

Modelos hipsométricos e de crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*

Height diameter relationship and growth in height the dominant and codominant trees model to *Pinus caribaea* var. *hondurensis*

Adriano Ribeiro de Mendonça<sup>1</sup>, Natalino Calegario<sup>2</sup>, Gilson Fernandes da Silva<sup>3</sup>,  
Luis Antônio Coimbra Borges<sup>2</sup> e Samuel Pádua Chaves e Carvalho<sup>4</sup>

### Resumo

O objetivo do trabalho foi avaliar modelos para estimativa da relação hipsométrica (H x DAP) e de altura das árvores dominantes e codominantes (HDC x Idade) de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Os dados utilizados foram provenientes de parcelas temporárias e permanentes da Empresa Caxuana, localizada no município de Nova Ponte, Minas Gerais, Brasil. Foram testados quatro modelos para estimativa da relação hipsométrica e quatro para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes. A seleção do melhor modelo foi com base no erro padrão relativo [ $S_{yx}$  (%)], critério de informação de Akaike (AIC) e critério de informação Bayesiano (BIC). De acordo com as análises, o modelo Logístico obteve os melhores resultados em relação aos modelos analisados, tanto para relação hipsométrica quanto para o crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes. A precisão dos modelos avaliados aumentou com a adição de covariantes na relação hipsométrica.

**Palavras-chave:** modelos estocásticos, covariantes, *Pinus* tropicais.

### Abstract

The aim of this study was to evaluate models for estimate the height-diameter relationship (H x DBH) and height of dominant and codominant trees (HDC x Age) of *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. The data used were obtained from sample trees from temporary and permanent plots of Caxuana Company, located in Nova Ponte, Minas Gerais, Brazil. We tested four models to estimate the height-diameter relationship and four models for estimate the height of dominant and codominant trees. Selecting the best model was based on the relative standard error [ $S_{yx}$  (%)], Akaike information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC). According to the analysis, the Logistic model showed better results compared to the models tested, for height-diameter relationship and height growth of dominant and codominant trees. The accuracy of the models evaluated increased with the addition of covariates in the height-diameter relationship.

**Keywords:** probability models, covariates, tropical *Pinus*.

## INTRODUÇÃO

O profissional ligado ao manejo de florestas tem como um de seus desafios a identificação de variáveis que afetam o crescimento e a produção florestal. Para estimativa do volume de árvores individuais é necessário o conhecimento da altura total da árvore (H). Esse conhecimento é importante porque, juntamente com o diâmetro a 1,30 metros (DAP), a altura total é utilizada em modelos que expressam o volume de árvores

de povoamento. Enquanto o DAP é medido diretamente no tronco das árvores, empregando-se suta ou fita métrica, a H é medida indiretamente empregando-se hipsômetros. A medição da H pode acarretar procedimentos demorados, de alto custo e apresentar erros, pois a mesma necessita do conhecimento da distância horizontal do operador à árvore e da boa visibilidade da base e do topo da mesma. Considerando tais dificuldades na medida da H, é comum a utilização de modelos estatísticos que fazem a

<sup>1</sup>Doutor, Professor da Universidade Federal do Espírito Santo-UFES, Av. Governador Lindemberg, nº 316, Centro, CEP 29550-000, Jerônimo Monteiro, ES. E-mail: [ribeiroflorestal@yahoo.com.br](mailto:ribeiroflorestal@yahoo.com.br)

<sup>2</sup>Doutor, Professor Adjunto da Universidade Federal de Lavras-UFLA, Caixa Postal 3037. CEP 37.200-000, Lavras, MG. E-mail: [calegari@dcf.ufla.br](mailto:calegari@dcf.ufla.br), [luis.borges@dcf.ufla.br](mailto:luis.borges@dcf.ufla.br)

<sup>3</sup>Doutor, Professor Associado da Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, Av. Governador Lindemberg, nº 316, Centro, CEP 29550-000, Jerônimo Monteiro, ES. E-mail: [gfsilva2000@yahoo.com](mailto:gfsilva2000@yahoo.com)

<sup>4</sup>Mestre, Programa de Pós-Graduação em Recursos Florestais, Av. Pádua Dias, nº 11, Agronomia - Caixa Postal 09. CEP: 13418-900 - Piracicaba, SP. E-mail: [samukajm@yahoo.com.br](mailto:samukajm@yahoo.com.br)

estimativa da altura total da árvore em função de variáveis como o DAP, idade, entre outras. Essa relação entre a altura e essas variáveis é denominada de relação hipsométrica.

Vários estudos foram feitos para avaliar a relação hipsométrica em variadas espécies, entre eles: Machado *et al.* (1994) com *Pinus elliottii*; Fang e Bayley (1998) com espécies da floresta tropical na China; Soares *et al.* (2004); Andrade *et al.* (2006) com espécies da Mata Atlântica e Silva *et al.* (2007) com *Eucalyptus grandis*. No entanto, a maioria desses trabalhos considerou somente a relação entre a altura total da árvore e seu DAP, como em Batista *et al.* (2001). e Zanon *et al.* (1996). Atualmente, a tendência é avaliar, também, os fatores do povoamento que afetam a relação hipsométrica, como espécie ou material genético, idade, qualidade do local, densidade e tratos silviculturais. Entre as pesquisas que seguem essa tendência tem-se: Bartoszeck *et al.* (2003), Caldeira *et al.* (2003), Soares *et al.* (2004), Tomé *et al.* (2007).

