

Análise de componentes principais e função spline para definir a forma do tronco de pinus tropicais

HUMBERTO ANGELO*
LUIZ HERNAN RODRIGUES CASTRO**
ROBERTO TUYOSHI HOSOKAWA***
FLÁVIO FELIPE KIRCIINER****

RESUMO

Um método empregando análise de componentes principais seguido de uma função spline quadrática é apresentado como alternativa para a descrição da forma dos troncos de pinus tropicais plantados no cerrado brasileiro. Pelo método identificou-se os segmentos homogêneos ao longo do tronco. O ajuste do perfil do tronco foi feito por uma função spline do tipo quadrática e os valores observados e estimados foram testados pelo teste de Qui-quadrado. Como resultado identificou-se 3 regiões homogêneas ao longo do tronco e cada qual constituiu-se em um segmento para aplicação da função spline. Os valores estimados pelo modelo, quando comparados com os valores observados, não apresentaram diferença significativa ao nível de 1 % de probabilidade, pelo teste de Qui-quadrado, atestando assim a eficácia do mesmo. Os procedimentos estatísticos adotados mostraram ser eficazes para a descrição da forma dos troncos.

Palavras-chave: perfil do tronco, componentes principais, spline quadrática, pinus tropicais

ABSTRACT

Principal components analysis and spline function to estimate taper of tropical pines. A method using principal components analysis following the application of a quadratic spline function is presented as an alternative for stem profile description of tropical pines growing in the Brazilian savana. By this method, it was possible to identify homogenous segments of the stem. A taper function was fitted by quadratic spline and observed and estimated diameters at the different stem heights were statistically tested by chi-square. The results showed that there are 3 homogenous segments along the stem, each one suitable for applying the spline function. The estimated diameters by these procedures when compared with observed diameters were not significantly different by the chi-square test at 1 % level. So these results allowed to conclude that these procedures are efficient in estimating diameter at different stem heights on tropical pines.

Key words: stem profile, principal components, spline function, tropical pines

*Engenheiro florestal, M.Sc., Prof. do Departamento de Engenharia Florestal, UnB

**Estatístico, Ph.D., Prof. do Departamento de Estatística, UNB e Pesquisador da EMBRAPA

***Engenheiro florestal, Dr., Prof. Titular do Departamento de Silvicultura e Manejo, UFPR

****Engenheiro florestal, Ph.D., Prof. Adjunto do Departamento de Silvicultura e Manejo, UFPR

INTRODUÇÃO

A maximização da renda proveniente do uso de florestas comerciais tem sido a preocupação de muitos investigadores florestais. A diversificação na oferta de produtos é um parâmetro essencial na mensuração do desenvolvimento florestal. Não há dúvidas de que, para propiciar diferentes usos ao tronco de uma árvore, é necessário conhecer sua forma, a qual determinará o método de processamento.

A forma do tronco de uma árvore, ou "taper", e os sortimentos dos diferentes volumes para múltiplos fins são básicos nos estudos de planejamento e de viabilidade econômica.

Os vários segmentos do tronco de uma árvore e as semelhanças desses com diferentes sólidos geométricos tornam possível o uso de sub-modelos para descrever sua forma. Quando se quer transformar esses sub-modelos num polinômio, podem ser utilizadas técnicas de regressão polinomial segmentada. Dentre os trabalhos que usaram esta técnica destaca-se o estudo de MAX & BURKHART (1976).

No Brasil, o uso de modelos polinomiais para descrever o perfil dos troncos foi recomendado por HOSOKAWA (1986), pela sua simplicidade e pelo fato de se tratar de um caso da análise de regressão múltipla.

No campo da investigação florestal, a evolução no uso dos polinômios segmentados foi um dos passos para se chegar à utilização das funções interpoladoras do tipo spline.

LIU (1980), trabalhando com spline cúbica, derivou uma função de forma e, pela sua integração, obteve volume de diferentes partes do tronco, mostrando a viabilidade da utilização desta técnica. KIRCHNER *et al* (1990), trabalhando com spline do tipo cúbico, também encontrou resultados satisfatórios para a forma de troncos de *Pinus* sp e da qual obteve os volumes para diferentes sortimentos.

