left\{\left[\frac{N_2(Pm)}{H}\right](\bar{X}_r)+\left[\frac{Pu(N_2-n\rho^2)}{H}\right](\bar{X}u)\right\} \quad (15)$$

onde

$$H = N_2-(Pu)n\rho^2$$

$$\bar{X}r = \bar{X}m+\beta_{XY}(\bar{Y}-\bar{Y}m)$$

$$\bar{Y} = \left(\frac{m}{N_2}\right)\bar{Y}m+\left(\frac{n}{N_2}\right)\bar{Y}n$$

onde Y corresponde a média geral das unidades amostrais mensuradas na ocasião 2. Note que:

$$\beta_{XY} = \rho\frac{\sigma X}{\sigma y}$$

corresponde ao coeficiente da regressão de X em Y. A variância de **gb** é:

$$\sigma^2_{gb} = \left[\frac{1}{N_2-(Pu)n\rho^2}\right]\left\{\left(\frac{N_2-n\rho^2}{N_1}\right)\sigma^2_X+[1-(Pu)\rho^2]\sigma^2_Y-2(Pm)\rho\sigma_X\sigma_Y\right\} \quad (16)$$

WARE & CUNIA (1962) observaram que o estimador de **gb** em (15) consiste de dois termos principais, com o primeiro termo equivalente a expressão de **y** em (7). O segundo termo é uma estimativa ponderada da média na ocasião 2. Nesta ocasião o mais eficiente estimador de m1 é a média verdadeira da ocasião 1. Consequentemente, Ware e Cunia consideraram **x** como uma estimativa de X, a estimativa de m1 na ocasião 1. Também eles consideraram que **gb** é o melhor estimador linear sem tendência do crescimento, D = m1-m2. Este estimador provem das unidades amostrais que são mensuradas somente na primeira ocasião e que são relacionadas com a segunda ocasião através da regressão das unidades amostrais remedidas. Talvez uma das mais indesejáveis características do estimador de **gb** é que quando adicionado a média volumétrica da ocasião 1, o resultado não é a média volumétrica da ocasião 2. Ware e Cunia denominaram esta característica de um termo aditivo e explicaram que é devido ao uso de um estimador corrigido da média da primeira ocasião, **x**, ao invés da estimativa real X, estimada na primeira ocasião. Também observaram que isto é uma propriedade aceita pelos estatísticos, mas que não tem a mesma aceitação por pessoas que estão mais ligadas a aplicações de tais estatísticas.

Vários outros estimadores de crescimento são discutidos por WARE & CUNIA (1962). Entre eles estão incluídos um estimador baseado na média geral da ocasião 1, um estimador que usa somente unidades amostrais que são remedidas, e um estimador ponderado em função das unidades amostrais remensuradas e independentes. Nas derivativas desses estimadores os procedimentos são similares ao usado para derivar o estimador de **gb**. O melhor estimador a ser usado para um particular inventário deve ser aquele que melhor se ajuste aos objetivos do inventário.

ALOCAÇÃO ÓTIMA DAS UNIDADES AMOSTRAIS

WARE & CUNIA (1962) estudando o problema de alocação das unidades amostrais, notaram que para o mais eficiente estimador, a estimativa do crescimento, em geral, irá ter um erro de amostragem mínimo (como na equação 16) quando todas as unidades amostrais foram remensuradas, mas que a menor estimativa da variância do volume presente no ato da remedição é obtido se a amostra inicial é parcialmente repetida na segunda ocasião. Observaram também que para um inventário florestal, o volume do estoque atual e o crescimento do período devem ser obtidos no mesmo plano de amostragem porque os recursos financeiros nunca são ilimitados. Os custos para remensurar unidades amostrais, são, às vezes, mais altos que aqueles para mensurar novas unidades amostrais, principalmente em se tratando de unidades amostrais de áreas variáveis. Tais autores apresentaram uma metodologia de otimização de esforços e recursos na alocação de unidades amostrais novas e remensuráveis, nos casos em que: (1) estimar o estoque atual, e (2) simultaneamente estimar estoque atual e crescimento.