Outra variável utilizada em estimativas de volume é a altura média das árvores dominantes e codominantes. Esta variável é a mais utilizada para classificação da capacidade produtiva de um determinado local, para determinada espécie ou clone, e um determinado produto. Com isso, ela é importante em estudos de crescimento e produção florestal. Esta relação entre a altura média das árvores dominantes e codominantes e a capacidade produtiva do local há muito tempo vem sen-

do estudada. Pode-se citar as pesquisas de autores como Bailey e Clutter (1974), Burkhart e Tennent (1977), Curtis (1964), Schumacher (1939), Scolforo (1992), Selle *et al.* (1994) e Tonini *et al.* (2001).

Outro fato a ser considerado é que, na maioria destes estudos, não foi utilizada a teoria dos modelos não lineares. Nos modelos não lineares pode-se, a partir de suposições importantes sobre o problema, trabalhar no sentido de obter uma relação teórica entre as variáveis de interesse. Em muitas situações, necessitam de menos parâmetros nos modelos não lineares do que nos lineares, o que simplifica e facilita a interpretação.

Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar modelos para estimativa da relação hipsométrica e do crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Caracterização e análise dos dados

Os dados utilizados foram obtidos de árvores-amostra provenientes da Empresa Caxuana, localizada no município de Nova Ponte, Minas Gerais, Brasil. As árvores medidas para estimativa da relação hipsométrica foram divididas em oito classes diamétricas (Tabela 1).

A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas relacionadas às variáveis dos povoamentos onde foram coletados os dados.

**Tabela 1.** Distribuição das árvores-amostra para estimativa da relação hipsométrica.

**Table 1.** Distribution of sample tree to estimate the height-diameter relationship.

Classe de DAP	Classe de altura total						Total
	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	
7,5	967	2822	260	6			4055
12,5	95	6426	3586	114			10221
17,5	4	1560	5123	621	9		7317
22,5		71	1444	1068	49	2	2634
27,5		2	166	775	76	15	1034
32,5		1	8	120	38	90	257
37,5				6	13	54	73
42,5				1		8	9
<b>Total</b>	<b>1066</b>	<b>10882</b>	<b>10587</b>	<b>2711</b>	<b>185</b>	<b>169</b>	<b>25600</b>

**Tabela 2.** Estatísticas descritivas das variáveis relacionadas ao povoamento.

**Table 2.** Descriptive statistics of variables related to stand.

Variável do povoamento	Estatísticas				
	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	CV (%)
Idade (anos)	4,3	16,5	10,4	5,5	27,80
HDC (m)	3,2	28,1	12,7	12,0	26,62
S (m)	8,9	45,5	29,1	29,7	13,71
G (m <sup>2</sup> .ha <sup>-1</sup> )	1,766	54,742	26,473	25,200	32,44
N (indivíduos/ha)	133	2583	1598	1634	21,10

Para estimativa das alturas dominantes e codominantes e construção de curvas de índice de sítio foram utilizadas informações de parcelas temporárias e permanentes. A Figura 1 apresenta a distribuição das alturas dominantes e codominantes em diferentes idades de medição.

Entre as idades 10,7 anos e 15,6 anos não há dados de altura das árvores dominantes e codominantes (Figura 1). Isso se deve ao fato de que a empresa cessou a implantação de novas florestas em determinada época, voltando a implantar florestas de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* após alguns anos. Para análise e organização dos dados foi utilizado o software estatístico R versão 2.10.1.

### Modelos Avaliados

Foram avaliados modelos lineares e não-lineares. Os modelos não-lineares foram estimados por meio do algoritmo de Gauss-Newton.

### Relação Hipsométrica

Foram avaliados os seguintes modelos para estimativa da altura total das árvores de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*:

$$1) \text{ Logístico: } H_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - DAP_i)/\beta_2]} + \varepsilon_i$$

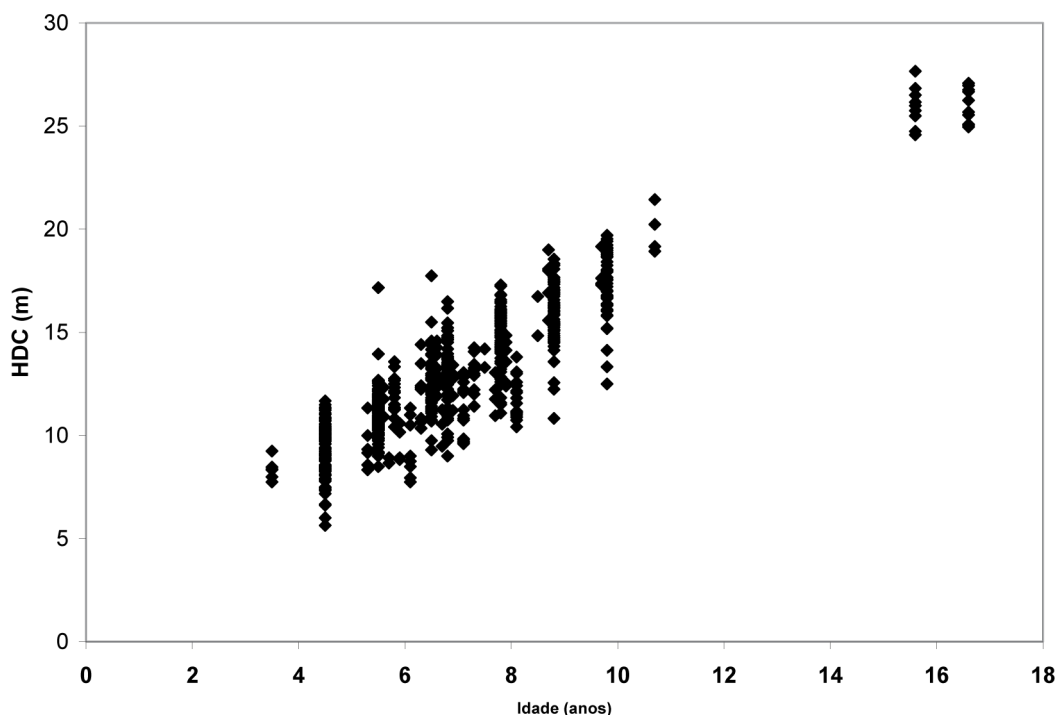
$$2) \text{ Michaelis-Menten: } H_i = \frac{\beta_0 \cdot DAP_i}{\beta_1 + DAP_i} + \varepsilon_i$$

