

MODELOS NÃO LINEARES GENERALIZADOS APLICADOS NA PREDIÇÃO DA ÁREA BASAL E VOLUME DE *Eucalyptus* CLONAL

Samuel de Pádua Chaves e Carvalho¹, Natalino Calegario², Fabyano Fonseca e Silva³, Luís Antônio Coimbra Borges⁴, Adriano Ribeiro de Mendonça⁵, Mariana Peres de Lima⁶

(recebido: 9 de fevereiro de 2010; aceito: 22 de agosto de 2011)

RESUMO: Neste trabalho, objetivou-se propor o uso de modelos não lineares generalizados na predição da área basal e do crescimento e produção em volume total do híbrido *Eucalyptus urocamaldulensis*, em um plantio localizado na região central do estado de Minas Gerais, pertencente à V&M Florestal. A metodologia proposta permite trabalhar com os dados na sua forma original sem a necessidade de transformações de variáveis, e gerar modelos mais precisos. Para a avaliação da qualidade de ajuste dos modelos propostos, foram utilizados os critérios de informação Bayesiano, de Akaike e o teste de razão da máxima verossimilhança, além do erro padrão residual e percentual, e dos gráficos de resíduos. Os modelos se mostraram com uma boa performance, altamente precisos e parcimoniosos nas estimativas das variáveis propostas, com erros reduzidos para 12% em área basal e 4% para predição volumétrica.

Palavras-chave: Modelos estocásticos, predição, crescimento e produção florestal.

GENERALIZED NONLINEAR MODELS APPLIED TO THE PREDICTION OF BASAL AREA AND VOLUME OF *Eucalyptus* sp

ABSTRACT: This paper aims to propose the use of generalized nonlinear models for prediction of basal area growth and yield of total volume of the hybrid *Eucalyptus urocamaldulensis*, in a stand situation in a central region in state of Minas Gerais. The used methodology allows to work with data in its original form without the necessity of transformation of variables, and generate highly accurate models. To evaluate the fitting quality, it was proposed the Bayesian information criterion, of the Akaike, and test the maximum likelihood, beyond the standard error of estimate, and residual graphics. The models were used with a good performance, highly accurate and parsimonious estimates of the variables proposed, with errors reduced to 12% for basal area and 4% for prediction of the volume.

Key words: Probability models, prediction, forestry growth and yield.

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento do estoque de madeira de um empreendimento florestal é um fator de grande relevância, pois gera planejamentos mais precisos e com tomadas de decisões mais sensatas. O uso de modelos estocásticos ou probabilísticos, aplicados a dados oriundos de inventário florestal, facilita e gera um suporte técnico na tomada de decisões pelo gerente florestal.

Na modelagem o que se busca são modelos capazes de descrever uma realidade com maior nível

de precisão. O avanço dos recursos computacionais e o desenvolvimento de microcomputadores com maior poder de processamento fez com que técnicas estatísticas mais atuais pudessem ser empregadas em várias áreas da pesquisa científica. Dentre essas técnicas é possível citar o uso de modelos de regressão não lineares, generalizados e generalizados de efeito misto. Trabalhos no meio florestal que envolvem tais aplicações estão sendo empregados recentemente e foram estudados por Budhathoki et al. (2008), Calegario et al. (2005a,b), Fang e Bailey (2001), Gregoire et al. (1995) e Pilar-Díaz e Couto (1999). Outra

¹Engenheiro Florestal, Doutorando em Recursos Florestais – Departamento de Ciências Florestais – Escola Superior Luiz de Queiroz/ESALQ – Universidade de São Paulo/USP – Cx. P. 9 – 13418-900 – Piracicaba, SP, Brasil – spccarvalho@usp.br

²Engenheiro Florestal, Professor Dr. em Ciências Florestais – Departamento de Ciências Florestais – Universidade Federal de Lavras/UFLA – Cx.P. 3037 – 37.200-000 – Lavras, MG – calegario@dcf.ufla.br