A técnica estatística multivariada de componentes principais tem sido utilizada na investigação da forma de troncos e bons resultados foram encontrados por AHRENS & HOLBERT (1981) para *Pinus taeda* no sul do Brasil e por LIU & KEISTER (1978) nos Estados Unidos.

Em síntese, o desenvolvimento de técnicas estatísticas e modelos matemáticos é notável na literatura florestal, o que é facilmente constatado na revisão elaborada por STERBA (1980). Recentemente, GUIMARÃES & LEITE (1992) utilizaram modelos não lineares para descrever o perfil do tronco de *Eucalyptus* sp.

As razões desta busca incansável de novos modelos justifica-se pela necessidade de melhor estimar os parâmetros das toras e também pelas vantagens econômicas proporcionadas pelos sortimentos volumétricos na otimização da renda do produto madeireiro.

Este trabalho visa propor um método para estimar os diâmetros ao longo do tronco, sendo, num primeiro passo, aplicada a técnica multivariada de componentes principais e, num segundo, feito o ajuste de uma função

spline quadrática para descrever o perfil dos troncos de espécies de pinus tropicais.

MATERIAL E MÉTODOS

MATERIAL DE ESTUDO

De posse de um inventário piloto realizado em plantios de *Pinus* sp na fazenda experimental da Universidade de Brasília, 36 árvores de espécies de pinus tropicais foram aleatoriamente selecionadas e abatidas. Os resultados das estatísticas do inventário piloto e a distribuição diamétrica das árvores estudadas são mostrados nos Quadros 1 e 2, respectivamente. Estes plantios experimentais, com idade variando entre 13 e 15 anos plantados no espaçamento de 3x2 m, fazem parte de um conjunto de projetos de pesquisas da Universidade de Brasília.

As árvores foram abatidas a 0,3 m do solo e, de metro em metro, foram retirados discos para análise de tronco. Foram também medidos os diâmetros, sem casca, em diferentes posições do tronco para o estudo da forma. As espécies estudadas foram *Pinus caribaea* var. *caribaea*, *P. caribaea* var. *hondurensis* e *P. oocarpa*.

Quadro 1 - Estatísticas das espécies estudadas com base nos dados do inventário piloto do povoamento

Table 1 - Species statistics based on data of the stand pilot project

variável variable	nº de observações # of observations	média mean	CV (%) ^a CV (%) ^a	mínimo minimum	máximo maximum
DAP/DBH	120	21,54	26,42	10,1	35,8

^acoeficiente de variação/coefficient of variation

Quadro 2 - Distribuição diamétrica por classe (cm) das árvores estudadas por espécie

Table 1 - Diameter distribution by class (cm) of the studied trees by species

DAP DBH	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>caribaea</i>	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	<i>Pinus</i> <i>oocarpa</i>
≤ 14,9	4	0	2
15 - 19,9	7	0	3
20 - 24,9	5	2	2
25 - 29,9	7	4	0
Total	23	6	7

Considerou-se para efeito deste estudo o diâmetro na ponta fina maior do que 3 cm e, como altura total (htot), o comprimento total da árvore, ou seja, de 0,3 m até o término do fuste. O DAP variou de 0,08 à 0,29 m e a altura total de 10,3 à 21,1 m. A maior altura onde se obteve medida de diâmetro maior do que 3 cm foi a 19,3 m.

ÁREA DE ESTUDO

Os dados são oriundos de plantios de *Pinus* sp localizados na Fazenda Água Limpa. A fazenda está situada no Distrito Federal, a 15°56'14" de latitude S e 47°46'08" W do meridiano de Greenwich, numa altitude média de 1.100 m. A temperatura mínima do ar verifica-se no bimestre junho e julho com valores de, respectivamente, 18,3 °C e 18,4 °C e a máxima em outubro com valor de 21,6 °C, com médias compensadas. O trimestre mais quente é de agosto e outubro e o mais frio é o de maio a julho. No que tange à temperatura média por estação do ano, tem-se no verão 21,0 °C, no inverno 19,4 °C, no outono 20,4 °C e na primavera 21,4 °C. A precipitação anual é de 1.525,9 mm, a evapotranspiração potencial é de 940,7 mm e a evatranspiração real é de 873,8 mm. A deficiência hídrica é de 74,9 mm e o excedente hídrico é de 652,1 mm. Pela classificação de Köppen o clima é Cw com verão fresco (FLOR, 1993). De acordo com FREIRE (1979) os solos são pertencentes aos grandes grupos Latossolo Vermelho-Amarco, Laterita Hidromórfica, Aluviais, Orgânicos e Glei Pouco Húmico.

ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

A análise multivariada em componentes principais para descrever o perfil do tronco foi utilizada por AHRENS (1980) para *P. taeda*. O referido autor concluiu que o primeiro componente, carregando o máximo da variação total dos dados, foi suficiente para expressar a forma do fuste daquela espécie. FRIES (1965), FRIES & MATERN (1966), LIU (1978) e AHRENS & HOLBERT (1981) recorreram à análise de componentes principais para expressar a forma do fuste das árvores.

A análise em componentes principais define p combinações lineares das variáveis X1, X2, X3, ... Xp denominadas componentes principais, de tal forma que cada combinação tenha o máximo de variância generalizada das variáveis e seja linearmente independente.

A solução algébrica para determinar as componentes encontra-se ao dar solução à equação $(R - \lambda I) = 0$, onde R é matriz correlação de tamanho p x p, I é a matriz identidade de dimensão p e λ é o autovalor da matriz R, que está sempre associado a um autovetor (a). Do autovalor obtém-se a variância do respectivo componente principal, enquanto os elementos do autovetor fornecem os coeficientes para se obterem os componentes principais (JOHNSON & WICHERN, 1982; MORRISON, 1976).

Os autovalores λ_1 têm características tais que: $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > \lambda_p$ e cada autovalor tem um vetor próprio associado. A contribuição correlacionada

de cada diâmetro (X_j) ao longo do tronco foi estimada pela expressão: $c_j = a_j \lambda_j^{1/2}$, onde c_j = contribuição do diâmetro j ; a_j é o elemento do autovetor associado e λ_j é a variância associada ao autovetor i .

Os segmentos $S(i)$ foram definidos com auxílio gráfico, ao plotar o primeiro componente (CP1) versus o segundo componente (CP2). Detalhes desta técnica são encontrados em MORRISON (1976).

REGRESSÃO SEGMENTADA

A aproximação por polinômios é muito conveniente, uma vez que as funções polinomiais têm várias propriedades interessantes. Uma delas é sua analiticidade, ou seja, pode-se calcular as derivadas de qualquer ordem dos polinômios. Entretanto, a exigência de muitas derivadas pode ser muito restritiva quando deseja-se aproximar funções em intervalos grandes.

Uma solução de compromisso é usar funções polinomiais por partes. Neste caso, evita-se o oneroso trabalho da analiticidade no intervalo inteiro, permitindo um certo grau de descontinuidade das derivadas de ordem mais elevadas em alguns pontos. O fato é que esta característica de pseudo analiticidade confere às funções polinomiais por parte, chamadas splines, boas propriedades de aproximação, convergência e estabilidade com respeito aos erros de arredondamento.

Splines são definidos como polinômios segmentados de grau n cujos valores da função e suas primeiras $n-1$ derivadas contínuas passam nos pontos onde se juntam, pontos estes chamados nós (PRENTER, 1975).

LIU (1980) sugeriu que ao invés de aproximar uma dada função sobre um único intervalo $[a, b]$ por apenas um polinômio, é possível dividir em n sub-intervalos $[a, X_1], [X_1, X_2], \dots, [X_{n-1}, b]$ e aproximar a função por um polinômio de grau menor em cada sub-intervalo.

Em resumo, pode-se sintetizar a regressão segmentada como sendo uma função linear de grau n no intervalo $[a, b]$ e que poderá ser subdividida em n -subespaços x^n de dimensão n no intervalo $[a, b]$. A condição essencial é que a diferencial de cada segmento (S_i) no ponto de "encontro" com o outro segmento (S_j), seja igual, quer dizer, $S'(a) = S'(b)$.