$$3) \text{ Curtis: } H_i = \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{\beta_1}{DAP_i}\right) \cdot \varepsilon_i$$

4) Parabólico:  $H_i = \beta_0 + \beta_1 DAP_i + \beta_2 DAP_i^2 + \varepsilon_i$   
 Em que:  $H_i$  = altura total da árvore (m);  $DAP_i$  = diâmetro a 1,30 m do solo (cm);  $\exp$  = base do logaritmo neperiano;  $\beta_i$  = parâmetros do modelo;  $\varepsilon_i$  = erro estocástico.

O modelo logístico, como outros modelos não lineares, permite a obtenção dos parâmetros iniciais do modelo pela interpretação dos seus parâmetros. O parâmetro  $\beta_0$  representa a assíntota horizontal superior (AHS). O parâmetro  $\beta_1$  representa o ponto de inflexão da curva, ou seja, o valor da variável independente (X) onde a variável dependente (Y) atingir metade de  $\beta_0$ . E, o parâmetro  $\beta_2$  (escala) representa a diferença entre o valor de X onde Y atingir aproximadamente 73% de  $\beta_0$  e o valor de X no ponto de inflexão. Este modelo se apresenta como um dos de maior facilidade de interpretação. Essa facilidade é de grande importância, pois uma das maiores limitações do uso de modelos lineares é a escolha correta dos parâmetros iniciais para o processo de iteração. Quando os valores iniciais são muito diferentes das estimativas para uma determinada base de dados, o algoritmo não converge ou gera estimativas não-confiáveis (CALEGARIO *et al.*, 2005).

Baseando-se no fato de que a variação da altura total de árvores individuais não é apenas explicada pelo  $DAP_i$ , os parâmetros dos modelos selecionados foram decompostos e associados às mesmas variáveis relativas ao povoamento. As variáveis uti-



**Figura 1.** Distribuição das alturas das árvores dominantes e codominantes em função da idade de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

**Figure 1.** Distribution of heights of dominant and codominant trees according to the age of *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

lizadas como covariantes foram, idade, altura das árvores dominantes e codominantes, índice de sítio, número de árvores por hectare e área basal do povoamento. A grande flexibilidade deste método está no fato de que as variáveis podem estar associadas ou não a um determinado parâmetro dependendo de seu efeito sobre o mesmo.

#### Altura das árvores dominantes e codominantes

Foram avaliados os seguintes modelos não-lineares para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes:

- 1) Logístico:  $HDC_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - I_i)/\beta_2]} + \varepsilon_i$
- 2) Assintótico:  $HDC_i = \beta_1 + (\beta_2 - \beta_1) \cdot \exp[-e^{\beta_3} \cdot I_i] + \varepsilon_i$
- 3) Schumacher:  $HDC_i = \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{\beta_1}{I_i}\right) \cdot \varepsilon_i$
- 4) Michaelis-Menten:  $HDC_i = \frac{\beta_0 \cdot I_i}{\beta_1 + I_i} + \varepsilon_i$

Em que:  $HDC_i$  = altura das árvores dominantes e codominantes (m);  $I_i$  = idade (anos);  $\exp$  = base do logaritmo neperiano;  $\beta_i$  = parâmetros do modelo;  $\varepsilon_i$  = erro estocástico.

#### Construção de curvas de índice de sítio

Após a avaliação dos modelos para estimativa das alturas dominantes e codominantes, foi escolhido o melhor modelo para construção de curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Para isso, foi utilizado o método da curva-guia. A idade de referência ( $I_{ref}$ ) utilizada foi de 18 anos, por ser utilizada como referência na empresa Caxuana.

#### Avaliação dos modelos

Os modelos utilizados tiveram sua precisão testada por meio das seguintes estatísticas:

a) Erro padrão relativo:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - p}} \quad S_{yx} (\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

Em que:  $S_{yx}$  = erro padrão residual (m);  $S_{yx} (\%)$  = erro padrão relativo (%);  $\hat{Y}$  = valor estimado pelo modelo;  $Y$  = valor observado;  $\bar{Y}$  = média de  $Y$ ;  $n$  = número de observações;  $p$  = número de parâmetros.

b) Critério de Informação de Akaike (AIC) (Sakamoto *et al.*, 1986)

$$AIC = -2\ln(mv) + 2p$$

Em que:  $p$  = número de parâmetros do modelo;  $mv$  = valor da máxima verossimilhança

Quanto menor o valor de  $AIC$  melhor o modelo avaliado.

c) Critério de Informação Bayesiano (BIC) (Schwarz, 1978)

$$BIC = -2\ln(mv) + p\ln(n)$$

Em que:  $n$  = número de observações.