³Zootecnista, Professor Dr. em Estatística e Experimentação Agropecuária – Departamento de Ciências Exatas – Universidade Federal de Viçosa/UFV – 36.570-000 – Viçosa, MG – fabyano@dpi.ufv.br

⁴Engenheiro Florestal, Professor Dr. em Engenharia Florestal – Departamento de Ciências Florestais – Universidade Federal de Lavras/UFLA – Cx.P. 3037 – 37.200-000 – Lavras, MG – luis.borges@dcf.ufla.br

⁵Engenheiro Florestal, Professor Dr. em Engenharia Florestal – Departamento de Engenharia Florestal – Centro de Ciências Agrárias – Universidade Federal do Espírito Santo – Av. Governador Lindemberg, 316, Centro – 29550-000 – Jerônimo Monteiro, ES – ribeiroflorestal@yahoo.com.br

⁶Engenheira Florestal, Professora Doutora em Recursos Florestais – Instituto de Ciências Agrária e Ambientais – Universidade Federal de Mato Grosso – Campus Universitário Sinop – Av. Alexandre Ferronato, nº 1200 – 78557-267 – Sinop, MT, Brasil – marianaperes@ufmt.br

técnica utilizada é a modelagem da heterogeneidade de variância. A homogeneidade de variância é uma das pressuposições básicas da análise da regressão e, muitas vezes, essa pressuposição é violada. Visto isso, aumenta a importância de trabalhos que apliquem a técnica de modelagem da variância. Na modelagem florestal, podem ser citados os trabalhos de Calegario et al. (2005b) e Carvalho et al. (2009).

Em se tratando de dados de crescimento e produção florestal, estes são caracterizados por se apresentarem como desbalanceados, longitudinais e irregularmente espaçados (GREGOIRE et al., 1995), ou seja, há um alto grau de complexidade no tratamento de dados dessa natureza. Essa complexidade e o elevado número de dados justificam o uso das técnicas estatísticas mais apuradas como o uso de modelos generalizados e a modelagem da heterocedasticidade.

Para se conhecer um estoque presente e futuro de um povoamento florestal é necessário o desenvolvimento de alguns passos até se chegar a um modelo de crescimento e produção florestal. Dentre esses passos podem ser citados: a) Modelagem da relação altura-diâmetro, também conhecida como relação hipsométrica; b) Modelagem da altura das árvores médias dominantes e codominantes, variando no tempo; c) Classificação de sítios florestais (índices de produtividade local); d) Predição da densidade do povoamento, expressa, por exemplo, pela predição da Área Basal; e) Modelagem do volume por árvore individual; f) e, por fim, predição e projeção da produção, expressa em volume por unidade de área.

Neste trabalho, objetivou-se propor o uso de modelos não lineares generalizados com adição de covariantes e funções de variância na predição da área basal e do crescimento e da produção do volume total. A finalidade é a obtenção de modelos parcimoniosos, de simples interpretação e de alta precisão.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Caracterização da área de estudo e dos dados

Para desenvolvimento deste estudo, foram utilizados dados de parcelas circulares e permanentes de 400 m² de área localizadas em povoamentos do híbrido *Eucalyptus urocamaldulensis*. A fazenda onde foi conduzido o experimento pertence à empresa V&M Florestal, situada no município de Paraopeba, região central do estado de Minas Gerais, Brasil. A região tem uma temperatura média anual de 20,9°C e precipitação anual de 1328,7 mm (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE, 2009). Os plantios são caracterizados por espaçamento 3x3 m e o solo é do tipo arenoso. Na Tabela 1, são apresentadas algumas características dos dados utilizados neste estudo.

2.2 Predição da área basal

Em nível de povoamento, foi utilizado o modelo assintótico com dois parâmetros (PINHEIRO; BATES, 2009). Tal modelo foi inicialmente proposto para se estimar curvas de demanda de oxigênio bioquímico (BATES; WATTS, 1988). O modelo adaptado para área basal na sua forma original (simples) é expresso por:

$$G_i = \varphi_1 \left[1 - \exp(-\exp(\varphi_2) I_i) \right] + \varepsilon_i \quad (1)$$

em que:

G_i = área basal do povoamento (m².ha⁻¹); I = idade da i -ésima unidade amostral (anos); φ_1 e φ_2 = parâmetros a serem estimados; ε_i = erro aleatório.