A derivação dos parâmetros mencionados acima é encontrada em PRENTER (1975), LIU (1980) e KIRCHNER *et al* (1990).

Matematicamente, as relações desejadas podem ser expressas como:

$$Y = [a_1 + b_1(X_1 - X_0)]D1 + [a_2 + b_2(X - X_1)]D2 + [a_3 + b_3(X - X_2)]D3 + u \quad (1)$$

Onde Y é o vetor dos diâmetros ao longo do tronco a ser estimado e, X_j é o vetor das alturas ao longo do tronco; sendo que $X_0 = 0,3$; $X_1 = 11,3$; $X_2 = 14,3$ e $X_3 = 19,3$; D_i é uma variável auxiliar de valor unitário para todas as observações desde que $X_{i-1} < l < X_i$ para $i=1, 2$ e 3 ; e, a_i e b_i são coeficientes a serem estimados e u é o erro estocástico.

A expressão (1) é, em geral, descontínua entre X_1 e X_2 , mas esta descontinuidade pode ser evitada se os valores dos coeficientes são vinculados ou seja:

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + b_1(X_1 - X_0) \\ a_3 &= a_2 + b_2(X_2 - X_1) \end{aligned} \quad (2)$$

Substituindo-se 2 em 1, tem-se:

$$\begin{aligned} Y &= a_1 + b_1[(X - X_0)D1 + (X_1 - X_0)D2 + (X_2 - X_1)D3] + \\ &+ b_2[(X - X_1)D2 + (X_2 - X_1)D3] + b_3[(X - X_2)D3] + u \end{aligned} \quad (3)$$

Consequentemente, a expressão (3) converte-se para um problema de regressão múltipla onde os valores de Y e X são conhecidos.

No presente trabalho o modelo usado pode ser assim descrito:

$$\begin{aligned} Y &= [a_1 + b_1(X - X_0) + c_1(X - X_0)^2]D1 + [a_2 + b_2(X - X_1) + \\ &+ c_2(X - X_1)^2]D2 + [a_3 + b_3(X - X_2) + c_3(X - X_2)^2]D3 + u \end{aligned} \quad (4)$$

Em geral, os modelos acima são descontínuos nos nós, como são as funções deriváveis, mas a aplicação do apropriado contraste para os coeficientes, não somente fazem a função contínua, mas garantem continuidade das 1ª e 2ª derivadas. Os contrastes requeridos para este propósito são:

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + b_1(X_1 - X_0) + c_1(X_1 - X_0)^2 \\ b_2 &= b_1 + 2c_1(X_1 - X_0) \\ c_2 &= c_1 \\ a_3 &= a_2 + b_2(X_2 - X_1) \\ b_3 &= b_2 + 2c_2(X_2 - X_1) \\ c_3 &= c_2 - c_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Considerando os intervalos $(X_1 - X_0) = (X_2 - X_1) = (X_3 - X_2) = W$, substituindo W em (5) e adicionando outras operações matemáticas, tem-se:

$$Y = a_1 + b_1W + c_1W^2 \quad (6)$$

Onde Y é o vetor a ser estimado dos diâmetros ao longo do tronco, W é o diâmetro a uma dada altura e a_1 , b_1 e c_1 são coeficientes a serem estimados. Enfim, tem-se uma regressão múltipla composta por duas variáveis, a qual foi utilizada para descrever a forma dos troncos em cada um desses intervalos.

O modelo de regressão foi avaliado analisando-se as seguintes estatísticas: R^2 , F, erro padrão residual (S_{xy}) e t de Student. A avaliação entre os valores observados e os estimados foi feita pelo teste de Qui-quadrado ao nível de 1 % de probabilidade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

ANÁLISE DE CORRELAÇÃO

O Quadro 3 mostra a matriz de correlação entre os diâmetros médios a diferentes alturas do tronco e também a altura total. Observa-se que os diâmetros na base tendem a estar mais associados entre si do que os diâmetros

Quadro 3 - Matriz de correlação dos diâmetros ao longo do tronco
 Table 3 - Diameter correlation matrix along the stem profile