Quanto menor o valor de  $BIC$  melhor o modelo avaliado.

As estatísticas utilizadas são de grande relevância quando se trata da análise de regressão, pois penalizam modelos com grande número de parâmetros, escolhendo modelos mais parcimoniosos.

Além dessas estatísticas, foi feito, também, o teste da razão da máxima verossimilhança (TRMV) para relação hipsométrica antes (1) e após a inclusão das covariantes (2) no melhor modelo não-linear.

$$TRMV = 2[\ln(mv_2) - \ln(mv_1)]$$

Este valor é testado com  $\chi^2$  com  $p2-p1$  graus de liberdade. Se o valor de  $TRMV$  for significativo a um nível  $\alpha$  de probabilidade, o modelo com maior valor de  $mv$  apresenta maior precisão.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Análise dos modelos para estimativa da relação hipsométrica de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*

Todos os modelos para estimativa da relação hipsométrica apresentaram significância em seus parâmetros (Tabela 3). Considerando como critério de seleção dos modelos o  $S_{yx} (\%)$ , o modelo Parabólico foi o que obteve o melhor resultado, seguido pelo modelo Logístico, Michaelis-Menten e Curtis, respectivamente. Foram, então, escolhidos, para a inclusão das covariantes, o modelo Parabólico (linear) e o modelo Logístico (não-linear).

Após a inclusão das covariantes, o modelo Parabólico e o modelo Logístico foram ajustados segundo a seguinte estrutura:

a) Parabólico:

$$H_i = \beta_{00} + \beta_{01}I + \beta_{02}HDC + \beta_{03}S + \beta_{04}G + (\beta_{10} + \beta_{11}I + \beta_{12}HDC + \beta_{13}S + \beta_{14}G + \beta_{15}N)DAP_i + (\beta_{20} + \beta_{21}I + \beta_{22}HDC + \beta_{23}S + \beta_{24}G + \beta_{25}N)DAP_i^2 + \varepsilon_i$$

b) Logístico:

$$H_i = \frac{\beta_{00} + \beta_{01}I + \beta_{02}HDC + \beta_{03}G + \beta_{04}N}{1 + \exp\left[\frac{(\beta_{10} + \beta_{11}I + \beta_{12}HDC + \beta_{13}S + \beta_{14}G + \beta_{15}N) - DAP_i}{(\beta_{20} + \beta_{21}I + \beta_{22}HDC + \beta_{23}S + \beta_{24}N)}\right]} + \varepsilon_i$$

**Tabela 3.** Estatísticas do ajuste dos modelos de relação hipsométrica de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, na sua forma original

**Table 3.** Statistics of fit of the model hypsometric relationship of *Pinus caribaea* var. *hondurensis* in original form.

Logístico ( $S_{yx} = 20,30\%$ )				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
$\beta_0$	32,03226	0,6454	49,62	<0,0001
$\beta_1$	24,67732	0,5165	47,77	<0,0001
$\beta_2$	12,73581	0,1797	70,85	<0,0001
Michaelis-Menten ( $S_{yx} = 20,52\%$ )				
$\beta_0$	75,37225	1,7805	42,33	<0,0001
$\beta_1$	92,77367	2,6123	35,51	<0,0001
Curtis ( $S_{yx} = 24,80\%$ )				
$\beta_0$	30,90734	0,1858	166,28	<0,0001
$\beta_1$	-6,71841	0,0394	-170,42	<0,0001
Parabólico ( $S_{yx} = 20,20\%$ )				
$\beta_0$	2,76019	0,0873	31,59	<0,0001
$\beta_1$	0,45849	0,0104	44,02	<0,0001
$\beta_2$	0,00294	0,0003	10,08	<0,0001

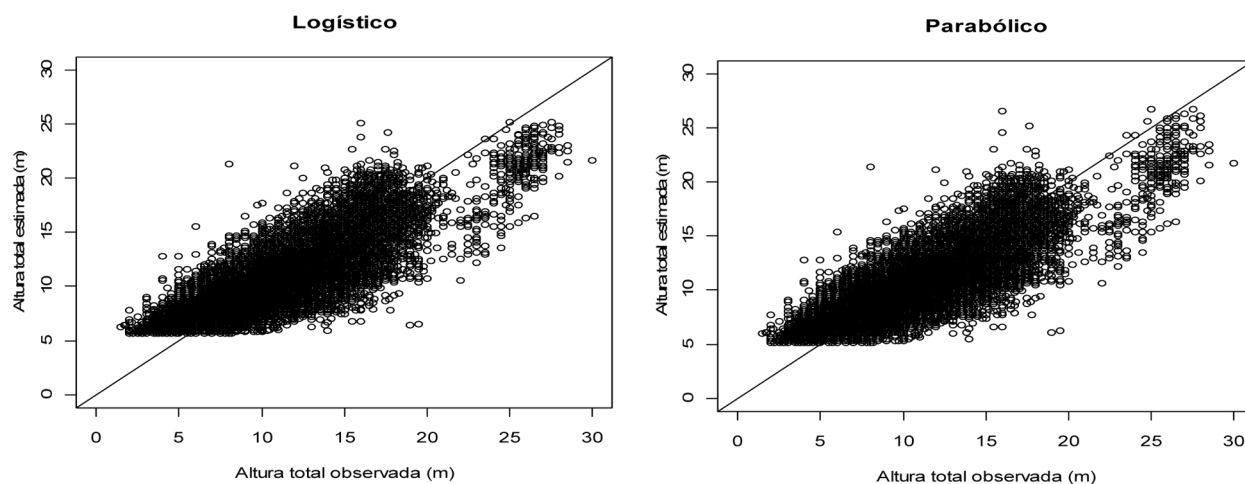
Em que:  $I$  = idade do povoamento (anos);  $HDC$  = altura das árvores dominantes e codominantes (m);  $S$  = índice de sítio (m);  $G$  = área basal do povoamento ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ) e  $N$  = número de árvores por hectare.