Estimativa do estoque atual

Para obter expressões para valores ótimos de **m** e **n**, deve-se minimizar a função de custo envolvendo **m** e **n**, na dependência de que o erro de amostragem sy seja igual a um dado valor de $\sqrt{k}$. Tais custos podem ser definidos como:

C = total de recurso financeiro disponível

Cn = custo por unidade amostral **n** para novas unidades amostrais

Cm = custo por unidade amostral para **m** unidades amostrais remensuráveis

Cf = outros custos fixos

k = erro de amostragem adotado

A função linear de custos pode ser escrita como:

$$C = n(Cn) + m(Cm) + Cf \tag{17}$$

Reescrevendo a equação (12) em termos de **m** e **n**, tem-se:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_y^2[N_1(1-\rho^2)+m\rho^2]}{mN_1 + nN_1(1-\rho^2)+mn\rho^2} \tag{18}$$

Os seguintes requisitos são necessários:

a) o tamanho total da amostra N1 deve ser conhecido

b) Cn, Cm, e Cf devem ser conhecidos

c) as estimativas de r e σ_Y^2 devem ser obtidas independentemente

d) n, m, e m>0

Deve-se minimizar (17) através da função de Lagrange **y** sob o requisito de que σ_y^2 seja igual a K. A expressão de **y** é:

$$\psi = [n(C_n) + m(C_m) + Cf] + \lambda \left\{ \frac{\sigma_y^2[N_1(1-\rho^2)+m\rho^2]}{mN_1 + nN_1(1-\rho^2)+mn\rho^2} - K \right\} \tag{19}$$

As derivadas parciais com respeito a **n**, **m** e l devem ser igualadas a zero, sendo que após a resolução das equações simultâneas obtem-se:

$$m = \frac{N_1\sqrt{1-\rho^2}}{\rho^2}\left[\sqrt{\frac{Cn}{Cm}} - \sqrt{(1-\rho^2)}\right] \tag{20}$$

$$n = \frac{\sigma_Y^2}{k} - \left(\frac{N_1}{\rho^2}\right)\left[1 - \sqrt{\frac{Cm(1-\rho^2)}{Cn}}\right] \tag{21}$$

Das fórmulas (20) e (21) observa-se que o número de unidades amostrais remensuráveis, **m**, depende do número inicial de unidades amostrais, N1, a razão dos custos Cn/Cm e do coeficiente de correlação **r**. O número ótimo de unidades amostrais remensuradas não depende do erro de amostragem adotado K, ou da variância de **y**.

WARE & CUNIA (1962) observaram que o número ótimo de unidades amostrais remedidas **m**, aumenta com o aumento do tamanho inicial da amostra N1, e com o aumento no custo de uma nova unidade amostral Cn, mas decresce com o aumento do custo de uma unidade amostral remedida. Concluíram que para estimar o estoque atual deve-se remensurar um número suficiente de unidades amostrais e que adicionais fundos devem ser usados observando novas unidades amostrais.

Estimativas do estoque atual e do crescimento

Para obter-se expressões para otimizar **m** e **n**, a função de custos deve ser minimizada, da mesma forma que na seção anterior. Nesta situação, o estoque atual e o crescimento são simultaneamente estimados o os valores ótimos para **m** e **n** devem ser estimados, lavando-se em contas os requisitos de erro de amostragem adotado e mínimo custo. As restrições no processo de minimização são as funções de variância para o estoque atual e para o crescimento. As equações (12) e (16) podem respectivamente ser reescritas em termos de **m** e **n**:

$$\sigma^2_y = \frac{\sigma^2_Y[N_1(1-\rho^2)+m\rho^2]}{mN_1+nN_1(1-\rho^2)+mn\rho^2} - k \tag{22}$$

$$\sigma^2_{gb} = \frac{[m+n(1-\rho^2)]\sigma^2_X + [N_1(1-\rho^2)+m\rho^2]\sigma^2_Y - 2m\rho\sigma_X\sigma_Y}{mN_1 + nN_1(1-\rho^2) + mn\rho^2} - kg \tag{23}$$

Os mesmos requisitos adotados para (17) também devem ser observados aqui. Neste caso as restrições impostas a função de Lagrange são não lineares e podem ser resolvidas através de processos interativos. WARE & CUNIA (1962) usaram um método gráfico alternativo e reduziram as equações (22) e (23) respectivamente para:

$$m(KN_1 - r^2 s^2_Y) + n[KN_1(1-r^2)] + mn(Kr^2) - s^2_Y N_1(1-r^2) = 0 \tag{24}$$

$$m[K_g N_1 - (\sigma_X - \rho\sigma_Y)^2] + n[(1-\rho^2)(K_g N_1 - \sigma^2_X)] + mn(\rho^2 K_g) - \sigma^2_Y N_1(1-\rho^2) = 0 \tag{25}$$

O procedimento adotado foi igualar as duas equações a zero e plotá-las definindo os limites (bordaduras) dos resultados admissíveis. Plotando uma série de funções de custos, eles determinaram pontos onde uma função de custo interceptava o limite admissível de tal forma que os custos eram minimizados e os valores de **m** e **n** satisfaziam as restrições impostas.