	D003	D013	D023	D033	D043	D053	D063	D073	D083	D093	D103	D113	D123	D133	D143	D153	D163	D173	D183	D193	htot			
D003	1000																							
D013	974	1000																						
D023	938	981	1000																					
D003	929	977	993	1000																				
D043	904	956	982	990	1000																			
D053	897	948	964	978	989	1000																		
D063	876	930	951	966	983	993	1000																	
D073	831	886	906	928	954	979	987	1000																
D083	767	832	866	890	928	955	967	987	1000															
D093	722	780	806	834	876	915	931	964	985	1000														
D103	669	728	763	791	840	869	892	922	953	975	1000													
D113	617	670	688	716	769	807	839	872	904	940	969	1000												
D123	657	688	707	727	779	805	820	849	888	915	933	950	1000											
D133	573	605	624	654	701	722	726	747	793	821	847	872	937	1000										
D143	463	492	512	535	593	612	626	641	705	717	747	783	853	911	1000									
D153	477	481	488	510	551	568	566	587	637	616	619	637	712	777	870	1000								
D163	437	432	423	451	483	491	480	496	543	521	532	547	630	695	816	951	1000							
D173	403	395	382	402	425	426	409	414	464	441	452	458	552	623	734	878	956	1000						
D183	473	429	410	429	431	435	411	395	425	400	392	385	471	517	624	698	786	813	1000					
D193	174*	105*	86*	108*	136*	162*	175*	189*	194*	215*	224*	274*	274*	299*	416	385	399	364	552	1000				
htot	361	371	414	421	485	494	498	532	614	659	728	731	801	823	812	698	686	667	581	321*	1000			

*valores não significativamente diferentes de zero a 5 % de probabilidade/values not significantly different from zero at 5 % of probability; valores múltiplos de 1.000/values multiple from 1,000; htot = altura total/total height; D003 = diâmetro à altura de 0,3 m/diameter at height of 0.3 m; D013 = diâmetro à altura de 1,3 m/diameter at height of 1.3 m; D023 = diâmetro à altura de 2,3 m/diameter at height of 2.3 m; ... D193 = diâmetro à altura de 19,3 m/diameter at height of 19.3 m

na extremidade superior dos troncos principalmente a 19,3 m de altura. Os coeficientes de correlação entre o diâmetro a esta altura e aqueles a 0,3 m e 13,3 m não são significativamente diferentes de zero. Nota-se também que a altura total (htot) não está estatisticamente correlacionada com o diâmetro a 19,3 m. Os demais coeficientes são significativamente diferentes de zero a 5 % de probabilidade, mostrando assim o problema da multicolinearidade entre os diâmetros obtidos em diferentes posições do tronco (SNEDCOR & COCHRAN, 1967). Este problema pode ser equacionado utilizando-se a análise de componentes principais (MORZUCH & RUARK, 1991).

ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

Os componentes e suas respectivas variâncias são mostrados no Quadro 4. Nota-se que o primeiro componente explica 70,18 % da variação total dos diâmetros, traduzindo de certa forma a associação dos diâmetros com as posições ao longo do tronco.

O segundo componente explicando 14,5 % da variação total pode ser interpretado como o contraste entre as partes inferior e superior do tronco. O terceiro componente explica 6,31 % da variação total e traduz de certa forma a presença de 3 segmentos ao longo do tronco. Os 3 primeiros componentes explicam 91 % da variância total ao longo do tronco.

Os dois primeiros componentes foram usados para identificar as regiões mais homogêneas do tronco mediante a demarcação de grupos de diâmetros, como mostrado na Figura 1. Os 3 segmentos, onde a variação diamétrica tende a ser mais homogênea são de 0,3 à 11,3 m; de 11,3 à 14,3 m e de 14,3 à 19,3 m. Estes intervalos formaram os segmentos para a aplicação das splines.