O modelo (1) foi rearranjado com o objetivo de se adicionar ao modelo, variáveis que, além da idade, também afetam as variações em G . Foram inseridas no modelo as covariantes índice de sítio e número de fustes por hectare, que representam, respectivamente, uma variável indicadora de produtividade e densidade do povoamento.

Tabela 1 – Caracterização dos dados utilizados nos procedimentos de ajuste dos modelos de crescimento e produção em área basal e volume.

Table 1 – Summary of the utilized data for fitting growth and yield of basal area and volume models.

Número de talhões	Número de parcelas	Valor	IS	N	G	V	I
		Mínimo	17,5	625	2,60	7,7125	0,6
56	128	Médio	22,5	1085	13,77	114,1719	3,38
		Máximo	32,5	1550	28,30	364,8245	7,7

IS = índice de sítio aos 7 anos (m); N = número de fustes por hectare; G = área basal (m².ha⁻¹); V = volume (m³.ha⁻¹); I = idade (anos).

O modelo completo final é dado por:

$$G_i = \left(\varphi_{10} + \varphi_{11} \sum_{i=1}^n IS_i + \varphi_{12} N_i \right) \left[1 - \exp(-\exp(\varphi_2) I_i) \right] + \varepsilon_i \quad (1.1)$$

sendo:

$\sum_{i=1}^n \varphi_{ji} IS_i$ = parâmetro com uma variável binária associada ao i -th índice de sítio, com valor 1 para o i -th índice de sítio e 0 para os demais, para o j -th parâmetro.

N_i = número de fustes por hectare extrapolado da i -ésima unidade amostral.

2.3 Modelagem do crescimento e produção volumétrica

Para modelagem do crescimento e produção volumétrica foi utilizado o modelo sigmoidal logístico (PINHEIRO; BATES, 2009).

O modelo na sua forma original é dado por:

$$V_i = \frac{\varphi_1}{1 + \exp\left(\frac{\varphi_2 - I_i}{\varphi_3}\right)} + \varepsilon_i \quad (2)$$

sendo:

V_i = volume da i -ésima unidade amostral ($m^3 \cdot ha^{-1}$); I_i = idade da i -ésima unidade amostral (anos); φ_i = parâmetros a serem estimados; ε_i = erro aleatório.

Trata-se de um modelo não linear de comportamento biológico em que o parâmetro φ_1 representa o ponto de assíntota, dado pelo valor médio máximo da variável resposta. O parâmetro φ_2 corresponde ao ponto de inflexão, em que este representa o ponto de máxima taxa de crescimento, dado pelo ponto em que há mudança na curvatura e sua unidade é a mesma do eixo x. O parâmetro φ_3 representa o ponto de escala em que este é obtido pela diferença entre o valor aproximadamente 70% assíntota e o valor na inflexão e possui a mesma unidade do eixo das abscissas.

O modelo (2) foi rearranjado, inserindo-se o efeito da heterocedasticidade no processo de modelagem, e seus parâmetros foram decompostos com adição das covariantes índice de sítio e área basal para melhoria da precisão do modelo.

$$V_i = \frac{\varphi_{10} + \varphi_{11} IS_i + \varphi_{12} G_i}{1 + \exp\left[\frac{(\varphi_{20} + \varphi_{21} IS_i + \varphi_{22} G_i) - I_i}{\varphi_{30} + \varphi_{31} IS_i + \varphi_{32} G_i}\right]} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

sendo:

IS = índice de sítio aos 7 anos da i -ésima unidade amostral (m); G = área basal projetada pelo modelo (1.1) da i -ésima unidade amostral ($m^2 \cdot ha^{-1}$).