Pela Tabela 4, que apresenta as estatísticas de ajuste dos modelos com inclusão de covariantes referentes ao povoamento, nota-se que o parâmetro  $\beta_{20}$  do modelo Logístico com adição de covariantes foi não significativo quando foram adicionadas as covariantes idade ( $I_i$ ), altura média das árvores dominantes e codominantes ( $HDC_i$ ), índice de sítio ( $S$ ) e número de árvores por hectare ( $N$ ). Percebe-se que, para o modelo Logístico, as covariantes  $S$  e  $G$  não afetaram significativamente os parâmetros  $\beta_{00}$  e  $\beta_{20}$ , respectivamente. Para o modelo Parabólico, a covariante  $N$  não afetou significativamente o parâmetro  $\beta_{00}$ .

Por outro lado, o modelo Logístico tem uma pequena vantagem em relação ao valor de  $S_{yx}$  (%) comparando com o modelo Parabólico. É possível observar também que, ao se incluir as covariantes, há um ganho de precisão de 40,03% para o modelo Logístico e 39,62% para o modelo Parabólico. O ganho de precisão com adição de covariantes relacionadas ao povoamento também foi obtido por Guimarães *et al.* (2009). Soares *et al.* (2004) obtiveram resultados precisos quando utilizaram modelos que consideravam o efeito de variáveis do povoamento nos modelos hipsométricos genéricos.

A Figura 2 mostra a relação entre a altura total observada versus altura total estimada para o modelo Logístico e modelo Parabólico na forma original.

Observa-se que os modelos originais não conseguiram representar a variação real da relação



**Figura 2.** Altura total estimada versus altura total observada para os modelos originais.  
**Figure 2.** Estimated Total height versus total height observed for the original models.

hipsométrica de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Os modelos apresentaram tendência de subestimativa da altura em árvores maiores que 20 m e de superestimativa de valores abaixo de 10 m.

A Figura 3 apresenta a altura observada versus altura estimada para o modelo Logístico e modelo Parabólico após a inclusão das covariantes.

Observa-se, na Figura 3, que os modelos com covariantes melhoraram significativamente a estimativa da altura em relação aos modelos originais (Figura 2). Este fato também foi observado na Tabela 4. Nota-se, também, uma ligeira vantagem para o modelo Logístico em árvores acima de 20 m de altura.

As Tabelas 5 e 6 apresentam comparações entre o modelo original e o modelo com adição de covariantes para o melhor modelo não linear e para o modelo linear.

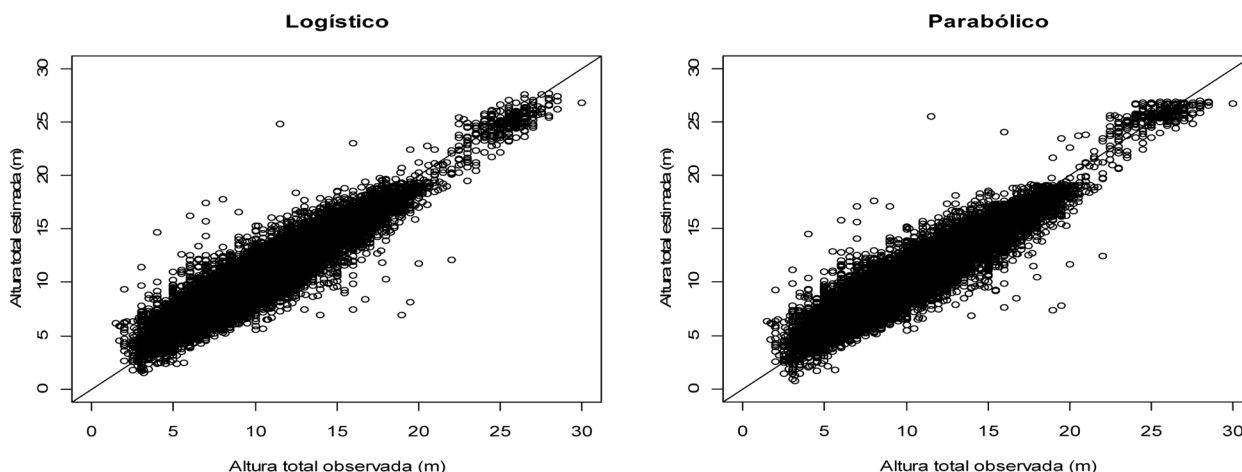
Avaliando os resultados da Tabela 5 observa-se que o TRMV foi altamente significativo e, com isso, comprova que o modelo Logístico com adição de covariantes foi melhor que o modelo Logístico original. Esse fato é comprovado com a melhora dos valores de *AIC*, *BIC* e *lnmv*. Analisando os resultados da Tabela 6, percebe-se que o modelo Parabólico com covariantes foi superior ao modelo original assim como para o modelo Logístico. Estes resultados encontrados corroboram os encontrados na Tabela 4 e Figuras 2 e 3.