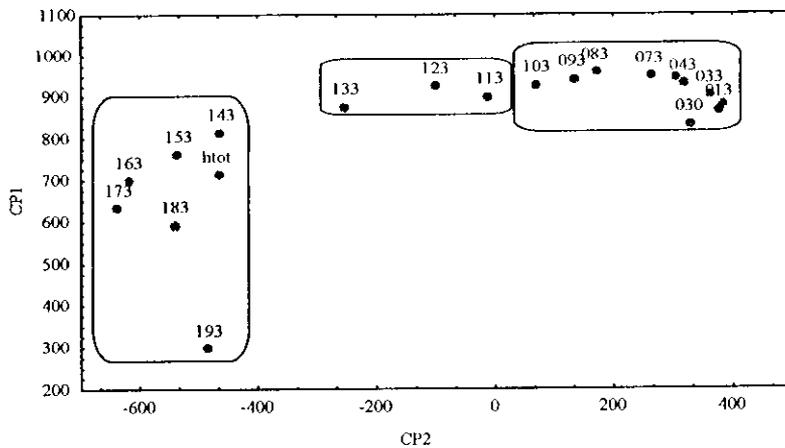


Figura 1 - Primeiro componente (CP1) versus segundo componente (CP2)
 Figure 1 - First component (CP1) versus second component (CP2)

Quadro 4 - Resultado da análise de componentes principais (primeiro, segundo e terceiro CP), em valores múltiplos de 1.000

Table 4 - Principal component analysis results (first, second and third component), in multiples of 1,000

variável	CP1	CP2	CP3
D003	830	330	-359
D013	866	377	-288
D023	881	385	-228
D033	900	364	-208
D043	929	320	-131
D053	944	304	-87
D063	945	303	-34
D073	947	264	50
D083	957	172	130
D193	941	134	237
D103	928	70	316
D113	899	-12	373
D123	924	-101	304
D133	875	-252	275
D143	813	-463	175
D153	762	-535	-97
D163	699	-619	-216
D173	633	-637	-292
D183	593	-540	-459
D193	297	-484	-183
htot*	713	-466	308
variância/ <i>variance</i>	14,74	3,04	1,33
proporção explicada/ <i>explained proportion</i>	70,18	14,50	6,31
proporção acumulada/ <i>cumulative proportion</i>	70,18	84,68	91,00

*altura total/*total height*

REGRESSÕES SEGMENTADAS

Nos Quadros 5 e 6 são apresentados, respectivamente, os parâmetros da equação segmentada quadrática para o intervalo total de 0,3 à 19,3 m e para cada segmento definido.

Os parâmetros mostrados no Quadro 6, são estimados a partir do conjunto de equações de (1) à (6) descrito no item REGRESSÃO SEGMENTADA. Os mesmos são derivados dos valores mostrados no Quadro 5.

Quadro 5 - Parâmetros estimados da spline quadrática no intervalo de 0,3 à 19,3 m
 Table 5 - Estimated parameters of the quadratic spline in the interval of 0.3 to 19.3 m

variável* variable ^a	parâmetro estimado estimated parameters	erro padrão standard error	t	significância significance
a_0	19,492914	0,245801	79,303	0,0001
X_1	-43,120348	64,770451	-0,666	0,5193
X_2	20,912773	23,879458	0,876	0,3999
X_3	-0,012998	0,000984	-13,204	0,0001
X_4	0,000003	0,000001	3,314	0,0069
X_5	0,067260	0,097702	0,688	0,5054
X_6	-0,000026	0,000037	-0,713	0,4908
X_7	-0,019547	0,027758	-0,704	0,4960
X_8	0,000004	0,000008	0,523	0,6113

$R^2=0,99$; $S_{xy}=0,299$; $F=590,20^*$; $CV=2,94$

* a_0 =intercepto da função e/intercept of function e; X_1 =diâmetro a posição i/
 diameter at position i; $X_2=X_1^2$; X_3 =altura i/height i; $X_4=X_3^2$; $X_5=X_1X_3^2$; $X_6=X_1X_4$;
 $X_7=X_3X_3$; $X_8=X_1X_4$
 *significativo a 1% de probabilidade/significant at 1% probability

Quadro 6 - Parâmetros estimados da função spline quadrática para os 3 segmentos
 Table 6 - Parameters of the quadratic spline function for the 3 segments

variável*	0,3 - 11,3 m	11,3 - 14,3 m	14,3 - 19,3 m
H	-0,012998	0,054262	-0,0006549
H^2	0,000027	-0,000029	0,0000015
a_0	19,492914	-23,627434	40,4056870

* H =altura i em cm/height i in cm; H^2 =altura i ao quadrado em cm/square of height i in cm

AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS FEITAS PELO MODELO

As estatísticas calculadas atestam o bom ajustamento do modelo aos dados. Na Figura 2 os diâmetros estimados são comparados com os observados mostrando, também, o bom ajuste do modelo aos dados.