Comentários adicionais

Os dois métodos de alocação discutidos são bem gerais e cada um pode ser modificado, impondo-se condições especiais. Isto é demonstrado em WARE & CUNIA (1962). Os custos também podem ser minimizados através de restrições impostas na variância (ver as duas seções anteriores) ou por minimização da variância com restrições impostas nos custos. Na realidade, o procedimento a ser adotado para um determinado inventário florestal vai depender especificamente das informações que o técnico dispõe.

Outro importante tópico relacionado com alocação é a determinação do tempo entre duas ocasiões. Isto torna-se ainda mais importante quando mais de uma remensuração for efetuada. Deve haver vários fatores envolvidos com este problema de alocação e talvez não haja uma solução geral devido as características específicas de crescimento de cada floresta, combinadas com o tipo de manejo adotado.

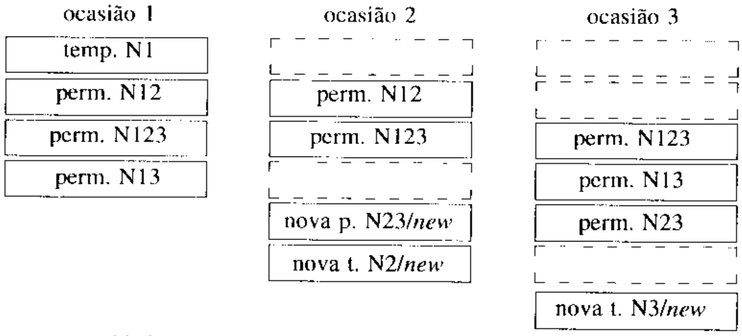
AMOSTRAGEM EM TRÊS OCASIÕES

Em inventário florestal, por causa do tempo requerido para as árvores crescerem de um tamanho mínimo mensurável até a idade de rotação, geralmente se faz necessário amostrar o povoamento em mais de duas ocasiões. WARE & CUNIA (1962) limitaram seu trabalho a uma situação de amostragem em duas ocasiões, embora alguma teoria de amostragem com reposição parcial em sucessivas ocasiões também seja apresentada. SENN (1973) concluiu que a teoria utilizada em duas ocasiões pode ser empregada em casos de maior número de remensurações.

Como nos casos de duas ocasiões, talvez seja mais fácil considerar a visualização de uma figura do que fazer uma descrição. Assim a Figura 2 ilustra uma situação de amostragem em 3 ocasiões. Inclui novas unidades amostrais temporárias em cada ocasião, unidades amostrais permanentes na primeira e segunda ocasiões, primeira e terceira, segunda e terceira, e primeira, segunda e terceira ocasiões. Isto não implica que amostragem em 3 ocasiões deva ter todos esses tipos de unidades amostrais, mas sejam apresentados todos possíveis casos.

É óbvio que amostrar em mais de duas ocasiões pode se tornar muito complicado, especialmente quando se quer otimizar a alocação das unidades amostrais em cada ocasião. Alguns problemas potenciais devem ser considerados. Estes incluem a possibilidade de mudanças significantes entre o tempo da primeira ocasião e da última mensuração. Tais mudanças podem incluir desbaste ou outra ação que pode afetar o crescimento das árvores nas unidades amostrais. Enquanto que a teoria que prevalece não incorpora a variância verdadeira em cada ocasião, problemas podem surgir com relação ao coeficiente de correlação entre o volume observado em uma unidade amostral observada na primeira ocasião e a mesma unidade amostral na ocasião subseqüente.

Uma possível solução para evitar problemas causados por mudanças nos vários períodos de mensuração é considerar pares de ocasiões. Para situação de 3 ocasiões, isto significa avaliar as ocasiões 1 e 2 depois da segunda mensuração e avaliar as ocasiões 2 e 3 depois da terceira mensuração. Isto poderá permitir o uso completo de informações obtidas em ocasiões prévias e, talvez, evitar potenciais problemas causados por longos períodos de remensuração que poderiam resultar da ligação entre as ocasiões 3 e 1 diretamente.