2.4 Modelagem da variância para dados heterocedásticos

Para a correção da heterocedasticidade, foi utilizada a função de variância de “*poder das covariantes*”. Segundo Pinheiro e Bates (2009), uma representação desse modelo de variância é expresso por:

$$Var(\varepsilon_{ij}) = \sigma^2 |v_{ij}|^{2\delta}$$

com a seguinte função de variância correspondente:

$$g(v_{ij}, \delta) = |v_{ij}|^\delta$$

em que:

v_{ij} é um poder do valor absoluto da variância da covariante; o parâmetro δ é irrestrito, ou seja, pode assumir qualquer valor real e assim pode modelar casos onde a variância aumenta ou diminui com o valor absoluto da variância da covariante.

2.5 Avaliação da qualidade de ajuste dos modelos

Os modelos tiveram sua qualidade de ajuste avaliada pelas seguintes estatísticas:

2.5.1 Erro padrão residual e percentual

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - p}}$$

$$S_{yx} (\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

em que:

S_{yx} = erro padrão da estimativa na unidade da variável resposta; $S_{yx} (\%)$ = erro padrão relativo (%); \hat{Y} = variável regressora estimada pelo modelo; Y = variável observada; n = número de observações; p = número de parâmetros.

2.5.2 Critério de Informação de Akaike (AIC) e Critério de Informação Bayesiano (BIC)

$$AIC = -2 \ln(mv) + 2p$$

$$BIC = -2 \ln(mv) + p \ln(n)$$

sendo:

mv = valor que maximiza a função de verossimilhança; p = número de parâmetros do modelo; n = número de observações.

Quanto menores os valores de *AIC* e *BIC* melhor o modelo ajustado. Os critérios propostos para a seleção dos modelos são de extrema relevância na análise de regressão, pois penalizam modelos com número excessivos de parâmetros, selecionando modelos mais parcimoniosos.

2.5.3 Teste de Razão da Máxima Verossimilhança (TRMV)

Trata-se de um teste de comparação dois a dois de modelos aninhados dado pela diferença entre os valores máximos da função de verossimilhança dos modelos, expresso por:

$$TRMV = 2[\ln(mv_2) - \ln(mv_1)]$$

em que:

mv_2 = valor que maximiza a função de verossimilhança do modelo completo; mv_1 = valor que maximiza a função de verossimilhança do modelo simples.

Esse valor é testado pela estatística χ^2 com $p_2 - p_1$ graus de liberdade. Se o valor de TRMV for significativo ao nível de α de probabilidade, o modelo com maior valor de mv (máxima verossimilhança) apresenta maior precisão.

Foi feita ainda a análise gráfica de resíduos para verificar as pressuposições básicas de análise de regressão em que os resíduos se assumem independentes, identicamente distribuídos, com distribuição normal, média zero e variância σ^2 .

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Predição da área basal

Os resultados das estatísticas empregadas para avaliar a qualidade de ajuste dos modelos são apresentados nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2 – Resultados da análise da variância e dos critérios de seleção do modelo utilizado na predição da área basal.

Table 2 – Results of analysis of variance and of criteria for selection of models utilized for basal area prediction.

Modelo	G.L.	AIC	BIC	LogLik	TRMV	p-valor
Simples	3	2517,17	2530,17	-1255,58	---	
Completo	7	2271,60	2301,94	-1128,80	253,56	<0,0001

Simples = modelo no seu formato original (1); *Completo* = modelo com adição das covariantes (1.1); *G.l.* = graus de liberdade; *AIC* = critério de informação de Akaike; *BIC* = critério de informação Bayesiano; *LogLik* = log da função de verossimilhança; *TRMV* = teste da razão da máxima verossimilhança; *p-valor* = nível de significância do TRMV.

Tabela 3 – Erro padrão e erro padrão residual em porcentagem para modelagem da área basal.

Table 3 – Standard deviation and percentual standard deviation for basal area modeling.