O valor de Qui-quadrado calculado (X^2) foi de 0,0625, menor que o tabelado ($X^2_{tab, 0,01; 19 gl} = 7,63$), atestando que os valores estimados pelo modelo não são estatisticamente diferentes dos valores observados, ao nível de 1 % de probabilidade.

Para estimativas volumétricas (V_i) no intervalo de 0,3 m à 11,3 m, basta integrar a função $D = 19,49294 - 0,012998H + 0,000027H^2$, ou seja:

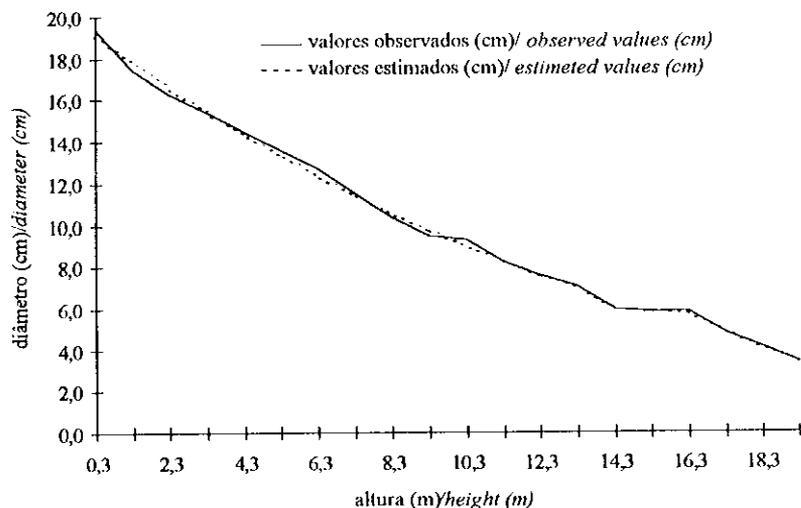


Figura 2 - Perfil do tronco de pinus tropicais estimado pela função spline quadrática
 Figure 2 - Stem profile of tropical pines estimated by the quadratic spline function

$$V(i) = \int_0^{\pi} \left[\int_{0,30}^{hi \leq 11,30} D \cdot dh \right] dD$$

e assim sucessivamente para os demais intervalos.

CONSIDERAÇÕES NO PRESENTE MODELO

Apesar de certas restrições inerentes à metodologia, alguns pontos podem ser aperfeiçoados para tornar o modelo mais mecanístico e realístico. Um bom exemplo disso é apresentado por LIU (1980) e KIRCHNER *et al* (1990) que expressaram a forma de todo o tronco por uma única função interpoladora spline cúbica. Outras técnicas de agrupamento cluster analysis podem ser utilizadas para identificar regiões com um mínimo de variação ao longo do tronco.

A facilidade de construção do modelo, sua aplicação e a precisão dos resultados são as principais vantagens da metodologia aqui apresentada. Como desvantagens citam-se as técnicas estatísticas empregadas, as quais ainda não são muito comuns ao cotidiano do manejador florestal e envolvem cálculos estatísticos relativamente complexos.

Alguns refinamentos são necessários para aperfeiçoar a presente versão do modelo. O primeiro refere-se à aplicação do método a outras espécies e a outros tipos florestais. O segundo refere-se à necessidade de avaliar mais profundamente as amplitudes dos segmentos mais adequados para se construir

as splines e nestes segmentos testar funções interpoladoras de diferentes graus. Por fim, refere-se à necessidade de estimar os volumes a partir da taper ajustada e confrontá-los com os volumes observados, como procederam LIU (1980) e KIRCHNER *et al* (1990).