——— unidades amostrais mensuradas/*measured sampling units*

- - - unidades amostrais não mensuradas mas que podem ser estimadas através de valores obtidos em outras unidades amostrais/ *unmeasured sampling units, but wich can be estimated from values of other sampling units*

Figura 2 - Ilustração de amostragem em três ocasiões
Figure 2 - Illustration of sampling in three ocasions

AMOSTRAGEM COM MÚLTIPLOS OBJETIVOS

Uma modificação da teoria básica de IFC também apresentada em WARE & CUNIA (1962) refere-se a otimização de amostragem com reposição quando os objetivos são múltiplos. Este assunto foi estudado por HAZARD (1969) que foi orientado de Ware na Iowa State University. Ele define como múltiplos objetivos o caso em que diversas variáveis de interesse são mensuradas para satisfazer vários objetivos. Os critérios para selecionar o mais eficiente tamanho da amostra e unidades amostrais a serem repostas dependem das restrições impostas sobre a variância em uma ou mais variáveis. Também declarou que o problema era minimizar uma função objetiva (custos) sob várias restrições (variância para cada variável). As variáveis consideradas foram:

a) mudanças na área do povoamento com finalidades comerciais;
b) mudanças no crescimento do estoque volumétrico;
c) mortalidade;
d) volume removido através de cortes intermediários;
e) crescimento líquido no estoque volumétrico;
f) áreas de povoamentos comerciais;
g) crescimento do estoque volumétrico.

Agências que executam inventários florestais sabem das dificuldades dos cálculos de reposição ideal para obedecer os requisitos do inventário quando 2 ou mais objetivos são considerados. O que era usualmente feito era tomar um tamanho de amostra que parecia ser apropriado para a condição mais restritiva de precisão. Isto, entretanto, não era a melhor solução para os vários objetivos. Na procura de uma técnica matemática para determinar como otimizar tal problema, HAZARD (1969) concluiu que programação convexa, usando um sistema de restrições não lineares na variância e funções de custo não lineares a serem minimizadas, eram um bom potencial.

Em publicação posterior concernente ao mesmo assunto HAZARD & PROMNITZ (1974) concluíram que a solução ótima pode variar desde a completa remensuração de uma grande fração amostral, dependendo do nível de precisão especificado e dos custos relativos para obter a informação requerida. Eles também concluíram que isto é apenas uma aplicação de programação convexa no desenvolvimento da planificação ótima de inventários florestais. Tal procedimento pode ser aplicado também em amostragem estratificada, e múltiplos estágios com múltiplos objetivos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento de inventário florestal contínuo (IFC) começou com o uso de unidades amostrais permanentes pelos franceses em 1878. Nas décadas subseqüentes, tal sugestão foi adotada pelos florestais europeus e americanos. Somente em 1962, Ware e Cunia apresentaram um desenvolvimento formal de tal teoria.

IFC com reposição parcial de unidades amostrais é um procedimento que os florestais podem usar para responder questões concernentes a estimativas do estoque atual e de crescimento. CUNIA (1965) declarou que a grande vantagem do método de reposição parcial sobre os outros, é que existe uma alta correlação entre os volumes mensurados na primeira ocasião com volumes remensurados em outra(s) ocasião(ões). Esta correlação e a regressão linear correspondente são estimadas através das informações obtidas na segunda ocasião. Então uma regressão linear simples é aplicada as unidades amostrais mensuradas e estimativas para as ocasiões que não houveram mensurações são obtidas através desta.

WARE & CUNIA (1962) desenvolveram um procedimento para determinar o melhor desenho amostral, de tal forma que a precisão requerida é obtida com mínimo custo. Enfatizaram que a parte mais essencial não é que um particular desenho amostral seja adotado, mas que para cada inventário deve-se procurar o desenho amostral ideal que melhor se adapte aos seus objetivos. Para amostragem em mais de duas ocasiões, isto pode incluir considerações sobre o desenho amostral inicial e avaliações de tal desenho para cada mensuração em ocasiões sucessivas.

Deve-se observar que o uso de unidades amostrais permanentes e remensuráveis com reposição parcial deve ser considerado somente como parte do desenho amostral. Pode ser incorporado em qualquer desenho amostral. As únicas limitações são os objetivos do inventário florestal e a imaginação do técnico responsável pelo inventário.

BIBLIOGRAFIA CITADA

AVERY, T. E. & BURKHART, H. E. 1983. **Forest Mensuration**. McGraw Hill, New York. 331 p.

BICKFORD, C. A. 1952. The sampling design used in the forest survey of the Northeast. **Jour. For.**, **50**:290-293.

BICKFORD, C. A.; MAYER, C. E. & WARE, K. D. 1963. An efficient sampling design for forest inventory: The Northeast forest survey. **Jour. For.**, **61**:826-833.

BRENA, D. A. 1979. **Comparação dos métodos de inventários florestais sucessivos em relação à amostragem com repetição parcial, aplicados em uma população estratificada**. UFPR, Curitiba, Dissertação de Mestrado. 127 p.