Modelo	Syx (m ² .ha ⁻¹)	Syx%
Simples	2,2457	15,5677
Completo	1,8001	12,4775

Syx=erro padrão residual; Syx%=erro padrão residual percentual.

Foi possível verificar uma melhora significativa no modelo completo para predição da área basal, ou seja, as variáveis, índice de sítio e número de plantas por hectare afetam significativamente a relação área basal e idade. Essa afirmativa é confirmada pelo alto grau de significância do TRMV indicando uma melhora progressiva no modelo e a redução de 3% no erro padrão residual.

Os parâmetros para predição da área basal são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros do modelo assintótico completo para predição da área basal.

Table 4 – Parameters of the full asymptotic model for basal area prediction.

Parâmetro	Covariante associada	Valor	Erro padrão	t-valor	p-valor
	Intercepto	6,4143	3,2454	1,9764	0,0486
	sítio 22,5	6,9458	1,4561	4,7699	<0,0001
ϕ_1	sítio 27,5	12,6659	1,5511	8,1657	<0,0001
	sítio 32,5	16,1038	1,8401	8,7516	<0,0001
	N	0,0184	0,0026	6,8772	<0,0001
ϕ_2	---	-1,9682	0,0631	-31,1505	<0,0001

Verifica-se que os parâmetros para o modelo completo de predição são altamente significativos, conforme resultados da Tabela 4. Os valores dos parâmetros para cada covariante indicam a representação de uma variável binária que deve ser somada aos valores do intercepto.

A boa qualidade de ajuste do modelo proposto é também verificada pela análise visual gráfica dos resíduos, apresentada na Figura 1.

Na Figura 1, complementam-se os resultados fornecidos nas Tabelas 2 e 3 de análise estatística, assumindo as pressuposições básicas de análise de regressão de resíduos identicamente distribuídos, com média zero e variância σ^2 .

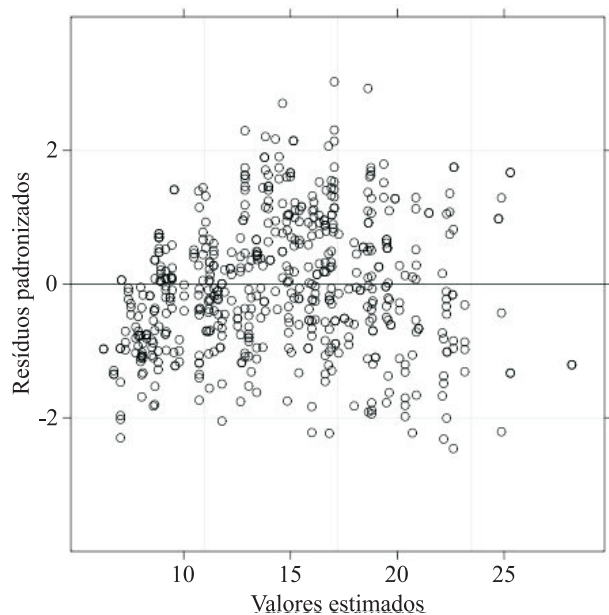


Figura 1 – Distribuição de resíduos para o modelo completo utilizado na predição da área basal.

Figure 1 – Residuals distribution for the full model utilized for basal area prediction.

Na Figura 2, é ilustrada a flexibilidade do modelo proposto para predição da área basal.

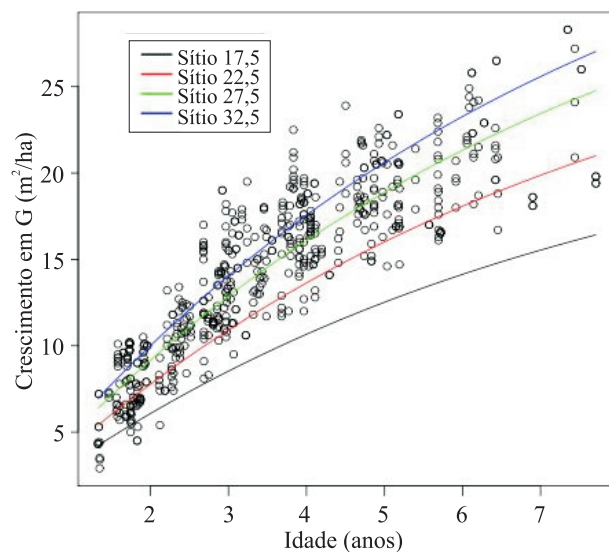


Figura 2 – Flexibilidade do modelo completo para predição da área basal.