CONCLUSÃO

A precisão das estimativas obtidas neste estudo mostraram que a combinação de técnicas de componentes principais e spline pode ser um valioso instrumento ao manejador florestal. Verificou-se que tal procedimento produziu estimativas satisfatórias da forma do fuste de pinus tropicais. Neste estudo os valores das estimativas dos diâmetros ao longo do tronco, além de não serem estatisticamente significativos ao nível de 1 % de probabilidade pelo teste de Qui-quadrado dos valores observados, apresentaram erros perfeitamente aceitáveis na prática diária do manejador.

A partir deste modelo o manejador florestal estará apto a fazer as projeções volumétricas e os sortimentos da produção madeireira. O presente modelo poderia ser também utilizado para simular as conseqüências de intervenções programadas pelo manejador, tais como desbastes, podas, etc., auxiliando-o na tomada de decisões visando a otimização da utilização dos recursos florestais.

Em conclusão, o modelo desenvolvido, se explorado de modo eficiente, poderá se constituir numa ferramenta de grande valia para descrever com precisão a forma dos troncos de pinus tropicais.

BIBLIOGRAFIA CITADA

- AHRENS, S. 1980. **A mathematical expression of stem form for lobololly pine in Southern Brazil.** Oklahoma State University, Thesis (Master of Science), 60 p.
- AHRENS, S. & HOLBERT, D. 1981. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. Boletim de Pesquisa Florestal, 3:37-68.
- FREIRE, E. M. S. 1979. **Influência das propriedades do solo na distribuição de comunidade de vegetação em um toposeqüência, em uma área da segunda superfície de erosão do Planalto Central Brasileira: na Fazenda Água-Limpa-DF.** Universidade de Brasília. Dissertação (Mestrado em Ecologia), 140 p.
- FRIES, J. 1965. Eigenvector analysis show that birch and pine have similar form in Sweden and British Columbia. **Forest Chron.**, 41:135-39.
- FRIES, J. & MATERN, N. 1966. On the use of multivariate methods from construction of tree taper curves. In: **Advisory Group Of Forest Station Conference IUFRO.** Stockholm, Paper no 9.
- FLOR, H. M. 1993. **Avaliações de parâmetros fitossociológicos e manejo de um savana em Brasília.** Universidade Federal do Paraná, Tese (Doutorado em Ciências Florestais), 195 p.

- GUIMARÃES, D. P. & LEITE, H. G. 1992. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. *Revista Árvore*, **16**:170-80.
- JONHSON, R. A. & WICHERN, D. W. 1982. *Applied multivariate statistical analysis*. Prentice Hall, Englewood-Cliffs. 594 p.
- HOSOKAWA, R. T. 1986. *Manejo e economia de florestas*. FAO/PNUD, Roma. 125 p.
- KIRCHNER, F. F.; FIGUEIREDO FILHO, A.; SCOLFORO, J. R. S.; MACIADO, S. A. & MITSISHITA, E. A. 1990. O uso de funções spline no cálculo de volume de árvores. In: **6º Congresso Florestal Brasileiro**, Campos do Jordão. p. 105-7.
- LIU, C. J. & KEISTER, T. D. 1978. Southern pine stem form defined through principal component analysis. *Can. J. For. Res.*, **8**:188-97.
- LIU, C. J. 1980. Log volume estimation with spline approximation. *Forest Sci.*, **26**:361-369.
- MAX, T. A. & BURKHART, H. E. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Sci.*, **22**:283-289.
- MORRISON, D. F. 1976. *Multivariate statistical methods*. McGraw Hill, New York. 415 p.
- MORZUCH, B. J. & RUARK, G. A. 1991. Principal components regression to mitigate the effects of multicollinearity. *Forest Sci.*, **37**:191-99.
- PRENTER, P. M. 1975. *Splines and variational methods*. J. Wiley, New York. 323 p.
- SNEDECOR, G. W. & COCHRAN, W. G. 1967. *Statistical methods*. Iowa State University Press, Ames. 593 p.
- STERBA, H. 1980. Stem curves - a review of the literature. *Forestry Abstracts*, **41**:141-45.

Trabalho submetido em 06.95 e accito em 07.96