Pelas Tabelas 5 e 6, nota-se que o modelo Logístico obteve melhores estimativas que o modelo Parabólico. Isso é percebido quando são analisadas as estatísticas *AIC*, *BIC*, onde suas estimativas foram melhores que o modelo Parabólico. Os resultados encontrados nas Tabelas 5 e 6 concordam com os resultados da Figura 3 e Tabela 4.

**Tabela 4.** Estatísticas de ajuste, para os modelos analisados, considerando a inclusão dos efeitos das covariantes nos parâmetros.

**Table 4.** Fit statistics for the models analyzed, considering the inclusion of the effects of covariates on the parameters.

Logístico ( $S_{yx} = 12,17\%$ )				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
$\beta_0$	2,5326	0,3093	8,19	<0,0001
Idade	-0,1072	0,0505	-2,12	0,0339
Hdc	1,0063	0,0299	33,56	<0,0001
G	-0,0403	0,0043	-9,27	<0,0001
N	-0,0003	0,0001	-2,23	0,0254
$\beta_1$	15,0283	1,2410	12,11	<0,0001
Idade	-0,7532	0,1861	-4,05	0,0001
HDC	0,7448	0,1227	6,07	<0,0001
S	-0,3136	0,0505	-6,20	<0,0001
G	-0,0198	0,0092	-2,15	0,0314
N	-0,0019	0,0001	-12,28	<0,0001
$\beta_2$	1,1832	1,0577	1,12	0,2633
Idade	0,6449	0,1733	3,72	0,0002
HDC	-0,4843	0,1082	-4,47	<0,0001
S	0,2883	0,0425	6,78	<0,0001
N	-0,0012	0,0002	-6,36	<0,0001
Parabólico ( $S_{yx} = 12,20\%$ )				
$\beta_0$	-13,6900	1,5820	-8,64	<0,0001
Idade	2,0410	0,2848	7,17	<0,0001
HDC	-1,3430	0,1846	-6,94	<0,0001
Sítio	0,6248	0,0073	8,53	<0,0001
G	0,00403	0,0011	3,65	<0,0001
$\beta_1$	1,4330	0,1846	7,76	<0,0001
I	0,2139	0,0312	-6,84	<0,0001
HDC	0,1938	0,0212	9,12	<0,0001
S	-0,0592	0,0083	7,09	<0,0001
G	-0,0073	0,0011	-6,24	<0,0001
N	0,0001	0,000007	19,32	<0,0001
$\beta_2$	-0,0281	0,0052	-5,37	<0,0001
I	0,0045	0,0007	5,72	<0,0001
HDC	-0,0037	0,0005	-6,86	<0,0001
S	0,0011	0,0002	4,92	<0,0001
G	0,0002	0,00002	7,04	<0,0001
N	0,000005	0,000001	-12,22	<0,0001



**Figura 3.** Altura total estimada versus altura total observada para os modelos com adição de covariantes.  
**Figure 3.** Estimated total height versus total height observed for models with the addition of covariates.

**Tabela 5.** Teste da razão da máxima verossimilhança para o modelo Logístico original e modelo Logístico com adição das covariantes.

**Table 5.** Maximum likelihood test for the original Logistic model and Logistic model with the addition of covariates.

Modelo	g.l	AIC	BIC	lnmv	TRMV	p
Original	4	111.085,2	111.117,8	-55.538,6		
Covariantes	17	84.909,8	85.048,4	-42.437,9	26.201,37	<0,0001

Em que: g.l = graus de liberdade, p = probabilidade.

### Análise dos modelos para estimativa da altura das árvores dominantes e codominantes

Analisando os resultados encontrados na Tabela 7, que apresenta as estatísticas de ajuste dos modelos analisados para estimativa da altura média das árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, observa-se que os modelos tiveram significância em seus parâmetros, com exceção ao modelo Assintótico para . Se for considerado somente esse critério, os modelos Logístico, Michaelis-Menten e o de Schumacher podem ser utilizados para estimativa da  $HDC$  de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Considerando o erro padrão relativo [ $Syx(\%)$ ], o modelo Logístico foi o que obteve o melhor resultado, seguido pelo modelo Assintótico, Michaelis-Menten e Schumacher, respectivamente.

Pela Tabela 8, que apresenta o critério de informação de Akaike ( $AIC$ ), critério de informação Bayesiano ( $BIC$ ) e logaritmo neperiano da máxima verossimilhança ( $lnmv$ ) para os modelos ajustados para estimativa da altura dominante e codominante de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, nota-se que o modelo Logístico obteve o melhor resultado, seguido do modelo Assintótico, Michaelis-Menten e Schumacher, respectivamente. Os resultados encontrados na Tabela 8 corroboram os resultados apresentados para  $Syx(\%)$  (Tabela 7).

### Aplicação do modelo para estimativa da altura dominante e codominante

Após a escolha do modelo Logístico  $HDC_i = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - I_i)/\beta_2]} + \varepsilon_i$  (1), aplicou-se o método da curva guia para construção das curvas de índice de sítio. A equação (1) é utilizada para estimativa dos valores da curva média, denominada de curva-guia.