Figure 2 – Flexibility of the full model for basal area prediction.

Para gerar a Figura 2, foi fixado um número de 1000 fustes por hectare variando os índices de sítio. É possível verificar a grande variabilidade do crescimento em área basal para os diferentes sítios e a capacidade do modelo completo de deslocar nos dados captando ao máximo as variações existentes.

5.5 Crescimento e Produção Volumétrica

Nas Tabelas 5 e 6, são apresentados os resultados da análise da variância para comparação e seleção do modelo de predição do crescimento e da produção em volume por hectare com os respectivos valores de erro padrão residual e percentual.

Tabela 5 – Análise da variância para comparação e seleção do modelo utilizado na predição do crescimento e da produção em volume por hectare.

Table 5 – Analysis of variance for comparison and selection of the utilized model for predicting volume growth and yield per hectare.

Modelo	G.L.	AIC	BIC	logLik	TRMV	p-valor
Logístico completo heterocedástico	11	3327,21	3375,56	-1652,6	---	---
Logístico simples	4	5762,21	5779,79	-2877,1	2448,99	<0,0001

Logístico completo heterocedástico = modelo logístico com adição das covariantes (2.1); *Logístico simples* = modelo no seu formato original (2). *G.l.* = graus de liberdade; *AIC* = critério de informação de Akaike; *BIC* = critério de informação Bayesiano; *LogLik* = log da função de verossimilhança; *TRMV* = teste da razão da máxima verossimilhança; *p-valor* = nível de significância do TRMV.

Tabela 6 – Erro padrão e erro padrão residual percentual para os modelos logístico simples e logístico completo heterocedástico para predição do crescimento e produção em volume.

Table 6 – Standard error and percent standard error for the simple and full heterocedasticity logistic models for predicting volume growth and yield.

Modelo	Syx (m³.ha ⁻¹)	Syx %
Logístico completo heterocedástico	4,7836	4,01
Logístico simples	29,57	26,31

A redução nos valores de AIC e BIC e o alto valor do TRMV com elevado grau de significância ($P < 0,0001$) apontam o modelo logístico completo heterocedástico como melhor na predição do volume total. Essas

conclusões implicam que os efeitos área basal e índice de sítio tornam o modelo completo mais adequado para a descrição dos dados. O que se observa também é a redução de 26,31 para 4,01% do erro padrão residual, ou seja, a modelagem da heterocedasticidade bem como a adição do efeito das covariantes contribui significativamente para melhoria do modelo.

Os parâmetros do modelo logístico completo heterocedástico selecionado para predição do crescimento e da produção em volume por hectare são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Parâmetros do modelo logístico completo para predição do crescimento e da produção em volume total.

Table 7 – Parameters of the full logistic model for predicting total volume growth and yield.

Parâmetro	Covariante associada	Valor	Erro padrão	t-valor	p-valor
	Intercepto	-206,567	14,582333	-14,16559	<0,0001
Assíntota	Sítio	8,43024	0,715025	11,79014	<0,0001
	G	13,00883	0,379827	34,2494	<0,0001
	Intercepto	1,17424	0,396818	2,95915	0,0032
Inflexão	Sítio	0,19462	0,017552	11,08775	<0,0001
	G	-0,25528	0,018415	-13,86247	<0,0001
	Intercepto	4,33059	0,404723	10,70011	<0,0001
Escala	Sítio	-0,04908	0,013211	-3,71525	0,0002
	G	0,05381	0,014676	3,66628	0,0003

Sítio = índice de sítio aos 7 anos variando de 17,5 a 32,5 m;
G = área basal projetada ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$)

Os resultados apresentados na Tabela 7 indicam que todos os parâmetros são significativos a um nível de 5% de significância, reforçando a idéia de que o efeito das covariantes índice de sítio e área basal contribuem significativamente para melhoria do modelo e seu uso é necessário.