BRENA, D. A. & PÉLLICO NETO, S. 1993. Metodologia para determinação da intensidade amostral em inventários florestais contínuos com dupla amostragem. In: **1° Congresso Florestal Panamericano** e **7° Congresso Florestal Brasileiro**, Curitiba, PR. p. 525-527.

COCHRAN, W. 1977. **Sampling techniques**. Wiley & Sons, New York. 428 p.

CUNIA, T. 1965. Continuous forest inventory, partial replacement of samples and multiple regression. **For. Sci.**, **11**:480-502.

CUNIA, T. & CHEVROU, R. B. 1969. Sampling with partial replacement on three or more occasions. **For. Sci.**, **15**:204-224.

DE VRIES, P. G. 1986. **Sampling theory for forest sampling**. Springer-Verlag. 398 p.

FRAYER, W. E. 1966. Weighted regression in sucessive forest inventories. **For. Sci.**, **12**:464-472.

HALL, O. F. 1959. The contribution of remeasured sample plots to the precision of growth estimates. **Jour. For.**, **57**:807-811.

HAZARD, J. W. 1969. **Optimum replacement strategy for sucessive forest surveys with multiple objectives**. Iowa State University, Ph. D. Thesis. 301 p.

HAZARD, J. W. & PROMNITZ, L. C. 1974. Design of sucessive forest inventories by convex mathematical programming. **For. Sci.**, **20**:117-127.

HUSCH, B.; MILLER, C. & BEERS, T. 1972. **Forest mensuration**. John Wiley & Sons. 402 p.

KAKASAI, M. A. 1936. Increment determination on the basis of stand tables. **Jour. For.**, **34**:628-631.

KIRKLAND, B. P. 1934. Regulating the cut by the continuous inventory-flexible rotation system. **Jour. For.**, **32**:818-825.

KULLDORF, G. 1963. Some problems of optimum allocation for sampling on two occasions. **Rev. Int. Sta. Inst.**, **31**:24-57.

MATNEY G. T. & PARKER, R. C. 1991. Stand and stock tables from double-point sample. **For. Sci.**, **37**:1605-1613.

METTER, J. W. 1953. Continuous inventory management and growth studies. **Jour. For.**, **51**:410-414.

MEYER, H. A. 1935. A simplified increment determination on the basis of stand tables. **Jour. For.**, **33**:799-806.

MEYER, H. A. 1942. Increment determination on the basis of stand tables. **Jour. For.**, **34**:948-950.

MEYER, H. A. 1943. Methods of forest growth determination. Penn. State Coll. **Bulletin** 435.

MEYER, H. A. 1953. **Forest mensuration**. Penns Valley Publ. Inc. State College, PA. 357 p.

NEWTON, C. M.; CUNIA, T. & BICKFORD, C. A. 1974. Multivariate estimators for sampling with partial replacement on two occasions. **For. Sci.**, **20**:106-116.

PAULA NETO, F. & SCOLFORO, J. R. S. 1983. Eficiência relativa de inventários repetidos em plantações de *Eucalyptus* spp. **Rev. Árvore**, **7**(2):123-135.

PATTERSON, H. D. 1950. Sampling on successive occasions with partial replacement of units. **Jour. Royal Stat. Soc.**, Serie B:241-255.

RIBEIRO, J. C. 1978. **Eficiência da amostragem com repetição parcial em relação aos outros processos de inventários florestais sucessivos em duas ocasiões**. UFPR, Curitiba. 99 p.

SENN, A. R. 1972. Successive sampling with p auxiliary variables. **Ann. Math. Stat.**, **43**:2031-2034.

SENN, A. R. 1973. Theory and application os sampling on repeated occasions. **Australian Jour. Stat.**, **15**:105-110.

SPURR, S. H. 1952. **Forest inventory**. Ronald Press, New York. 476 p.

STEVENSON, D. D. & MEYER, H. A. 1940. An application of the continuous inventory system of management. **Jour. For.**, **38**:661-664.

STOTT, C. B. 1947. Permanent growth and mortality plots in half the time. **Jour. For.**, **45**:669-673.

VAN DEUSEN, P. 1989. Multiple-occasion partial replacement sampling for growth component. **For. Sci.**, **35**(2):388-400.

WARE, K. D. & CUNIA, T. 1962. Continuous forest inventory with partial replacement of samples. **For. Sci.**, Monografia 3. 40 p.

Trabalho submetido em 12.93 e aceito em 06.95