Fazendo  $HDC_i = S$  quando  $I_i = I_{ref}$  (idade de referência), tem-se

$$S = \frac{\beta_0}{1 + \exp[(\beta_1 - I_{ref})/\beta_2]} + \varepsilon_i \quad (2)$$

Isolando  $\beta_0$  (assíntota) em (1) e substituindo em (2), tem-se:

$$\hat{\beta}_0 = HDC_i \cdot \{1 + \exp[(\hat{\beta}_1 - I_i)/\hat{\beta}_2]\} \quad (3)$$

$$S = HDC_i \left\{ \frac{1 + \exp[(\hat{\beta}_1 - I_i)/\hat{\beta}_2]}{1 + \exp[(\hat{\beta}_1 - I_{ref})/\hat{\beta}_2]} \right\} \quad (4)$$

A expressão (4) é utilizada para classificação de sítios. Isolando  $HDC_i$ , em (4), é obtida a expressão para construção de tabelas e/ou curvas de índice de sítio.

$$HDC_i = S \left\{ \frac{1 + \exp[(\hat{\beta}_1 - I_{ref})/\hat{\beta}_2]}{1 + \exp[(\hat{\beta}_1 - I_i)/\hat{\beta}_2]} \right\} \quad (5)$$

Após análise das  $HDC_i$  observadas, os dados foram divididos nas classes de sítio apresentadas na Tabela 9.

**Tabela 6.** Critério de Informação de Akaike (AIC) e Critério de Informação Bayesiano (BIC), e logaritmo neperiano da máxima verossimilhança (lnmv) para o modelo Parabólico original e o modelo Parabólico com adição das covariantes

**Table 6.** Akaike Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC), and natural logarithm of maximum likelihood (lnmv) for the original model Parabolic and Parabolic model with the addition of covariates.

Modelo	AIC	BIC	lnmv
Original	110.878,6	110.911,2	-55.435,3
Covariantes	85.623,5	85.721,3	-42.799,7

**Tabela 7.** Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa da altura média das árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

**Table 7.** Statistics of fitof models to estimate the height of dominant and codominant trees of *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

Logístico ( $S_{yx} = 11,58\%$ )				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	p> t
$\beta_0$	33,16158	1,3246	25,03	<0,0001
$\beta_1$	9,31847	0,4539	20,52	<0,0001
$\beta_2$	5,25193	0,2344	22,40	<0,0001
Assintótico ( $S_{yx} = 11,63\%$ )				
$\beta_0$	267,01157	338,7965	0,78	0,4309
$\beta_1$	2,58730	0,4555	5,68	<0,0001
$\beta_2$	-5,15332	1,3492	-3,81	0,0001
Michaelis-Menten ( $S_{yx} = 11,82\%$ )				
$\beta_0$	86,19977	6,1904	13,92	<0,0001
$\beta_1$	38,70536	3,3572	11,52	<0,0001
Schumacher ( $S_{yx} = 13,57\%$ )				
$\beta_0$	32,57835	0,5786	56,29	<0,0001
$\beta_1$	-6,10166	0,1258	-48,46	<0,0001

**Tabela 8.** Critério de informação de Akaike (AIC), critério de informação Bayesiano (BIC) e logaritmo neperiano da máxima verossimilhança (lnmv) para os modelos ajustados para estimativa da altura dominante e codominante.

**Table 8.** Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC) and natural logarithm of maximum likelihood (lnmv) for models adjusted for estimate height dominant and codominant.

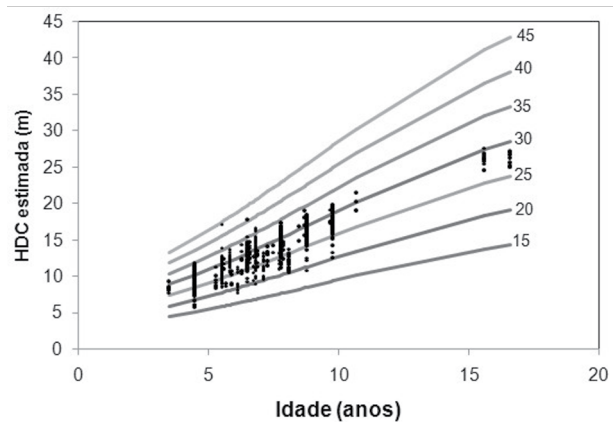
Modelo	AIC	BIC	lnmv
Logístico	2.497,751	2.515,851	-1.244,875
Assintótico	2.503,622	2.521,722	-1.247,811
Michaelis-Menten	2.525,213	2.538,788	-1.259,607
Schumacher	2.713,288	2.726,863	-1.353,644

Após a definição das classes de sítio foram plotadas as curvas de índice de sítio (Figura 4). Observando a Figura 4, nota-se que as alturas dominantes e codominantes observadas estão, em sua maioria, nos sítios III, IV e V.

**Tabela 9.** Limites das classes de sítio.

**Table 9.** Limits on site classes.

Classe	Limite inferior (m)	Limite superior (m)
I	40	45
II	35	40
III	30	35
IV	25	30
V	20	25
VI	15	20



**Figura 4.** Curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* em Nova Ponte, Minas Gerais.

**Figure 4.** Site index curves for *Pinus caribaea* var. *hondurensis* at Nova Ponte, Minas Gerais.



## CONCLUSÕES

- O modelo Logístico é o mais preciso na estimativa da relação hipsométrica e crescimento em altura média de árvores dominantes e codominantes de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*;

- A adição de covariantes possui grande potencial de utilização em modelagem florestal, pois gerou aumento na precisão dos modelos analisados.