A análise dos resíduos padronizados (Figura 3) mostra o efeito da heterocedasticidade do tipo funil crescente para os dados de crescimento e produção em volume. Situação semelhante foi estudada por Calegario et al. (2005b).

Verifica-se uma melhora significativa na distribuição dos resíduos para o modelo heterocedástico quando comparado ao modelo homocedástico, sendo que, quando corrigido o efeito da heterocedasticidade os erros tenderam a uma distribuição aleatória em torno de zero.

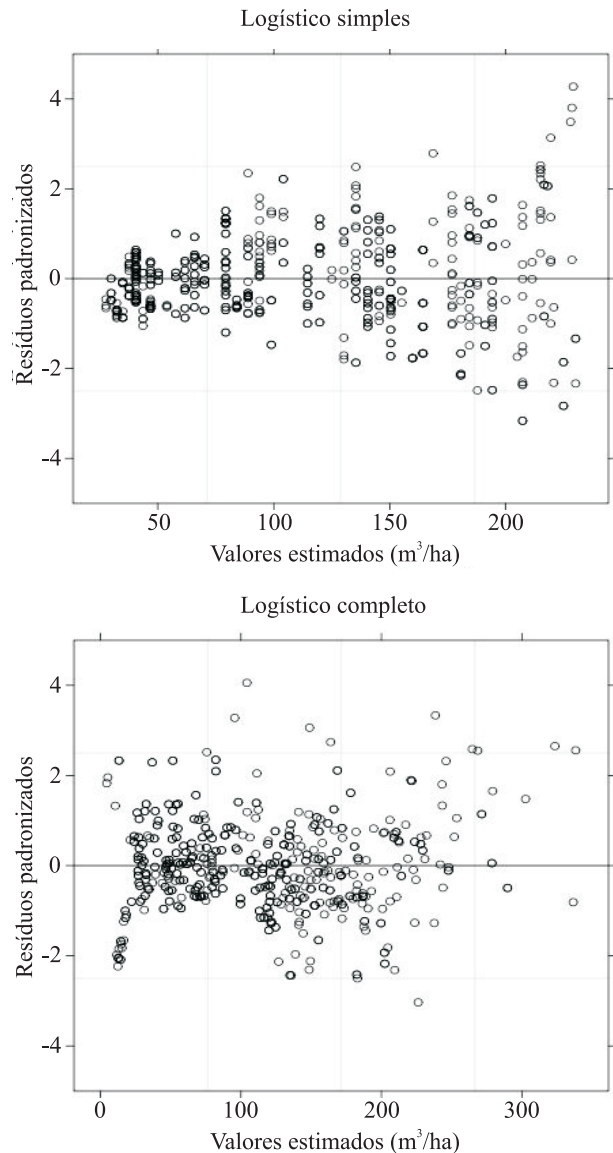


Figura 3 – Distribuição de resíduos para os modelos sigmoidais logístico ajustados para predição do crescimento e da produção volumétrica

Figure 3 – Residuals distribution for the sigmoid logistic models fitted for predicting of the volume growth and yield

Esses recursos computacionais são de grande relevância para os processos de modelagem e evolução técnico-científica, pois permitem trabalhar com os dados no seu formato original sem a necessidade de transformações para que possam ser atendidas as pressuposições básicas de análise de regressão.

Na Figura 4, são ilustradas as curvas de produção volumétrica para os diferentes sítios, empregando-se o modelo de predição logístico completo heterocedástico.

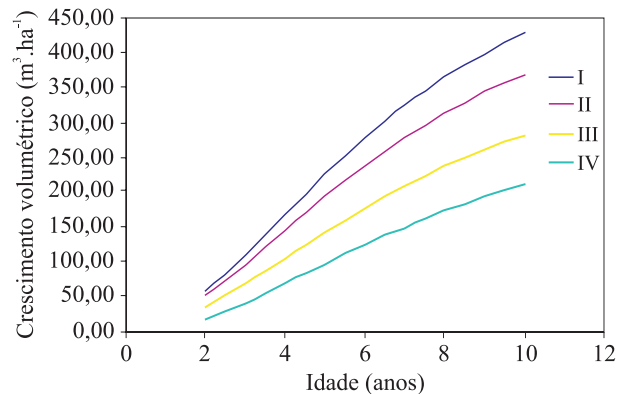


Figura 4 – Produção volumétrica para as diferentes classes de sítio.

Figure 4 – Volumetric yield for different site index classes.

De acordo com a Figura 4, é verificada uma tendência esperada de maiores valores de produtividade em volume para as classes superiores de sítio, indicando que o sistema proposto é compatível. Foi possível verificar ainda que o sistema de modelagem proposto com base no critério do incremento médio anual (IMA) como ferramenta de tomada de decisão indica corte aos 5, 6, 7 e 8 anos como rotações silviculturais para os índices de sítio 32,5; 27,5; 22,5 e 17,5 m respectivamente.

4 CONCLUSÕES

Modelos com funções de variância melhoraram significativamente a precisão das estimativas e seu uso é justificável quando há presença de heterocedasticidade nos resíduos.

O sistema de modelagem empírico de predição tanto em volume quanto em área basal se mostrou altamente eficaz, gerando resultados satisfatórios, com erros reduzidos para 12% em área basal e 4% para predição volumétrica. E ainda com base nas informações do incremento médio anual, o momento de intervenção no povoamento está compatível com a realidade do crescimento para florestas com fins de energia e celulose.

O sistema de modelagem proposto gera modelos precisos, parcimoniosos e com parâmetros de simples interpretação. Porém, a simplificação da aplicação desses modelos requer um maior esforço computacional.

5 AGRADECIMENTOS

À empresa V&M florestal pela concessão dos dados e apoio técnico-científico no desenvolvimento deste estudo. Em especial ao Engenheiro Florestal Fernando Fischer.

6 REFERÊNCIAS

BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: Wiley, 1988. 365 p.

BUDHATHOKI, C. B.; LYNCH, T. B.; GULDIN, J. M. Nonlinear mixed modeling of basal area growth for shortleaf pine. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 255, n. 8/9, p. 3440-3446, May 2008.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R. E.; MAESTRI, R.; NEIVA, R. Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal Eucalyptus plantation case study. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 204, n. 1, p. 11-20, Jan. 2005a.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R. F.; SOUZA, A. L.; MAESTRI, R. Estimativa do crescimento do povoamento de *Eucalyptus* baseada em modelos lineares em multiníveis de efeito misto. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 29, n. 2, p. 251-261, mar./abr. 2005b.

CARVALHO, S. P. C.; SENA, A. L. M.; VELOSO, R. B.; CALEGARIO, N. Efeito da heterocedasticidade na estimativa do volume individual de árvores. In: REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 54., 2009, São Carlos. **Anais...** São Carlos: UFSCar, 2009. CD-ROM.

FANG, Z. X.; BAILEY, R. L. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. **Forest Science**, Bethesda, v. 47, n. 3, p. 287-300, Aug. 2001.

GREGOIRE, T. G.; SCHABENBERGER, O.; BARRETT, J. P. Linear modeling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. **Canadian Journal of Research**, Ottawa, v. 25, n. 1, p. 137-156, Jan. 1995.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Cidades**. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 15 nov. 2009.

PILAR-DÍAZ, M.; COUTO, H. T. Z. do. Modelos generalizados para a mortalidade de árvores de *Eucalyptus grandis* no Estado de São Paulo, Brasil. **Scientia Forestalis**, n. 56, p. 101-111, 1999.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2009. 528 p.