## AGRADECIMENTOS

À CAPES pela concessão da bolsa de estudos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, V.C.L.; MARTINS, S.V.; CALEGARIO, N.; CHICHORRO, J.F. Influência de três sistemas de amostragem na estimativa da relação hipsométrica e do volume de árvores em um fragmento de Mata Atlântica. *Scientia Forestalis*, Piracicaba, n.70, p.31-37, 2006.
- BAILEY, R.L.; CLUTTER, J.L. Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science*, Bethesda, v.20, n.2, p.155-159, 1974.
- BARTOSZECK, A.C.P.S.; MACHADO, S.A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E.B. Modelagem da relação hipsométrica para bracingais da região metropolitana de Curitiba-PR. *Floresta*, Curitiba, v.32, n.2, p.189-204, 2003.
- BATISTA, J.L.F.; COUTO, H.T.Z.; MARQUESINI, M.. Desempenho de modelos de relação hipsométrica: estudo em três tipos de floresta. *Scientia Forestalis*, Piracicaba, n. 60, p.149-163, 2001.
- BURKHART, H.E.; TENNENT, R.B. Site index equations for radiate pine in New Zealand. *New Zealand Journal Forest Science*, Rotorua, n.7, p.408-416. 1977.
- CALDEIRA, M.V.W.; SCHUMACHER, M.V.; SCHEEREN, L.W.; WATSLAWICKI, L.F. Relação hipsométrica para *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze na região oeste do Estado do Paraná. *Revista Acadêmica Ciências Agrárias e Ambientais*, São José dos Pinhais, v.1, n.2, p.79-88, 2003.
- CALEGARIO, N.; CALEGARIO, C.L.L.; MAESTRI, R.; DANIELS, R.; NEIVA, R. Melhoria da qualidade do ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. *Scientia Forestalis*, Piracicaba, n.69, p.38-50, 2005.
- CURTIS, R.O. A stem-analysis approach to site-index curves. *Forest Science*, Bethesda, v.10, n.2, p.241-256. 1964.
- FANG, Z.; BAILEY, R.L. Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest Ecology and Management*, Amsterdam, v.110, n.1-3, p.315-327, 1998.
- GUIMARÃES, M.A.M.; CALEGARIO, N.; CARVALHO, L.M.T.; TRUGILHO, P.F. Height-diameter models in forestry with inclusion of covariates. *Cerne*, Lavras, v.15, n.3, p.313-321, 2009.
- MACHADO, S. A.; BAILEY, R.L.; BASSO, S.F.; BEVILACQUA JÚNIOR, V.G. Análise do comportamento da relação hipsométrica com respeito a idade para plantações de *Pinus elliottii* no Estado do Paraná. *Cerne*, Lavras, v.1, n.1, p.5-12, 1994.
- SAKAMOTO, Y.; ISHIGURO, M.; KITAGAWA, G. *Akaike information criterion statistics*. Dordrecht: Kluwer Academic, 1986.
- SCHUMACHER, F.X. A new growth curve and its application to timber yield studies. *Journal of Forestry*, Bethesda, v.37, p.819-820, 1939.
- SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, Haward, v.6, p.461-464, 1978.
- SCOLFORO, J.R.S. Curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. *IPEF*, Piracicaba, n.45, p.40-47, 1992.
- SELLE, G. L.; SCHNEIDER, P.R.; FINGER, C.A.G. Classificação de sítio para *Pinus taeda* L., através da altura dominante, para a região de Cambará do Sul, RS, Brasil. *Ciência Florestal*, Santa Maria, v.4, n.1, p.77-95, 1994.
- SILVA, G.F.; XAVIER, A.C.; RODRIGUES, F.L.; PETERNELLI, L. A. Análise da influência de diferentes tamanhos e composições de amostra no ajuste de uma relação hipsométrica para *Eucalyptus grandis*. *Revista Árvore*, Viçosa, v.31, n.4, p.685-694, 2007.
- SOARES, T.S.; SCOLFORO, J.R.S.; FERREIRA, S.O.; MELLO, J.M. Uso de diferentes alternativas para viabilizar a relação hipsométrica no povoamento florestal. *Revista Árvore*, Viçosa, v.28, n.6, p.845-854, 2004.

TOMÉ, M.; RIBEIRO, F.; FAIAS, S. Relação hipsométrica geral para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal. *Silva Lusitana*, Lisboa, v.15, n.1, p.41-55, 2007.

TONINI, H.; FINGER, C.A.G.; SCHNEIDER, P.R.; SPATHELF, P. Crescimento em altura de *Pinus elliottii* engelm. na região de Piratini no Rio Grande do Sul, Brasil. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.31, n.3, p.417-423, 2001.

ZANON, M.L.B.; FINGER, C.A.G.; SCHNEIDER, P.R.; KLEIN, J.E.M.; COELHO, M.C.B. Funções para descrever a relação altura diâmetro de *Eucalyptus dunnii* Maiden. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.26, n.1, p.87-90, 1996.

Recebido em 27/04/2010  
Aceito para publicação em 17/03/2011